



**Steffen Møllegaard Iversen**

# **Skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag**

**Ph.d.-afhandling - 2014**

**Det Humanistiske Fakultet - Institut for Kulturvidenskaber**

*Til Liva, Gustav, Karla og Nadia*

## Forord

Først og fremmest tak til de elever, lærere og skoler, der har deltaget i afhandlingsarbejdets empiriske studier. Afhandlingens fund og konklusioner har kun været mulige, fordi de med stort engagement har bidraget til projektet.

Gennem hele forløbet har jeg været del af en aktiv, imødekommende og inspirerende gruppe af forskere knyttet til projekt Faglighed og skriftlighed. Tak i den forbindelse til Karen Sonne Jakobsen, Ole Tøgeby, Niels Bonderup Dohn, Lena Lindenskov og Anke Piekut. Tak til mine tre akademiske storebrødre Torben Spanget Christensen, Nikolaj Frydensbjerg Elf og Peter Hobel, som både i forbindelse med projekt Faglighed og skriftlighed og i en masse andre sammenhænge har bidraget til afhandlingsarbejdet. Også en tak til den internationale ressourcegruppe knyttet til projekt Faglighed og skriftlighed: Mona Blåsjö fra Stockholms universitet, Frøydis Hertzberg fra Universitetet i Oslo, Vibeke Hetmar fra Aarhus Universitet, Roz Ivanič fra Lancaster University, Gunther Kress fra University of London, Jon Smidt fra Høgskolen i Sør-Trøndelag og Helmut Johannes Vollmer fra Universität Osnabrück. En særlig tak til min hovedvejleder Ellen Krogh, som har ledet projekt Faglighed og skriftlighed, og som gennem hele forskningsprocessen har været en uvurderlig støtte, inspiration og diskussionspartner.

Tak til Institut for Kulturvidenskaber, Syddansk Universitet for at tilbyde et hjælpsomt og velfungerende forskningsmiljø. Tak til min bivejleder Claus Michelsen, som var med til at bringe mig ind i projektet, og tak til Katrin Hjort for i flere omgange at have givet kritisk, men konstruktiv respons til foreløbige tekster og ideer.

Afhandlingsarbejdet har i flere omgange budt på udlandsophold. En stor tak i den forbindelse til Candia Morgan fra University of London og til hele miljøet på Institutionen för naturvetenskapernas och matematikens didaktik, Umeå universitet, med Johan Lithner i spidsen. En speciel tak til Ewa Bergqvist og Magnus Österholm, hvis gæstfrihed gjorde mit ophold i Umeå til en god og lærerig oplevelse.

Tak til Det Frie Forskningsråd for Kultur og Kommunikation, der har finansieret projektet, og tak til Augustinus Fonden, Oticon Fonden og ph.d.-skolen ved Det Humanistiske Fakultet, Syddansk Universitet, der løbende har været med til at finansiere konferencedeltagelse og anden rejseaktivitet.

Tak til Uffe Thomas Jankvist, der har hjulpet mig med at navigere i nationale og internationale matematikdidaktiske miljøer. Tak til Marit Hvalsøe Schou, der har fungeret som respondent ved konferencen Faglighed og skriftlighed på Syddansk Universitet. Og tak til Ane Langager Thomsen og Simon Hedegaard for grundig og effektiv korrekturlæsning af både dansk- og engelsksprogede tekster.

Endelig tak til min kone Nadia, hvis støtte, hårde arbejder og evindelige kærlighed har været af uvurderlig betydning gennem hele afhandlingsarbejdet.

## Resume

Afhandlingens emne er matematikfaglig skrivning og skriveudvikling, og der blev taget afsæt i spørgsmålet om, hvordan elever lærer sig matematikfaglig skrivning gennem faget matematik i de gymnasiale uddannelser. For at besvare dette spørgsmål blev der etableret en teoretisk ramme, der knyttede an til den sociokulturelle tradition i skriveforskningen, og der blev på baggrund heraf planlagt og gennemført et longitudinalt, etnografisk studie af otte elevers skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag. Dette studie strakte sig over en toårig periode (2011-2013) og involverede fire adskilte casestudier fordelt over de fire danske gymnasiale uddannelser.

Det samlede datamateriale fra casestudierne blev indledningsvis analyseret med henblik på at identificere væsentlige kendetegn ved de gymnasiale matematikfags skrivekulturer. Herigennem blev den overordnede forskningsinteresse uddifferentieret til tre temaer *it-baserede skriveredskaber*, *ikke-traditionelle opgavegenrer* og *matematikfaglige skriveridentiteter*, og disse temaer blev efterfølgende gjort til genstand for fokuserede analyser.

I afhandlingens første tematiske analyse betragtes brugen af *it-baserede skriveredskaber*. I analysen bliver det vist, at elevernes matematikfaglige skrivning og skriveudvikling er tæt forbundet med deres brug af skriveredskaber, og det demonstreres, hvordan skriveredskaberne bidrager til at regulere både indhold, form og brug af elevernes matematikfaglige tekster. Herudover illustreres det, hvordan brugen af forskellige it-baserede skriveredskaber privilegerer bestemte semiotiske ressourcer, in casu notationsformer, i elevernes matematikfaglige tekster, og i forlængelse heraf argumenteres der for, at brugen af it-baserede skriveredskaber har en væsentlig betydning ikke kun for elevers skriveudvikling, men også for udviklingen af matematikfagets skriftlige dimension som sådan.

I den anden tematiske analyse fokuseres der på såkaldt *ikke-traditionelle opgavegenrer*, og det demonstreres, hvordan brugen af disse i konkrete tilfælde åbner for en række læringsmuligheder, der knytter sig til elevernes matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. Samtidig peges der dog på, at en del af disse læringsmuligheder er knyttet til de anvendte arbejdsformer, snarere end til ikke-traditionelle opgavegenrer per se. Det er derfor sandsynligt, at de identificerede læringsmuligheder også kan etableres i forbindelse med traditionelle skriftlige opgavegenrer.

I den tredje og sidste tematiske analyse undersøges, hvordan elevers *identitetsarbejde* bidrager til at forme deres matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. Begrebet *stemme* operationaliseres indledningsvis, og på baggrund heraf analyseres to elevers skrive(r)udvikling. Analysen viser, at de to elever systematisk konstruerer forskellige skriveridentiteter gennem deres gymnasiale uddannelser, og der argumenteres på baggrund heraf for, at elevernes forståelser af, hvem de fremstår som, hvem de bør fremstå som, og hvem de gerne vil fremstå som i deres matematikfaglige tekster, er med til at forme deres matematikfaglige skrivning. Specielt demonstreres det i analysen, hvordan den ene elevs skriveudvikling er præget af elevens institutionelle identitet som elev i en

skole, mens den anden elevs skriveudvikling i højere grad er præget af identifikationsprocesser, der involverer en faglig identitet som deltager i vidensdomænet matematik.

Afhandlingen afsluttes med en refleksion over, hvilke former for troværdighed, generaliserbarhed og relevans, der knytter sig til de opnåede fund og konklusioner, og i forlængelse heraf angives der tre fagdidaktiske udpegninger, som byder sig til på baggrund af afhandlingens centrale fund.

## Abstract

The subject of the dissertation is mathematical writing and writing development, and how students learn to write mathematically in the subject of mathematics in upper secondary education. In order to answer this question, a theoretical framework related to the sociocultural tradition of writing research is provided, and based on this a longitudinal, ethnographic study of eight students' writing and their writing development in the subject of mathematics is planned and conducted. This field study took place over a two year period (2011-2013) and consisted of four separate case studies, one in each of the four different kinds of upper secondary education in the Danish educational system.

Initially, the data from the case studies was analysed in order to identify significant features characterising the writing cultures of the subject of mathematics in Danish upper secondary education. By this means, the overriding research interest was split in to three research themes – *computer-based tools for writing*, *non-traditional task genres* and *mathematical writer identities* – and each of these themes was subsequently analysed in greater detail.

In the first thematic analysis, the *use of computer-based tools for writing* is examined, and the analysis shows that the computer-based tools for writing partly regulate the content, form and use of the students' mathematical texts. Furthermore, it is shown how students' mathematical writing and writing development are tangled up with their use of computer-based tools for writing. In addition to this, it is illustrated how the computer-based tools privilege certain semiotic resources, in this case two different forms of mathematical notation, in the students' mathematical texts, and in continuation hereof, it is argued that the use of computer-based tools for writing has a substantial impact, not only on the students' mathematical writing development, but also on the development of the subject of mathematics as such.

In the second analysis the so-called *non-traditional task genres* are brought into focus and it is demonstrated how the use of these task genres in authentic situations is able to facilitate a number of learning opportunities connected to the students' mathematical writing and writing development. At the same time it is pointed out, however, that part of these learning opportunities are linked to the ways students are asked to work with non-traditional task genres in the classroom, rather than to the task genres per se. Therefore, there is reason to believe that the identified learning opportunities can also be established when students are working with traditional task genres.

In the third and final thematic analysis it is examined how students' *identity work* has an impact on their mathematical writing and writing development. The concept of *voice* is operationalised initially and based on this two students' writing development, or *writer* development, is analysed. This analysis shows that the two students systematically construct different writer identities throughout their upper secondary education, and on the basis of this, it is argued that the students' understandings and interpretations of who they appear as, who they should appear as, and who they would like to appear as, in their mathematical texts is shaping and moulding their mathematical

writing development. In particular, it is demonstrated that one of the student's writing development is marked by the institutional identity of being a student in a school, while the other student's writing development bear the mark of identification processes that involves constructing a more academic identity as a mathematician.

Finally, the dissertation is concluded with a reflection on the kinds of trustworthiness, generality and importance that characterise the findings in the dissertation, and in continuation hereof three educational points specific to writing and writing development in the subject of mathematics are offered.

# Indhold

<b>Forord</b> .....	<b>3</b>
<b>Resume</b> .....	<b>4</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>6</b>
<b>1 Indledning</b> .....	<b>12</b>
1.1 Projekt <i>Faglighed og skriftlighed</i> .....	14
1.2 Hvorfor undersøge skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag? .....	15
1.3 Afhandlingens opbygning .....	18
<b>2 Tidligere studier</b> .....	<b>20</b>
2.1 Studier af skrivning og skriftlighed i de danske gymnasiale uddannelser .....	20
2.2 Studier af matematikfaglig skrivning og skriftlighed .....	23
2.3 Studier af matematikfagligt skriftsprog .....	27
<b>3 Teoretisk ramme</b> .....	<b>30</b>
3.1 Et sociokulturelt perspektiv på læring .....	30
3.1.1 Læring, identitet og identifikation .....	33
3.2 Tekster er ytringer .....	37
3.2.1 Ytringer er triadiske .....	37
3.2.2 Ytringer er dialogiske .....	39
3.3 Skrivning som social praksis .....	40
3.3.1 Økologi som metafor .....	42
3.4 Skrifthændelser .....	44
3.4.1 Skrivehændelser .....	46
3.5 Skriftpraktikker .....	46
3.5.1 Skrivehændelser og skrivepraktikkens bestanddele .....	48
3.6 Skrivekulturer .....	49
3.7 Modeller af skrivehændelser, skrivepraktikker og skrivekulturer .....	53
3.7.1 Triademodellen, tobleronemodellen og konstellationsmodellen .....	54



<b>4</b>	<b>Metode .....</b>	<b>61</b>
4.1	Etnografi som metode og metodologi .....	64
4.2	Design af casestudier .....	69
4.2.1	Kontakt med og adgang til felten .....	71
4.2.2	Re-design af casestudier .....	73
4.3	Deltagende observation .....	75
4.4	Interview som lange samtaler om skriftlige tekster .....	79
4.4.1	Det kvalitative forskningsinterview .....	79
4.4.2	Talk around texts .....	81
4.4.3	Gennemførelse af interviewsamtaler med elevdeltagere og lærere .....	85
4.5	Påvirkning af felten og brugen af skriftlige feltkommentarer.....	91
4.6	Forskningsetiske overvejelser .....	93
4.7	Analysebegreber og analysestrategier .....	95
4.7.1	Analyser af observationer .....	96
4.7.2	Analyser af interviewsamtaler .....	97
4.7.3	Konstellationsanalyser .....	99
<b>5</b>	<b>Indledende oversigt: Skriftligt arbejde i stx-klassen og htx-klassen .....</b>	<b>110</b>
5.1	Skriftligt arbejde i stx-klassen.....	110
5.2	Skriftligt arbejde i htx-klassen .....	116
<b>6</b>	<b>Analyse I: It som medie for skrivning i de gymnasiale matematikfag .....</b>	<b>123</b>
6.1	Elevdeltagernes brug af computere som skriveredskaber i folkeskolen .....	128
6.2	Analyse af brugen af it som medie for skrivning i stx-klassen.....	130
6.3	Analyse af brugen af it som medie for skrivning i htx-klassen .....	134
6.4	Analyse af elevdeltagernes besvarelser .....	138
6.4.1	Aspekter knyttet til form.....	138
6.4.2	Aspekter knyttet til indhold .....	155
6.4.3	Aspekter knyttet til brug .....	168
6.5	Delkonklusion analyse I .....	173
<b>7</b>	<b>Analyse II: Ikke-traditionelle opgavegenrer .....</b>	<b>177</b>

7.1	Temaopgaver.....	178
7.1.1	Begrebet temaopgaver i læreplan og vejledning (stx) .....	179
7.1.2	Temaopgaven <i>Vækst</i> (Stx1gMat14).....	181
7.2	Projekter og projektopgaver.....	199
7.2.1	Begreberne projekter og projektopgaver i læreplan og vejledning (htx).....	199
7.2.2	Projekt <i>Karrusel: Bevægelse i 2D</i> (Htx3gPro1).....	202
7.3	Formidlingsopgaver.....	216
7.3.1	Formidlingsopgaven <i>Repetitionsnoter</i> (Htx3gFor2).....	216
7.4	Delkonklusion analyse II.....	223
<b>8</b>	<b>Analyse III: Skriveudvikling og skriverudvikling .....</b>	<b>226</b>
8.1	Operationalisering af stemmebegrebet .....	229
8.1.1	Eksempelanalyse: Christophers matematikfaglige stemmer.....	232
8.2	Skriveudvikling og stemme.....	241
8.2.1	Annas matematikfaglige stemmer.....	241
8.2.2	Emils matematikfaglige stemmer.....	246
8.3	Delkonklusion analyse III .....	253
<b>9</b>	<b>Konklusion.....</b>	<b>255</b>
9.1	Afsluttende refleksion.....	257
<b>10</b>	<b>Litteratur .....</b>	<b>262</b>
<b>11</b>	<b>Bilag.....</b>	<b>279</b>
11.1	Erklæring om elevdeltagelse .....	279
11.2	Observationsskema .....	280
11.3	Eksempel på interviewguide .....	281
11.4	Konstellation Htx1gMat5 .....	282
11.4.1	Skriveordre .....	282
11.4.2	Elevbesvarelse inklusiv skriftlig respons.....	285
11.5	Uddrag Htx3gMat6 (Christopher) .....	294



# 1 Indledning

Denne afhandling handler om skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag. Udgangspunktet er spørgsmålet om, hvordan elever lærer sig matematikfaglig skrivning gennem faget matematik i de gymnasiale uddannelser. For at undersøge dette er der som en del af arbejdet med afhandlingen gennemført et longitudinalt etnografisk studie af otte elevers matematikfaglige skrivning og skriveudvikling gennem deres gymnasiale uddannelser. Studiet strakte sig over en samlet periode på to år (2011-2013), og de otte elever fordelte sig over de fire gymnasiale uddannelser i det danske uddannelsessystem (htx, stx, hf og hhx).<sup>1</sup>

I afhandlingen er der fra start valgt to overordnede perspektiver på skrivning, som har været rammesættende for både empiriske undersøgelser og efterfølgende analyser. Det første af disse perspektiver er *faget matematik*. Skrivning forstås således i et *fagdidaktisk perspektiv* i afhandlingen. Det andet perspektiv er *elevperspektivet*. Målet med afhandlingen er således at bidrage til forståelsen af matematikfaglig skrivning og skriveudvikling set fra et elevperspektiv. På trods af dette vokser der dog indirekte både lærer-, skole-, uddannelses- og tekstperspektiver frem gennem afhandlingens analyser.

Det skal indledningsvis understreges, at betegnelsen *skrivning* i afhandlingen anvendes om alle skriftligt medierede kommunikationsformer, hvor forskellige *semiotiske ressourcer* som fx skriftligt verbalsprog, abstrakte diagrammer og matematiske symboler har mulighed for indgå i et multisemiotisk samspil (O'Halloran, 2009: 98f.). Selvom betegnelsen *skrivning* specielt i den engelsksprogede forskningslitteratur ofte erstattes af andre betegnelser, som fx *design af meddelelser* (Kress, 2000, 2003; Kress & van Leeuwen, 2006) eller *literate activity* (Prior, 1998), bibeholdes *skrivning* som betegnelse for de skriftsproglige fænomener, der undersøges i afhandlingen. En grund til dette valg er, at betegnelsen *skrivning* i praksis anerkendes og anvendes i forbindelse med den gymnasiale matematikundervisning. Det er altså feltets egen betegnelse. En anden grund er, at jeg ved at benytte *skrivning* og *skriveudvikling* som betegnelser skriver mig ind i den nordiske *skriveforskningstradition* (sic!), herunder ikke mindst forskningsprojektet *Faglighed og skriftlighed*, hvori arbejdet med afhandlingen har været indlejret.

---

<sup>1</sup> *Hhx* (Højere handelseksamen) er en gymnasial uddannelse med særligt fokus på virksomheds- og samfundsøkonomiske fagområder, *htx* (Højere teknisk eksamen) er en gymnasial uddannelse med særligt fokus på tekniske og naturvidenskabelige fagområder, og *stx* (Studentereksamen) er den almene gymnasiale uddannelse. Disse tre gymnasiale uddannelser er normeret til tre år. *Hf* (Højere forberedelseseksamen) er som stx en almen gymnasial uddannelse, men er i modsætning til stx normeret til to år. I de danske gymnasiale uddannelser udbydes faget matematik på tre niveauer, der er korreleret med den tidsmæssige udstrækning af undervisningen. A-niveau er således det højeste gymnasiale niveau, og dette niveau er normeret til tre års undervisning. B-niveau er det mellemste niveau og er normeret til to års undervisning, mens C-niveau er det laveste gymnasiale niveau og er normeret til ét års undervisning.

Studiet, der dokumenteres i afhandlingen, var et *eksplorativt* studie. Det var således ikke hensigten at evaluere kvaliteten af elevernes matematikfaglige skrivning på baggrund af på forhånd givne eller definerede standarder for skrivekompetence, og det var heller ikke hensigten bevidst at påvirke den sociale praksis, hvori elevernes skrivning fandt sted ved fx at gennemføre planlagte interventioner i undervisningen. Målet var i stedet at skabe ny viden om matematikfaglig skrivning og skriveudvikling, som disse fænomener *rent faktisk* tager sig ud i den daglige undervisningspraksis i faget matematik i de gymnasiale uddannelser.

I den indledende del af afhandlingsarbejdet var fokus rettet mod brugen af såkaldt *ikke-traditionelle opgavegenrer* i de gymnasiale matematikfag og deres betydning for, hvordan elever lærer sig matematikfaglig skrivning. Betegnelsen *ikke-traditionelle opgavegenrer* bruges i afhandlingen som en samlebetegnelse for de skriftlige opgavegenrer, hvor opgaveformuleringerne eller *skriveordrerne* lægger op til, at elever skriver besvarelser, som *ikke udelukkende* består i at løse matematikopgaver, der imiterer de opgaver, der stilles ved de skriftlige studentereksamener i matematik. Sidstnævnte betegnes i afhandlingen *traditionelle matematikopgaver*, selvom det anerkendes, at også denne opgavegenre historisk har udviklet sig (se fx Petersen & Vagner, 2003). For de elever, der deltog i afhandlingsarbejdets empiriske undersøgelser, involverede arbejdet med ikke-traditionelle opgavegenrer typisk skrivning af mere omfangsrige, sammenhængende tekster, end det var tilfældet, når de arbejdede med traditionelle matematikopgaver.

I mit tidligere job som gymnasielærer i faget matematik på stx- og hf-uddannelsen havde jeg selv erfaret, hvordan *ikke-traditionelle opgavegenrer*, specielt de såkaldte *temaopgaver*, gjorde deres indtog i matematikfagenes ministerielle læreplaner og vejledninger og i forlængelse heraf i den daglige undervisningspraksis i de gymnasiale matematikfag. Arbejdet med temaopgaver udfordrede historisk etablerede måder at arbejde med skrivning på i matematikfaget og stillede derigennem indirekte spørgsmål ved, hvad den skriftlige dimension af faget matematik *var* og *skulle være*. Temaopgaver var for mig og antagelig for en stor del af underviserne i de gymnasiale matematikfag en måde at arbejde med skrivning på i matematikundervisningen, som var fundamentalt ny, og det var en arbejdsform, der fra flere sider var karakteriseret af en betydelig *tro* på, men ganske lidt *viden* om de for eleverne involverede læringspotentialer (Grøn, 2008; Grønbæk og Winsløw, 2004). Min motivation til at studere elevens matematikfaglige skrivning og skriveudvikling udsprang således i første omgang af den daglige undervisningspraksis i de gymnasiale matematikfag, og forskningsinteressen rettede sig fra start mod brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer. I løbet af den første del af afhandlingsarbejdets empiriske undersøgelser var der imidlertid i overensstemmelse med studiets eksplorative karakter flere temaer knyttet til det overordnede forskningsspørgsmål, der kaldte på opmærksomhed. I praksis har jeg således arbejdet med tre forskningsspørgsmål, der har det til fælles, at de på hver deres måde belyser fænomenerne skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag og dermed bidrager til at kaste lys over afhandlingens overordnede forskningsspørgsmål. De tre forskningsspørgsmål, der danner grundlag for afhandlingens analyser, er således:

1. Hvordan bidrager brugen af it som medie for skrivning til at forme elevers skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag?
2. Kan brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i faget matematik åbne for læringsmuligheder, der knytter sig til elevers matematikfaglige skriveudvikling, og som ikke ser ud til at være til stede, når eleverne arbejder med traditionelle matematikopgaver?
3. Hvordan bidrager elevers identitetsarbejde til at forme deres matematikfaglige skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag?

Begrebet *identitetsarbejde*, som jeg henter hos Gee (2003), udfoldes i kapitel 3, afsnit 3.1.1 nedenfor. Social identitet er i afhandlingens optik fortrinsvis noget, elever *gør*, ikke noget, de *har*, og det er denne *gøren*, Gee (2003) kalder for *identitetsarbejde*. I kapitel 8 undersøges det i forlængelse heraf, hvordan det identitetsarbejde, der kommer til syne i elevernes matematikfaglige besvarelser, knytter sig til elevers skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag.

### 1.1 Projekt *Faglighed og skriftlighed*

Afhandlingsarbejdet var fra start konciperet som et delprojekt i forskningsprojektet *Faglighed og skriftlighed* (2010-2014). Derfor deler afhandlingen både teoretiske, metodiske og analytiske interesser, valg og overbevisninger med resten af studierne i dette projekt. Projekt *Faglighed og skriftlighed* var finansieret af *Det Frie Forskningsråd / Kultur og Kommunikation*, og deltagergruppen var sammensat af 10 forskere fra henholdsvis Syddansk Universitet, Roskilde Universitet og Aarhus Universitet. Herudover var der tilknyttet en international ressourcegruppe bestående af 7 tekst- og skriveforskere, som løbende fungerede som akademiske sparringspartnere i forskningsprocessen.<sup>2</sup>

I projekt *Faglighed og skriftlighed* knyttes longitudinale studier af skrivning og skriveudvikling i grundskolens afsluttende klasser og de gymnasiale uddannelser til fagdidaktiske studier af skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale uddannelser. Det overordnede formål var således ” (...) at undersøge hvordan unge gymnasieelever lærer sig at skrive i fagene, og hvordan de lærer sig faglig kundskab gennem deres skrivning, samt hvordan de udvikler skriveridentiteter og skrivekompetencer igennem deres gymnasieuddannelse.” (Krogh, forventet 2014b). Projektet bygger både metodologisk og analytisk videre på et studie af skriftlighed i folkeskolens niende klasse, som blev gennemført af Torben Spanget Christensen, Nikolaj Frydensbjerg Elf og Ellen Krogh i 2009-2010 (Christensen, Elf & Krogh, 2014).

Herudover er projekt *Faglighed og skriftlighed* specielt inspireret af og i dialog med et norsk skriveforskningsprojekt, *Skriving som grunnleggende ferdighet og utfordring* 2006-2010 (*SKRIV*) (se fx Lorentzen & Smidt, 2008; Smidt, 2009b, 2010a, 2010b). I projekt *SKRIV* var forskningsinteressen styret af hovedspørgsmålet ”Hva slags kunnskap om tekst og skriving trenger

---

<sup>2</sup> Yderligere information om projekt *Faglighed og skriftlighed* kan findes på [www.sdu.dk/fos](http://www.sdu.dk/fos) (besøgt april 2014).

lærere og førskolelærere for å kunne støtte barns og unges utvikling av skrivekompetanse og faglig kompetanse i ulike fag på ulike trinn?” (Smidt, 2010a: 15). Hvis man læser Jon Smidts opsamlingsartikkel (Smidt, 2010a), vil det stå klart, hvordan både projekt Faglighed og skriftlighed og denne afhandling er inspireret af projekt SKRIV. I opsamlingsartiklen opsummerer Smidt projekt SKRIV’s formål, metodologi og vigtigste fund, men han udpeger samtidig også potentialer, der ikke har været fuldt udnyttet i projektets indsamlede empiriske materiale.

Et slikt potensial ligger i den longitudinelle dimensjonen i materialet. Vi har for eksempel så langt bare i beskjeden grad brukt den muligheten vi hadde til å følge og beskrive bestemte barn/unges skriveutvikling over to år, og vi har bare i noen ganske få tilfeller studert utviklingen i skrivesituasjoner og skriveoppgaver i et bestemt fag over flere år, for eksempel fra mellomtrinnet til videregående skole.

Smidt (2010a: 29)

Som det fremgår af de ovenfor formulerede forskningsspørgsmål, er det i høj grad sådanne potentialer og muligheder, der udnyttes i denne afhandling.

## **1.2 Hvorfor undersøge skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag?**

Skrivning og skriveudvikling er vigtige fænomener både fra et individorienteret og fra et samfundsmæssigt perspektiv. Skrift- og tekstkyndighed (Krogh, 2012) er set med nutidens øjne afgørende ressourcer både for det enkelte individ og for samfundet, fordi skrivekompetencer er en uomgængelig betingelse for deltagelse i uddannelser, arbejds- og hverdagsliv (Berge, 2005; Brandt, 2001; Karlsson, 2006; Matre 2006, Westman 2009). Ikke mindst den massive udvikling i teknologiske kommunikationsmedier og -former har været medvirkende til dette (O’Halloran, 2009).

Writing makes it possible to gather, preserve, and transmit information widely, with great detail and accuracy. As a result, writing is integrated into virtually all aspects of our society. (...) writing provides an important means for self-expression. People use writing to explore who they are, to combat loneliness, to chronicle their experiences, and to create alternative realities.

MacArthur, Graham & Fitzgerald (2006: 1)

I en dansk gymnasial sammenhæng blev skrivning og skriftlighed for alvor sat på dagordenen med gymnasireformen fra 2005 og de senere revideringer af læreplaner og vejledninger omkring 2010. Heri bor en intention om at styrke det skriftlige arbejde i alle fag som et led i udviklingen af elevernes studiekompetence. Udvikling af elevers skrivekompetencer er således ikke længere alene en opgave for danskfaget, men derimod en fælles udfordring for alle fagene i de gymnasiale uddannelser, jf. bilag 4 om *Elevernes studieforberedende skrivekompetencer* i bekendtgørelserne for

de gymnasiale uddannelser.<sup>3</sup> Denne udfordring blev i en efterfølgende evaluering af det skriftlige arbejde i de gymnasiale uddannelser døbt *ny skriftlighed* (Krogh, Christensen & Hjemsted, 2009). Ny skriftlighed indebærer ikke alene, at udviklingen af elevers skrivekompetencer er en opgave for alle fag, men også at skrivning og skriftlighed skal indgå produktivt i elevernes arbejde med at tilegne sig faglig viden og kompetencer (Krogh et al., 2009: 39).

2005-reformen rummer derfor et krav om at skriverudvikling og brug af skrivning i fag skal spille sammen. Men den bygger på meget begrænset viden om hvordan det skal foregå, og hvad skriverudvikling er. Det har i højere grad været tydeligt hvad fag har brugt skrivning til, men her har problemet været at brugen har tilgodeset de faglige mål og ikke elevens udvikling som skrivere.

Christensen et al. (2014: 30f.)

På den måde har gymnasireformen fra 2005 været medvirkende til at producere et behov for forskning, der kan belyse, hvordan elever lærer sig skrivning gennem fag og fag gennem skrivning. Der er brug for viden om skriveudvikling som fænomen, hvordan elevers skrivning i praksis udvikles i de gymnasiale uddannelser, og hvilke muligheder undervisningen stiller til rådighed for eleverne i denne sammenhæng.

For matematikfagenes vedkommende har *ny skriftlighed* blandt andet resulteret i en række nationale udviklingsprojekter. Eksempler herpå er Matematiklærerforeningens tre udviklingsprojekter: *Den nye skriftlighed i matematikundervisningen I*, *Den nye skriftlighed i matematikundervisningen II*<sup>4</sup> samt *Elektronisk retning i matematik*.<sup>5</sup> Krogh et al. konkluderer da også via en komparativ analyse af læreplaner, at selvom det skriftlige arbejde profileres forskelligt i de gymnasiale matematikfag, ”beskrives fagets skriftlige arbejde som en central og integreret faglig dimension.” (Krogh et al., 2009: 75). At kunne kommunikere i, med og om matematik, herunder ”at kunne udtrykke sig på forskellige måder og på forskellige niveauer af teoretisk eller teknisk præcision om matematikholdige anliggender, skriftligt, mundtligt eller visuelt over for forskellige kategorier af modtagere” (Niss & Højgaard, 2002: 60), udgør således ifølge den indflydelsesrige rapport *Kompetencer og matematiklæring* (Niss & Højgaard, 2002) en af de otte centrale matematiske kompetencer, der går på tværs af matematikundervisningen på samtlige uddannelsesniveauer.

Inden for matematikkens didaktik som forskningsdisciplin har man i de seneste årtier kunnet opleve en *sproglig vending* (*linguistic turn*), og forskningsinteressen er i stigende grad blevet rettet mod sprogets betydning for matematikfaglig læring og undervisning (Lerman, 2004, 2009). En sådan orientering mod relationer mellem sprog, matematik og læring har ikke mindst været drevet af en erkendelse af, at fags forskellige måder at bruge sprog, herunder skriftsprog, knytter sig til faglige tænke- og arbejds måder (Kolstø, 2010). At lære matematik er i den optik forbundet med at lære,

---

<sup>3</sup> Se fx bilag 4 til Stx-bekendtgørelsen her <https://www.retsinformation.dk/Forms/R0710.aspx?id=152507#Bil4> (besøgt april 2014)

<sup>4</sup> Se <http://www.uvmat.dk/skrift/index.htm> og <http://www.uvmat.dk/skrift/materialer.htm> (besøgt april 2014).

<sup>5</sup> Se <http://rettestrategi.wordpress.com/> (besøgt april 2014).



hvordan fagets semiotiske ressourcer benyttes i forskellige kommunikative sammenhænge (Schleppegrell, 2007), for derved at blive i stand til at deltage i relevante matematikfaglige diskurser (fx Sfard, 2008).

Den øgede interesse for sprog har dog i høj grad udmøntet sig i studier af *mundtlig* kommunikation i matematikundervisningen. Ryve (2011: 185) viser således i en analyse af 108 forskningsartikler, der fokuserer på *diskurs* eller *diskurser*, og som alle er publiceret i førende internationale tidsskrifter for matematikdidaktik, at i 78 % af disse artikler anvendes tale (*Talk*) som data. I 13 % anvendes der ikke empiriske data, hvilket betyder, at der kun i 9 % af artiklerne anvendes skrevne tekster (*Written Text*) som data. I betragtning af, hvilken central rolle skrevne tekster spiller i de fleste former for matematikundervisning, indikerer dette forhold en klar underrepræsentation af forskningsbaserede diskursstudier af skrevne tekster. Schleppegrell (2010) understreger desuden på baggrund af et omfattende sammendrag (*review*) af den eksisterende forskningslitteratur med fokus på sprog i matematikundervisningen, at:

More research is needed that takes a developmental approach and shows how students develop knowledge over time. We need rich studies of how language and ways of talking about mathematics evolve over a unit of study, focusing on more than brief interactional episodes and fragments of dialogue.

Schleppegrell (2010:107)

Med afhandlingens fokus på elevers matematikfaglige skriveudvikling over en treårig periode imødekommes netop et sådant forskningsmæssigt behov.

Ved den centrale matematikdidaktiske konference CERME 8 i Antalya, Tyrkiet<sup>6</sup> i 2013 præsenterede Candia Morgan i sin hovedforelæsning (*Plenary lecture*) et overblik over og en analyse af sprogorienterede studier inden for matematikkens didaktik (Morgan, 2013). Morgan pegede i den forbindelse på, at kun ganske få studier af sprog og læring i matematikfaget har fokuseret på, hvordan elever lærer at tale eller skrive matematikfagligt (*mathematically*). Som en konsekvens af dette udpegede hun afslutningsvis de tre nedenstående forskningsspørgsmål og karakteriserede dem som væsentlige og afgørende, men indtil videre uafklarede inden for matematikkens didaktik.

I suggest three areas of concern in which, while some work has been started there is a need for more substantial and coordinated research effort.

- What are the linguistic competences and knowledge required for participation in mathematical practices?

---

<sup>6</sup> CERME 8 er en forkortelse for *the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*. Konferencen blev afholdt i Manavgat-Side, Antalya i Tyrkiet d. 6.-10. februar 2013. CERME-konferencerne, som afholdes hvert andet år, arrangeres af ERME, som er det europæiske selskab for forskning inden for matematikkens didaktik. CERME-konferencerne hører til de betydeligste konferencer inden for matematikkens didaktik i europæisk sammenhæng og på verdensplan. Ved CERME 8 i 2013 blev dele af den analyse, der optræder i afhandlingens kapitel ANALYSE III, præsenteret. Analysen blev efterfølgende publiceret i proceedings for CERME 8 (Iversen, 2013).

- How do students develop linguistic competence and knowledge?
- What knowledge and skills might teachers need and use in order to support the development of students' linguistic competence?

Morgan (2013: 64)

Som det fremgår af afhandlingens overordnede forskningsspørgsmål formuleret ovenfor, adresseres Morgans andet forskningsspørgsmål direkte i afhandlingen. Derved løftes i afhandlingen også indirekte det første af Morgans tre spørgsmål, idet en beskæftigelse med dette indgår som en naturlig del af afhandlingens analyser af elevers matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. I forlængelse heraf og med reference til den ovenfor beskrevne betydning af skrivning og skriftlighed i de gymnasiale matematikfag i de gymnasiale uddannelser og i nutidens samfund generelt vil jeg mene, at afhandlingens forskningsfokus åbner mulighed for et studie med betydelig uddannelsesmæssig, samfundsmæssig og forskningsmæssig relevans. Det er mit håb, at den resterende del af afhandlingen vil overbevise læseren om, at en sådan mulighed er blevet udnyttet på bedste vis.

### 1.3 Afhandlingens opbygning

Afhandlingen består ud over indledningen i kapitel 1 af otte kapitler. I det følgende kapitel 2 *Tidligere studier* gives der en oversigt over tidligere forskningsbaserede studier og undersøgelser af skrivning og skriftlighed med relevans for afhandlingen. Indledningsvis beskrives studier, der har fokus på de danske gymnasiale uddannelser, og herefter gøres der rede for studier af matematikfaglig skrivning og skriftlighed, der rækker ud over det nationale, gymnasiale fokus. Afslutningsvis beskrives en række studier af matematikfagligt skriftsprog. I afhandlingens analyser benyttes indsigter fra disse studier i flere tilfælde som referenceramme.

I det efterfølgende kapitel 3, *Teoretisk ramme*, gøres der rede for de teoretiske grundforståelser, som ligger til grund for afhandlingens følgende metodiske og analytiske kapitler. Kapitlet er derfor bygget op om de for afhandlingen tre centrale teoretiske begreber: *læring*, *tekst* og *skrivning*. I afhandlingen anlægges der en sociokulturel forståelse af *læringsbegrebet* (Vygotsky, 1978, 1986; Wertsch, 1998), og læring knyttes i forlængelse heraf til elevers identifikationsprocesser. *Tekster* defineres som *ytringer*, der ifølge Bakhtin (1986) udgør den sproglige kommunikations grundlæggende enhed. I overensstemmelse hermed ansues *skrivning* i afhandlingen som en *social praksis*, dvs. en formålsrettet kommunikativ gøren der altid er indlejret i en social kontekst.

På baggrund af den teoretiske ramme argumenteres der i kapitel 4, *Metode* for de metodiske og forskningsetiske valg, der knyttede sig til afhandlingsarbejdets empiriske undersøgelser og efterfølgende analyser. Kapitlet afsluttes derfor med en redegørelse for de overordnede analysebegreber og analysestrategier, der benyttes i afhandlingens analyser. Inden der tages hul på analysekapitlerne, gives der dog i kapitel 5, *Indledende oversigt: Skriftligt arbejde i stx-klassen og htx-klassen* en oversigt over og kategorisering af det skriftlige arbejde i de to matematikklasser, der er omdrejningspunkt for de efterfølgende analyser.

Kapitel 6, *Analyse I: It som medie for skrivning* er således afhandlingens første analysekapitel, og heri præsenteres en analyse af fire elevers brug af skriveredskaber i matematikundervisningen. Der søges svar på, hvordan brugen af it som medie for skrivning er med til at forme elevers skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag, og gennem analysen bliver det demonstreret, at de studerede elevers matematikfaglige skriveudvikling er tæt forbundet med brugen af forskellige it-baserede skriveredskaber. Det udbredte fokus på brugen af it som matematisk værktøj til opgaveløsning i matematikundervisningen må derfor suppleres med et fokus på it som medie for skrivning i matematikundervisningen. Herudover peger analysen på, hvordan brugen af forskellige it-baserede skriveredskaber privilegerer forskellige semiotiske ressourcer, og brugen af skriveredskaber kan på den måde have afgørende betydning for den fortsatte evolution af matematikfagets skriftlige dimension og dermed af forståelsen af faget matematik som sådan.

Emnet for afhandlingens anden analyse i kapitel 7, *Analyse II: Ikke-traditionelle opgavegenrer* er brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i de gymnasiale matematikfag. Den overordnede konklusion på analysen er, at der gennem brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer, som fx temaopgaver, skriftlige projekter og formidlingsopgaver, i de analyserede tilfælde åbnes for perspektivrige læringsmuligheder, som knytter sig til elevers matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. En del af dette analysekapitel har tidligere været præsenteret i Iversen (2013) på engelsk og indgår desuden i en kommende fællespublikation fra projekt Faglighed og skriftlighed (Iversen, forventet 2014).

I den tredje analyse, som præsenteres i kapitel 8, *Analyse III: Skriveudvikling og skriverudvikling*, er fokus rettet mod, hvordan elevers identitetsarbejde er med til at forme matematikfaglig skrivning og skriveudvikling. Indledningsvis operationaliseres begrebet *stemme* i relation til skriftlige matematikfaglige tekster, og funktionaliteten af denne operationalisering demonstreres i en eksempelanalyse. På baggrund af dette analyseres to elevers matematikfaglige skriveudvikling gennem deres gymnasiale uddannelser. Gennem denne analyse bliver det klart, hvordan de to elevers opfattelser af skrivningens formål og funktion i matematikundervisningen, samt deres egne ideer og forståelser af, hvem de er og hvem de gerne vil være i deres besvarelser, er med til at forme deres matematikfaglige skriveudvikling. Specielt vises det, hvordan den ene elevs skriveudvikling er præget af hendes institutionelle identitet som elev i en skole, mens den anden elevs skriveudvikling i højere grad er præget af, at der gennem hans deltagelsesbane i matematikundervisningen banes vej for deltagelse i matematikfaglige fællesskaber, der rækker ud over de gymnasiale matematikfag.

I afhandlingens afsluttende kapitel 9, *Konklusion* sammenfattes afhandlingens vigtigste fund og konklusioner, og der reflekteres kort over validiteten af disse. På baggrund heraf angives nogle fagdidaktiske udpegninger, der byder sig til i forlængelse af afhandlingens centrale fund.

## 2 Tidligere studier

I dette kapitel gives en oversigt over tidligere forskningsbaserede studier og undersøgelser af skrivning, skriftlighed og skriveudvikling, som er relevante i forhold til afhandlingens forskningsspørgsmål og forskningsinteresse, og som afhandlingens efterfølgende kapitler i større eller mindre grad trækker på. Indledningsvis beskrives et antal studier, hvor fokus er rettet mod de danske gymnasiale uddannelser, og herefter gøres der rede for studier af matematikfaglig skrivning, der rækker ud over det nationale, gymnasiale perspektiv. Kapitlet rundes af med en beskrivelse af en række studier af matematikfagligt skriftsprog.

### 2.1 Studier af skrivning og skriftlighed i de danske gymnasiale uddannelser

Der findes en række tidligere studier af skrivning og skriftlighed i de danske gymnasiale uddannelser, hvoraf en betydelig del er ph.d.-afhandlinger, der har haft fokus på forskellige aspekter af de gymnasiale danskfag (Elf, 2009; Hedeboe, 2002; Illum, 2002; Krogh, 2003; Piekut, 2012; Wiese, 2004). Herudover har Hobel (2009) i sin afhandling, og desuden Christensen (2009), undersøgt skrivning i fagligt samspil i de gymnasiale uddannelser. Der findes desuden dokumentation af forskellige forsknings- og udviklingsprojekter (fx Juul Jensen, Krogh, Nordsborg, Rasmussen & Witzke, 1998 eller Krogh, 2010), eller evalueringsprojekter (fx Krogh et al., 2009), der også har haft fokus på skrivning og skriftlighed i de gymnasiale uddannelser.

I projekt Faglighed og skriftlighed er der i skrivende stund publiceret en række artikler og kapitler til bøger. Nogle af disse har karakter af indledende diskussioner og refleksioner, fx Christensen og Hobel (2011), Elf (2012) eller Krogh (2012), mens der i andre præsenteres analyseværktøjer og gennemføres analyser af elevers skriftlige arbejder (fx Hobel & Krogh, 2012; Jakobsen, 2013 eller Krogh & Hobel, 2012). Endelig er Christensen, Elf og Kroghs studie af skrivning i folkeskolens niende klasse dokumenteret i bogen *Skrivekulturer i folkeskolens niende klasse* (Christensen et al., 2014).

Hovedparten af tidligere forskningsbaserede studier og undersøgelser af skrivning og skriftlighed i de danske gymnasiale uddannelser har således haft fokus på danskfagene eller i mindre udstrækning på fagligt samspil. Med undtagelse af en artikel i Krogh (2010: 110ff.) eksisterer der i skrivende stund, så vidt vides, ikke nogen dokumenterede forskningsbaserede studier eller undersøgelser af matematikfaglig skrivning og skriftlighed i de danske gymnasiale uddannelser. Der findes dog kandidatspecialer, der beskæftiger sig med elevers skrivning i de gymnasiale matematikfag, hvoraf der her vil blive nævnt tre med særlig relevans for afhandlingens forskningsspørgsmål.

Jensen (2008, se også Jensen, 2010) undersøger muligheden for og realiseringen af tværfagligt samspil mellem fagene matematik og historie i gymnasiale studieretningsprojekter.<sup>7</sup> Jensen opstiller

---

<sup>7</sup> I 3.g skal eleverne på htx-, hhx- og stx-uddannelsen skrive et *studieretningsprojekt* (SRP). Studieretningsprojektet er en større skriftlig opgave, hvor eleverne arbejder med problemstillinger, der normalt rækker ud over et enkelt fag. I studieretningsprojektet arbejder eleverne inden for et selvvalgt område i tilknytning til deres valgte studieretning. Se

indledningsvis et begrebsapparat, der skal indfange grader af tværfaglighed i fagligt samspil, specielt samspil mellem fagene matematik og historie, og analyserer efterfølgende 30 autentiske elevbesvarelser af studieretningsprojekter, hvor fagene matematik og historie kombineres. Han konkluderer på baggrund heraf, at graden af tværfaglighed er lav i de analyserede elevbesvarelser, men argumenterer dog samtidig for, at det ville være muligt at øge graden af tværfaglighed bl.a. ved at gøre de af lærerne stillede opgaveformuleringer mere problemorienterede. En lignende pointe angående vigtigheden af, at opgaveformuleringer er problemorienterede i relation til skrivning i fagligt samspil, findes i Hobels ph.d.-afhandling, som blev nævnt ovenfor (Hobel, 2009). Hobel peger således på, at 'høj' tværfaglighed forekommer, når faglig viden fra flere fag anvendes til at løse problemer, der er eksternt definerede i forhold til de enkelte fag.

Hansen (2009, se også Jessen & Winsløw, 2011) undersøger i sin specialrapport ligeledes elevbesvarelser af studieretningsprojekter i de gymnasiale matematikfag, og som hos Jensen (2008) fokuseres der på karakteren af det tværfaglige samspil mellem fagene matematik og historie. Selvom de teoretiske og analytiske værktøjer, som Hansen og Jensen hver især benytter sig af er ganske forskellige, er deres konklusioner i høj grad sammenfaldende. Hansen (2009) konkluderer således på baggrund af sin analyse af 14 autentiske elevbesvarelser, at tværfagligt samspil vanskeligt lader sig realisere i en projektform som studieretningsprojektet, når ministerielle krav og mål samtidig skal overholdes.

I modsætning til Jensen (2008) og Hansen (2009) undersøger Stoustrup (2010) brugen af *temaopgaver* i det almene gymnasiums matematikundervisning. Stoustrup udvikler og afprøver tre forskellige temaopgaver i matematikundervisningen i en 3.g-klasse. Hun analyserer efterfølgende elevernes udbytte af arbejdet med temaopgaverne og konkluderer på denne baggrund, at kun få elever opnåede et tilfredsstillende udbytte af undervisningsaktiviteterne.

Brugen af *temaopgaver* i de gymnasiale matematikfag er, som det fremgår af afhandlingens forskningsspørgsmål, formuleret i kapitel 1 ovenfor, af særlig interesse i afhandlingens optik. I kapitel 7, afsnit 7.1 nedenfor sættes der således fokus på relationer mellem brugen af temaopgaver i det almene gymnasiums matematikundervisning og læringsmuligheder, der knytter sig til elevers matematikfaglige skrivning og skriveudvikling.

Indførelsen af betegnelsen *temaopgaver* i læreplaner og vejledninger for faget matematik på stx trækker tråde til brugen af temaopgaver i analysekurset 2AN på Institut for Matematiske Fag på Københavns Universitet. Den daværende fagkonsulent for matematik på stx og hf, Bjørn Grøn, henviste således eksplicit til brugen af temaopgaver på kurset 2AN, da han, kort inden temaopgaver blev skrevet ind i de gymnasiale matematikfags læreplaner og vejledninger, gjorde rede for, hvad et *projekt* kunne være, og hvordan man kunne arbejde med projekter i de gymnasiale matematikfag på stx og hf (Grøn, 2008). Temaopgaver, som de blev anvendt i kurset 2AN på daværende tidspunkt,

---

<http://uvm.dk/Uddannelser/Gymnasiale-uddannelser/Studieretninger-og-fag/Fag-paa-stx/Studieretningsprojektet-stx> (besøgt marts 2014). Elever på hf-uddannelsen skriver i stedet en *større skriftlig opgave* (SSO). Se <http://www.uvm.dk/Uddannelser/Gymnasiale-uddannelser/Studieretninger-og-fag/Fag-paa-hf/Stoerre-skriftlig-opgave-hf> (besøgt marts 2014).

var således ifølge Grøn "(...) en god model for projekter/ temaopgaver i matematik i gymnasiet og på hf." (Grøn, 2008: 13).

Brugen af temaopgaver på kurset 2AN er beskrevet af Grønbæk og Winsløw i *DidakTips*, som er en skriftserie, der behandler forskellige didaktiske og pædagogiske problemstillinger i matematik- og naturfagsundervisningen på Københavns Universitet.<sup>8</sup> Grønbæk og Winsløw (2004, se også Grønbæk & Winsløw, 2007) beskriver, hvordan de som henholdsvis kursusansvarlig lærer og fagdidaktisk "konsulent" på 2AN udviklede og afprøvede temaopgaver. Formålet med dette var et ønske om "(...) at øge kvaliteten (og måske også mængden!) af de studerendes arbejde. Filosofien er, at det vil øge både det faglige udbytte og oplevelsen heraf." (Grønbæk & Winsløw, 2004: 3) I de beskrevne tilfælde består de anvendte temaopgaver af en række spørgsmål, der knytter sig til et afgrænset område af kursets matematikfaglige indhold, men som ikke er behandlet eksplicit i den øvrige undervisning på kurset. Hver temaopgave indledes således med en angivelse af, hvilke faglige kompetencer temaopgaven skal bidrage til at udvikle hos de studerende, og desuden en angivelse af, hvilke kernespørgsmål de studerendes skriftlige besvarelse kan eller skal indeholde.

Det tilstræbes at nogle af spørgsmålene kan besvares på flere niveauer, således at de studerende får mulighed for at demonstrere forståelse af grundlæggende forhold også selvom kompetencen ikke beherskes med høj grad af sofistikation. (...) Endvidere tilstræbes det at svarene på nogle af spørgsmålene kan opgraderes i løbet af kurset. F.eks. kan en rent beskrivende besvarelse i starten af kurset senere understøttes af en model, eller en konkret egenskab kan senere erkendes som et eksempel på et generelt fænomen.

Grønbæk & Winsløw (2004: 4)

I løbet af et semester blev der i det pågældende kursus stillet 6 temaopgaver, og de studerendes besvarelser af disse dannede grundlag for den mundtlige eksamination, som blev afholdt ved kursets afslutning. Grønbæk og Winsløw (2004: 5) beskriver besvarelsen af en temaopgave som en udvidet eksamensdisposition. I afhandlingens kapitel 7, afsnit 7.1.1 nedenfor gøres der rede for, hvordan opgavegenren temaopgaver fremstilles i læreplaner og vejledninger for faget matematik A på stx, og som det vil fremgå heraf, skylder denne fremstilling en hel del til Grønbæk og Winsløws fremstilling af temaopgaver, som er beskrevet i dette afsnit.

Temaopgaver karakteriseres af Grønbæk og Winsløw (2004) som en ny arbejds- og evalueringsform i den universitære matematikundervisning, og i overskriften til deres artikel om temaopgaver beskrives disse som *et format til fremme og evaluering af dybdelæring*. Grønbæk og Winsløw giver ikke en uddybet dokumentation for, at de studerendes faglige udbytte af kurset 2AN er øget med indførelsen af temaopgaver, men de peger dog på, at både kursets samlede beståelsesprocent og de studerendes karaktergennemsnit ved den afsluttende mundtlige eksamen var steget i forhold til tidligere års undervisning.

---

<sup>8</sup> Serien *DidakTips* er tilgængelig på <http://www.ind.ku.dk/publikationer/didaktips/> (besøgt april 2014).

## 2.2 Studier af matematikfaglig skrivning og skriftlighed

Hæves blikket fra et nationalt, gymnasialt til et bredere internationalt perspektiv, bliver det klart, at også i dette tilfælde findes der kun et begrænset antal studier, der eksplicit fokuserer på, hvordan elever lærer sig matematikfaglig skrivning.

Selvom *sprog* og *sprogbrug* har været et forskningsemne inden for matematikkens didaktik i hvert fald siden 1970'erne (se Auston & Howson, 1979: 177), hersker der en i forskningslitteraturen generel enighed om, at det var David Pimm, der med bogen *Speaking Mathematically. Communication in Mathematics Classrooms* fra 1987 for alvor satte *sprog* på dagsordenen inden for matematikkens didaktik. I bogen beskæftiger Pimm sig både med elevers matematikfaglige talesprog (*mathematical talk*) og skriftsprog (*written mathematical records*), og hans formål er at undersøge og diskutere konsekvenser af at opfatte matematik *som et sprog* i en undervisningsmæssig sammenhæng (Pimm, 1987: 2). Et af de centrale elementer i Pimms bog er hans videreudvikling af Hallidays idé om et *matematisk register* (Halliday, 1975), dvs. den specialiserede form for kommunikation, der anvendes i sociale praksisformer, der involverer matematik, herunder bestemte måder at bruge fagterminologi på, bestemte måder at argumentere på eller bestemte måder at strukturere mundtlige og skriftlige tekster på. Halliday selv havde beskrevet et sprogligt register som "a set of meanings that is appropriate to a particular function of language, together with the words and structures which express these meanings" (Halliday, 1975: 65), og havde i den forbindelse understreget, at han anvendte begrebet *matematisk register* alene med reference til 'naturligt' sprog, dvs. mundtligt og skriftligt verbalsprog (Halliday, 1975: 65). Pimms primære fortjeneste består i, at han udvider Hallidays brug af begrebet *matematisk register* til også at omfatte andre semiotiske ressourcer.

Although it is customary to refer to registers in relation to spoken language, it also makes sense to think of the written register of mathematical symbolism: that is, the collection of symbols and the conventions governing their combination and use to convey mathematical meanings.

Pimm (1987: 184)

En af de forskere, der har været inspireret af en sådan forståelse af begrebet *matematisk register* og af Hallidays socialsemiotik (fx Halliday, 1978, 2003; Halliday & Hasan, 1989) i det hele taget, er Candia Morgan, der gennem en række studier har bidraget til forståelsen af matematikfaglig(e) skrivning, sprog og tekster i uddannelsessammenhænge (se fx Morgan, 1996, 1998, 2005, 2006, 2013 eller Tang, Morgan & Sfard, 2012).

Det i afhandlingens perspektiv mest centrale af Morgans studier er dokumenteret i hendes bog *Writing Mathematically* fra 1998 (Morgan, 1998), der bygger på hendes ph.d.-afhandling (Morgan, 1995). I dette studie undersøger hun, hvordan elever i alderen 14-16 år kan producere tekster, der effektivt kommunikerer deres matematikfaglige indsigter. Morgan retter fokus mod en skriftlig opgavegenre, der på daværende tidspunkt er ny i det engelske skolesystem, og som består af en bestemt type åbne, undersøgende matematikopgaver, som eleverne skal besvare i individuelle rapporter, der efterfølgende bliver bedømt af eksterne censorer. Morgan indsamler og analyserer en

række autentiske elevbesvarelser, og lader derefter en gruppe erfarne matematiklærere evaluere besvarelserne individuelt, mens der *tænkes højt* (*think aloud protocols*). Formålet med dette er at identificere både de eksplicite og de implicite træk ved elevbesvarelserne, som af matematiklærerne anses for passende og anerkendelsesværdige, og som derfor må antages at være kendetegn ved effektiv matematikfaglig kommunikation. I Morgans studie identificeres en række sproglige kendetegn, som matematiklærerne associerer med henholdsvis den *dygtige* og den *mindre dygtige* elev. Den dygtige elevs besvarelse er således kendetegnet ved *tilstedeværelsen af algebra, sproglig abstrakthed* (specielt fravær af referencer til konkrete forhold og brugen af nutidsformer), *brug af korrekt fagterminologi, introduktion af utraditionelle repræsentationsformer eller supplerende problemstillinger*, samt *fraværet af handlingsbeskrivelser*, mens den mindre dygtige elevs besvarelser er kendetegnet ved *konkretthed*, fx brugen af konkrete variabelnavne, naturalistiske diagrammer eller andre bøjningsformer end nutid, *brug af ukonventionelt ordforråd*, medmindre en sådan brug er bakket op af resten af elevbesvarelsens (høje) matematikfaglige niveau, eller *tekstpassager, der er svære for matematiklærerne at forstå* (Morgan, 1998: 203). Herudover er der blandt de interviewede matematiklærere enighed om, at forklaringer i elevbesvarelserne er udtryk for elevers matematikfaglige indsigt. Noget overraskende viser Morgans undersøgelse dog, at den sproglige form af forklaringerne i praksis synes at være lige så afgørende som det matematikfaglige indhold. Hvis elevernes forklaringer er opbygget som argumenter, udløser de i Morgans studie anerkendelse hos matematiklærerne, også selvom indholdet ikke er korrekt fra et matematikfagligt perspektiv.

Morgan mener gennem sin undersøgelse at have gjort op med to myter om elevers matematikfaglige skrivning. Den første af disse er påstanden om, at elever, der ikke formår at skrive effektive matematiktekster, primært mangler generelle, dvs. ikke-fagspecifikke skrivekompetencer. Morgans undersøgelse viser i stedet, at elever og lærere i praksis har *forskellige* forståelser af, hvad der udgør en god matematikfaglig tekst. Samtidig bliver det klart, at en del af de deltagende matematiklærere ikke har et udviklet sprogberedskab til at kommunikere om skriftlige matematikfaglige tekster (Morgan, 1998: 199). En anden beslægtet og ifølge Morgan udbredt myte, som konfronteres gennem studiet, er ideen om, at elevbesvarelser i faget matematik er *transparente*, dvs. at “(...) the production and reading of the texts is unproblematic and that the students’ cognitive processes are represented transparently by the texts.” (Morgan, 1998: 33) Matematikfaglige tekster og tekster i det hele taget er imidlertid aldrig udtryk for en direkte transmission af viden fra skriveren ned på papir og videre derfra ind i hovedet på læseren. “Both writer and reader have their own perceptions of and relations to the subject matter and to each other, all of which influence the construction and interpretation of the text.” (Morgan, 1998: 76).

Selvom Morgans studie og fund er overbevisende, er det indlysende, at de ikke umiddelbart vil kunne overføres til en nutidig dansk gymnasial kontekst. Omvendt virker det sandsynligt, at i hvert fald en del af de kendetegn, der i Morgans studie blev associeret med henholdsvis den dygtige og den mindre dygtige elevs skriftlige besvarelser, også ville kunne identificeres i en for afhandlingen relevant gymnasial kontekst. Det mere overordnede fund vedrørende en transparensopfattelse af elevers matematikfaglig skrivning synes også at være aktuelt og relevant i en dansk gymnasial sammenhæng. Morgans pointe er ikke så banal, som den umiddelbart kan lyde i en tekst- og



skriveforskningssammenhæng, hvor de fleste deltagere må formodes at have et reflekteret forhold til tekstbegrebet. På første side af de seneste udgaver af de opgavesæt der stilles ved de skriftlige eksaminer i matematik for stx, hf og hhx, fremgår det således i forbindelse med bedømmelseskriterier, at ”I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.” (Opgavesæt, stx, matematik A, 6/12 2013, opgavesæt, hf, matematik B, 6/12 2013, opgavesæt, hhx, matematik A, 16/12 2013).<sup>9</sup> I det seneste opgavesæt for htx står der på første side tilsvarende, at ”I bedømmelsen vil der blive lagt vægt på, om tankegangen klart fremgår (...)” (Opgavesæt, htx, matematik A, 13/12 2013).

Hvor Morgan (1998) altså undersøger matematikfaglig skrivning hos elever, der aldersmæssigt befinder sig i nærheden af de elever, der indgår i denne afhandlings empiriske undersøgelser, fokuserer Misfeldt i sin afhandling *Mathematical Writing* fra 2006 (Misfeldt, 2006) på henholdsvis universitetsstuderende og professionelle forskere i matematik. Misfeldt (2006) undersøger, hvordan forskellige teknologier kan støtte matematisk skrivning, og afhandlingen er en sammenfatning af en række teoretiske og empiriske delstudier.

De empiriske studier indbefatter to undersøgelser, hvoraf den første er en interviewundersøgelse af forskere i matematik. Denne undersøgelse viser, at skrivning for de interviewede forskere er en vigtig del af forskningsprocessen, specielt spiller skrivning med pen og papir spiller en central rolle, når der skal udvikles og afprøves ideer. Computere anvendes derimod typisk som skriveredskab, når forskningen skal kommunikeres, fx i forbindelse med skrivning af forskningsartikler. Selve skriveprocessen er inden for den kognitive tradition af skriveforskningen traditionelt blevet beskrevet som en form for *retorisk dreven problemløsning* (fx Bereiter & Scardamalia, 1987), men Misfeldt (2006: 26ff.) udbygger denne skelnen ved på baggrund af de gennemførte interview at identificere fem forskellige funktioner, som matematikfaglig skrivning typisk kan have: *heuristisk* (generering af idéer og begrebslige sammenhænge), *kontrollerende* (verifikation af idéer med deduktivt fokus), *informationsbevarende* (opsamling og opbevaring af idéer), *kommunerende* (kommunikation af idéer til andre) og *producerende* (udarbejdelse af produkt, der kan præsentere idéer).

I det andet empiriske delstudie undersøger Misfeldt via en etnografisk forskningstilgang samarbejdsprocesser hos to grupper af universitetsstuderende i forbindelse med deres arbejde med temaopgaver, som blev omtalt ovenfor i slutningen af forrige afsnit. Misfeldt konkluderer på baggrund af denne undersøgelse, at de studerendes samtaler i forbindelse med kollektive skriveprocesser i nogle tilfælde udfordres af samtalepartnernes behov for at gennemføre individuelle beregninger undervejs i samtalen, og desuden, at papirbaserede matematikfaglige repræsentationer er centrale for de studerendes samtaler om matematikfaglige emner og problemstillinger.

---

<sup>9</sup> Skriftlige opgavesæt til de centralt stillede prøver ved de gymnasiale uddannelser kan findes på Undervisningsministeriets hjemmeside. Se <http://www.uvm.dk/Uddannelser/Gymnasiale-uddannelser/Proever-og-eksamen/Skriftlige-opgavesaet> (besøgt april 2014).

Med udgangspunkt i de empiriske undersøgelser gennemfører Misfeldt en række teoretiske ræsonnementer, hvorigennem han bl.a. udvikler en semiotisk model, der bruges til at analysere matematikfaglige skriveprocesser, som involverer it-baserede skriveredskaber, in casu *LaTeX*, og desuden til yderligere at belyse det ovenfor beskrevne samspil mellem skriftlige og mundtlige kommunikationsprocesser i studerendes kollektive skriveprocesser.

Misfeldt har efterfølgende gennem en række publikationer undersøgt og diskuteret brugen af it i matematikundervisningen, se fx Misfeldt (2008, 2011, 2013 eller Misfeldt & Sanne, 2012), og nedenfor i kapitel 6 tages der i analysen af elevers brug af it-baserede skriveredskaber i de gymnasiale matematikfag udgangspunkt i en teoretisk skelnen mellem it som henholdsvis *matematisk værktøj, medie og undervisningsteknologi* i matematikundervisningen foreslået af Misfeldt (2013: 424ff.).

Ud over Morgans og Misfeldts omfattende studier af matematikfaglig skrivning findes der, så vidt vides, kun ganske få studier af matematikfaglig skrivning, hvor skrivning betragtes som mål i sig selv og ikke primært som et middel til at udvikle andre former for matematikfaglige kompetencer og viden. Eksempler på sådanne studier, hvor fokus er rettet mod matematikfaglig skrivning på universitetsniveau, er Artemeva og Fox (2011) der konkluderer at *Chalk Talk*, hvor undervisere eller studerende skriver en narrativ fortælling på tavlen, mens de mundtligt gør rede for, hvad de tænker undervejs, er den centrale pædagogiske genre i den universitære matematikundervisning, Johnson, Jones, Thornton, Langrall og Rous (1998), der undersøger sammenhængen mellem studerendes skrivning og tænkning i et kursus om sandsynlighedsteori, eller Hansen (2000), der følger en amerikansk ph.d.-studerende og på baggrund heraf stiller spørgsmålstegn ved værdien af at arbejde med at lære sig matematikfaglig skrivning på ikke-matematiske skrivekurser.

Andre eksempler på studier af matematikfaglig skrivning, der fokuserer på grundskoleniveauet, er Phillips og Crespo (1996), der udforsker brugen af matematikfaglige pennevenner i en amerikansk 4. klasse og på baggrund heraf konkluderer, at sådanne aktiviteter kan være med til at udvikle elevernes evner til at kommunikere matematikfagligt, eller Phillips (2002), der udforsker 9- og 10-årige elevers matematikfaglige skrivning i klasserummet og derigennem identificerer en række tydelige indbyrdes forbindelser mellem form, indhold og brug af elevers matematikfaglige skrivning. Pehkonen (2000) har desuden i et studie af 201 elevers skrivning vist, hvordan *sociomatematiske normer* (Yackel & Cobb, 1996), som er mere eller mindre relevante i relation til matematikfagets indholdsdimension, er med til at regulere elevers argumentation, når de skriver matematikfaglige tekster.

Herudover findes der en lang række studier, der, ofte med afsæt i en Vygotsky-inspireret forståelse af læringsbegrebet (Vygotsky, 1978, 1986), undersøger, hvordan skrivning kan hjælpe elever til at lære matematik. Ofte er der tale om verbalsproglig skrivning, specielt i narrative genrer. Hovedparten af disse studier er designstudier, hvor planlagte interventioner i matematikundervisningen afprøves og evalueres. Specielt omkring slutningen af 1980'erne og i 1990'erne dukker en del af disse såkaldte *Writing-To-Learn (WTL)* studier op (se fx Borasi & Rose, 1989; Clarke, Waywood & Stephens, 1993; Davison & Pearce, 1990; Ganguli, 1989; MacGregor,

1990; Masingila & Prus-Wisniowska, 1996; Miller, 1991; Miller & England, 1989; Sabrio & Tintera, 1993; Stempien & Borasi, 1985; Waywood, 1994), men der findes også en del eksempler på nyere studier af denne type (se fx Albert, 2000; Cooley, 2002; Fetzer, 2007; Fried & Amit, 2003; Hensberry & Jacobbe, 2012; Kågesten & Engelbrecht, 2006; Pugalee, 2004; Reilly, 2007; Seto & Meel, 2006). Selvom hovedparten af de anførte studier konkluderer, at verbalsproglig skrivning *kan* katalysere både kognitive og affektive læreprocesser knyttet til matematikfaget, er der løbende dukket studier op, som stiller spørgsmålstegn ved en sådan konklusion. Eksempler på sådanne er Swinson (1992), der i sin undersøgelse af 57 australske gymnasier kun finder begrænsede effekter af verbalsproglig skrivning i matematikundervisningen, Solomon og O'Neill (1998), der på baggrund af et historisk studie advarer mod brugen af narrative genrer i matematikundervisningen, eller Porter og Masingala (2001), der sammenligner to elevgrupper, hvoraf kun den ene har arbejdet med WTL-aktiviteter i matematikundervisningen, og ikke finder nogen signifikante forskelle mellem de to gruppers præstationer ved den efterfølgende skriftlige eksamen. Morgan (1998: 35) har ganske præcist opsummeret kritikken af WTL-studier inden for matematikkens didaktik ved sin påpegning af, at "There is some evidence suggesting specific gains for some type of activity; overall, however, the evidence is limited and largely anecdotal."

### 2.3 Studier af matematikfagligt skriftsprog

Den sidste gruppe af studier, der knytter sig til matematikfaglig skrivning og skriveudvikling, og som vil blive beskrevet i dette kapitel, er studier af matematikfagligt skriftsprog. I den sammenhæng vil der blive skelnet mellem to typer af studier.

I den første af disse typer beskrives og analyseres matematikfagligt skriftsprog med det formål at udsige noget om andre fænomener end selve skrivningen, ofte elevers brug af beskrivelser og forklaringer i matematikfaglige aktiviteter (se fx Arzarello & Sabena, 2011; Bahls, Mecklenburg-Faenger, Scott-Copses & Warnick, 2011; Craig, 2011; Kline & Ishii, 2008 eller Shield & Galbraith, 1998). I sådanne studier er det altså den retoriske dimension af sproget, der er i fokus, ikke sproget i sig selv. Når der alligevel peges på denne gruppe af studier i denne sammenhæng, skyldes det, at der i en del af disse studier udvikles teoretiske modeller til at analysere skriftlige matematikfaglige tekster, og herigennem fokuseres der på interessante kendetegn ved matematikfagligt sprog. Af speciel interesse for afhandlingen er igen Morgan (1996), der udvikler en analysemodel for skriftlige elevtekster i faget matematik, samt Herbel-Eisenmann (2007) og Herbel-Eisenmann og Wagner (2007), der videreudvikler Morgans analysemodel i forbindelse med undersøgelser af matematikfaglige lærebøger fra grundskolen. I analysen af elevers skriveudvikling nedenfor i kapitel 8 tages der afsæt i disse analysemodeller af skriftlige matematikfaglige tekster.

I den anden type af studier rettes fokus mod matematikfagligt skriftsprog i sig selv. En betydelig del af disse studier er inspireret af Halliday (1978; Halliday & Matthiessen, 2004) og hans systemisk funktionelle lingvistik (se fx Huang & Normandia, 2007; O'Halloran, 2005, 2009; Schleppegrell, 2007, 2010, 2012 eller Veel, 1999; for et nordisk eksempel, se Maagerø & Skjelbred, 2010), men der findes også eksempler på sådanne studier, som bygger på andre semiotiske tankesæt (se fx Anderson, Sáenz-Ludlow, Zellweger & Cifarelli, 2003; Ernest, 2006; 2008a, 2008b, 2008c eller Rotman, 1988, 2000).

Det mest iøjnefaldende kendetegn ved skriftlige matematikfaglige tekster er formentlig brugen af tal og matematiske symboler. Gennem brugen af matematiske symboler kan mening indkodes på måder, der involverer en maksimal grad af meningskondensering, og som derfor gør det muligt at beskrive og manipulere logiske relationer på måder, der ikke er mulige i andre typer af semiotiske ressourcer, som fx det skriftlige verbalsprog (O'Halloran, 2005). Prisen for en sådan kondensering af mening er de matematiske symbols manglende evne til at kontekstualisere de processer, der finder sted inden for matematikkens domæne. Vigtig mening realiseres derfor gennem det skriftlige verbalsprog i matematikfaglige tekster, idet verbalsproget netop evner at introducere, beskrive, præsentere og forklare på måder, der ikke kan realiseres ved hjælp af matematiske symboler (Maagerø & Skjelbred, 2010). Matematiske diagrammer, som fx grafer, tabeller eller geometriske figurer, supplerer det matematikfaglige symbolsprog og det skriftlige verbalsprog ved at udtrykke rumlige og abstrakte sammenhænge, og derved tilbyder diagrammer intuitive forståelser af matematiske objekter og relationer, som kan supplere de to andre grundlæggende semiotiske ressourcer i matematikfaglige tekster (O'Halloran, 2005).

I afhandlingen følges O'Hallorans sprogbrug, idet skriftligt verbalsprog, matematiske symboler og matematiske diagrammer omtales som *semiotiske ressourcer*, dvs. systemer af mening, som mennesker har til rådighed, når de vil kommunikere (O'Halloran, 2005: 10ff., 2009: 98f.). Skriftlige matematikfaglige tekster er derfor ofte *multisemiotiske*, dvs. de involverer mere end én semiotisk ressource. Eksempelvis kan tekster indeholde både skriftligt verbalsprog og matematiske symboler. De matematikfaglige tekster, der studeres i afhandlingen, er som oftest *monomodale*, dvs. at de kun involverer en (visuel) modalitet, men de kunne principielt være *multimodale*. Et eksempel på sidstnævnte kunne være en hjemmeside på internettet, hvor der både benyttes skriftsprog (visuel modalitet) og lyd (auditiv modalitet) til at kommunikere matematikfagligt indhold (O'Halloran, 2009: 98f.). En sådan brug af begrebet *modalitet* er en anelse anderledes end den, der typisk anvendes i de teorier om multimodalitet (se fx Jewitt, 2009 eller Kress & Van Leeuwen, 2001), som der refereres til i en betydelig del af den nutidige skriveforskning.

Afvigelserne mellem en lærebog fra de gymnasiale matematikfag og løsningen på en matematikopgave nedfældet af en elev i grundskolens 2. klasse er så store, at det formentlig vil være mere oplagt at pege på forskelle end på ligheder mellem de to typer af matematikfaglige tekster. På trods af dette understreges det i flere studier, at det faktisk *er* muligt at udpege en række kendetegn for skriftlige tekster, der anerkendes som matematikfaglige på tværs af skolens domæne. I et nyligt studie undersøger Österholm og Bergqvist (2013), hvad der generelt kendetegner skriftligt verbalsprog, som anvendes i matematikfaglige tekster. På baggrund af en systematisk gennemgang af forskningslitteraturen identificerer Österholm og Bergqvist 311 påstande, der vedrører brugen af skriftligt verbalsprog i skriftlige matematikfaglige tekster. De sammenfatter disse i otte overordnede kategorier, der kan beskrives ved følgende generelle påstande om matematikfagligt sprog.

1. Matematikfaglige tekster er kendetegnet ved en udpræget brug af *fagbegreber*.
2. Matematikfaglige tekster er kendetegnet ved deres *kompakthed*.
3. Matematikfaglige tekster er kendetegnet ved *præcision* og *entydighed*.<sup>10</sup>
4. Matematikfaglige tekster er kendetegnet ved deres *kompleksitet*.
5. Matematikfaglige tekster er kendetegnet ved deres *klare struktur*.
6. Matematikfaglige tekster er kendetegnet ved en udpræget brug af *logiske relationer*.
7. Matematikfaglige tekster er kendetegnet ved at indeholde en *variation af stilarter og skrivehandlinger*, men narrativer anvendes kun sjældent.
8. Matematikfaglige tekster er kendetegnet ved, at *menneskelige agenter sjældent optræder* i teksten.

Inden for syv af de otte kategorier finder Österholm og Bergqvist en udpræget grad af konsensus i forskningslitteraturen, men de konkluderer på trods af dette, at kun ganske få af de identificerede påstande rent faktisk er underbygget via empiriske studier eller logiske argumenter, hvilket på sin vis er overraskende den betydelige mængde studier taget i betragtning (jf. referencer ovenfor). I de fleste tilfælde benyttes påstandene enten med reference til andre dele af forskningslitteraturen, på baggrund af korte eksempler eller uden nogen form for bagvedliggende argument. De otte påstande kan således tilsammen forstås som den for tiden hegemoniske diskurs om skriftligt verbalsprog i matematikfaglige tekster og ikke nødvendigvis som empirisk dokumenterede kendetegn ved matematikfaglige tekster. Påstandene er imidlertid det foreløbige bedste bud på en sammenfatning af, hvilke kendetegn der knytter sig til brugen af skriftligt verbalsprog i matematikfaglige tekster, og der vil derfor blive refereret tilbage til disse otte påstande som typiske kendetegn ved matematikfagligt skriftsprog i afhandlingens analyser.

---

<sup>10</sup> Sammenlignet med de syv andre kategorier finder Österholm og Bergqvist (2013) en lavere grad af konsistens mellem de identificerede udsagn i forskningslitteraturen inden for denne kategori.

### 3 Teoretisk ramme

Formålet med dette kapitel er at gøre rede for de teoretiske grundforståelser, der abonneres på i afhandlingen. Kapitlet er derfor bygget op omkring afhandlingens tre centrale teoretiske grundbegreber: *læring*, *tekst* og *skrivning*, der i det følgende defineres og diskuteres. Begreberne læring, tekst og skrivning udgør således den struktur, hvorudfra øvrige relevante begreber og deres indbyrdes relationer udvikles i kapitlet. Gennem en sådan positionering i det teoretiske landskab fastlægges samtidigt rammerne for afhandlingens efterfølgende kapitel om metode og de herpå følgende analytiske kapitler.

Ethvert teoretisk perspektiv på skrivning og skriftlighed er indlejret i bestemte forståelser af begrebet læring, og i overensstemmelse med opfattelsen af skrivning som en social praksis, anlægges der i afhandlingen et sociokulturelt perspektiv på begrebet læring (Vygotsky, 1978, 1986; Wertsch, 1998). En sådan forståelse af læringsbegrebet uddybes i det følgende afsnit 3.1.

Man gør noget, når man skriver. Og et afgørende aspekt af denne gøren knytter sig til skrivningens funktion som *kommunikation*. Med afsæt i dette aspekt ved skrivning defineres skriftlige og mundtlige tekster i det efterfølgende afsnit 3.2 som *ytringer*, der ifølge Bakhtin (1986) kan anskues som den sproglige kommunikations grundlæggende enhed.

De følgende afsnit 3.3 til 3.7 bygger videre på disse forståelser af lærings- og tekstbegrebet og fokuserer på begrebet *skrivning*. Skrivning er en aktivitet, der foregår i tid og rum, og som udføres af nogle faktiske mennesker i nogle konkrete situationer på baggrund af nogle mere eller mindre afklarede formål med og forventninger til skrivningen. Derfor anskues skrivning i afhandlingen grundlæggende som en *social praksis*. I forlængelse af det kommunikative perspektiv på tekstbegrebet vil skrivning således blive fremstillet som en formålsrettet kommunikativ gøren, der finder sted i situerede hændelser, og som altid er indlejret i en bredere social kontekst.

#### 3.1 Et sociokulturelt perspektiv på læring

I afhandlingen anlægges der et sociokulturelt perspektiv på begrebet læring. Den centrale inspirationskilde er Lev. S. Vygotsky (1896-1934), hvis teorier om udvikling og læring (Vygotsky, 1978, 1986) danner grundlag for en betydelig del af nyere skriveforskning (se fx Krogh, 2003; Prior, 2006 eller Wittek & Dale, 2013).

Vygotsky beskrev på baggrund af sine studier af sprogets funktioner den menneskelige udvikling af *højere mentale funktioner*. Han skelnede i den forbindelse mellem *naturlige mentale funktioner*, som er medfødte, biologisk fastlagte funktioner, og *højere mentale funktioner*, som er et særligt kendetegn ved den menneskelige bevidsthed, og som omfatter kulturelle redskaber som skrivning, tal- og sprogbrug, men også kognitive redskaber som selektiv opmærksomhed, logisk hukommelse og begrebsdannelse (Vygotsky, 1978, 1986).

Every function in the child's cultural development appears twice: first, on the social level, and later, on the individual level; first, *between* people (*interpsychological*), and then *inside* the child (*intrapsychological*). This applies equally to voluntary attention, to logical memory, and to the formation of concepts. All the higher functions originate as actual relations between human individuals.

Vygotsky (1978: 57)

Som beskrevet i uddraget foregår den menneskelige udvikling af højere mentale funktioner, det vil sige *læreprocesser*, ifølge Vygotsky således gennem *internalisering* eller *appropriering*, hvor ydre sociale og kulturelle processer rekonstrueres som indre processer hos den enkelte. Der er ikke tale om en flytning af 'noget ydre' til 'noget indre', men derimod netop om processer, hvor den enkeltes mentale funktioner *rekonstrueres* gennem en udveksling mellem individ og omverden.

Centralt for sådanne approprieringsprocesser er ifølge Vygotsky brugen af *artefakter* eller *medierende redskaber*, idet appropriering altid foregår gennem *mediering*, det vil sige en form for mægling eller mellemkomst. Artefakter er redskaber, som individet kan anvende i sin udveksling med den omgivende verden, og er aldrig blot neutrale objekter i relation til individets handlemuligheder i en given situation. Redskabets beskaffenhed er med til at forme individets handlinger og påvirker derigennem de internaliserede mentale processer i bestemte retninger. Medierende redskaber kan være konkrete fysiske ting som fx lommeregner, lærebøger eller mikroskoper, men der kan også være tale om mentale redskaber, som fx sproget eller forskellige tegnsystemer.

Det naturlige sprogs særlige potentiale med hensyn til at mediere mellem sociale og kulturelle kontekster og individers kognitive processer gør det ifølge Vygotsky til det mest betydningsfulde medierende redskab. Verbalsproget er i Vygotskys optik således både en højere mental funktion i sig selv og et afgørende medierende redskab i forbindelse med dannelsen af nye højere mentale funktioner. Sproget er således et afgørende kognitivt erkendelsesværktøj, og i forlængelse heraf anser Vygotsky skrivning som en tænkningens teknologi, hvorigennem både begrebsdannelse og kreative tankespring kan aktualiseres (jf. Krogh, 2003).

Et helt centralt begreb i Vygotskys tænkning er ideen om *den nærmeste udviklingszone*.

It is the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers.

Vygotsky (1978: 86)

Den nærmeste udviklingszone kan således forstås som zonen mellem elevens eksisterende udviklingsniveau og det niveau, de har mulighed for at nå med støtte fra kompetente ligemænd, og dette felt konstitueres af elevens måder at benytte sine omgivelser på, fx ved at søge hjælp hos andre deltagere i situationen (Vygotsky, 1978: 85f.). Derved peger Vygotsky på den centrale betydning af *samarbejde* og *imitation* i relation til *læring*.

Således bliver for al indlæringspsykologi det øjeblik centralt og betydningsfuldt, hvor barnet i samarbejdssituationen kan hæve sig til et højere intellektuelt niveau og ved imitationens hjælp fortsætte videre fra det, som det allerede kan, til det, det endnu ikke kan. Heri ligger indlærings betydning for udviklingen; dette er, hvad vi forstår ved den nærmeste udviklingszone.

Vygotsky (1971: 288f.)

Med begrebet *den nærmeste udviklingszone* rettes fokus således mod elevers *udviklingspotentiale*, snarere end mod deres aktuelle faglige niveau, og i afhandlingen indrammer en sådan læringsforståelse et analytisk fokus på elevers *læringsmuligheder*, der i denne sammenhæng forstås som de muligheder for matematikfaglig skriveudvikling, forskellige skrivesituationer kan tilbyde elever.

Ofte knyttes en sociokulturel forståelse af læring til *socialisering*. At lære er i den forstand at blive socialiseret, og socialiseringsprocesser foregår, som nævnt ovenfor, ved at mennesker approprierer, det vil sige tilegner sig, tilgængelige kulturelle ressourcer gennem internaliseringsprocesser. Dette indebærer ifølge Prior (2006) imidlertid ikke nødvendigvis en forestilling eller målsætning om, at den enkelte elev skal formes til en prototype på linje med resten af klassens, skolens eller sågar kulturens elever.

In activity, people are not only socialized (brought into alignment with others) as they appropriate cultural resources but also individuated as their particular appropriations historically accumulate to form a particular individual.

Prior (2006: 55)

Socialisering udelukker med andre ord ikke muligheden for individualisering i en sociokulturel forståelse af læring, og Prior (1998) advarer i forlængelse heraf imod, at socialiseringsprocesser opfattes som envejs kulturtilegnelsesprocesser, hvor det alene er individet, der socialiseres ind i nogle på forhånd givne og på forhånd fastlagte kulturelle strukturer og diskurser (Gee, 1996: 131).

Disciplinary enculturation then refers not to novices being initiated, but to the continual processes whereby an ambiguous cast of relative newcomers and relative old-timers (re)produce themselves, their practices, and their communities.

Prior (1998: xii)

Selvom det også i afhandlingen ligger som en grundantagelse, at læreprocesser er dialektiske og kontinuerligt involverer både 'newcomers' og 'old-timers', virker det for mig at se rimeligt at tale om, at matematikfaglig skriveudvikling og det at lære matematik mere generelt for elever involverer processer, hvor de socialiseres ind i *relativt stabile* matematikfaglige kulturer, og hvor de må forsøge at appropriere matematikfagets *konventionelle* faglige registre og udtryksmåder. At lære fag vil således altid indebære, at elever tilegner sig fagets sprog og tænkemåder (Maagerø & Skjelbred, 2010; Vollmer, 2009).



### 3.1.1 Læring, identitet og identifikation

Ivanič (1998, 2004, 2006) peger med udgangspunkt i en sociokulturel forståelse af læringsbegrebet på, at elevers læreprocesser er knyttet til *identifikationsprocesser*, det vil sige, i hvilken udstrækning elever identificerer sig med de værdier, overbevisninger, mål og aktiviteter, som prototypiske deltagere i de pågældende læringsaktiviteter står for.

The default meaning of 'identification' turns 'identity' from a noun to a verb: it treats identity not as a state but as a process (...). There is also a stronger, more active meaning of 'identification' which is found particularly in Wenger (1998) and Gee (2003, 2005): a desire to identify. Identification in this strong sense is essential to full participation, and is what makes identity work happen. When participating in an activity, it will make a massive difference whether a person does or doesn't identify with the sort of people who are its 'subjects', and whether they take to themselves its 'object(s)'.

Ivanič (2006: 14)

Ivanič foreslår, at *identifikation* er "(...) the key factor in learning, in language learning and in transformation of practices across contexts." (Ivanič, 2006: 1), og selvom den påstand måske er for kategorisk, deler jeg det synspunkt med Ivanič og andre (se fx Gee, 2001, 2003, 2005; Hall, 1996; Kress, 1997, Lave & Wenger, 1991 eller Wenger, 1998), at identifikationsprocesser er et betydningsfuldt element af elevers læreprocesser. I forlængelse heraf opfatter jeg *identifikation* og *identitet* som nyttige analytiske begreber at gå til undersøgelser af elevers skrivning med, hvis man, som det er tilfældet i afhandlingen, ønsker at undersøge forholdet mellem elevers deltagelse i forskellige skrivesituationer og deres muligheder for at appropriere fagkultureernes vidensformer og udtryksformer. I den empiriske del af afhandlingen søges der således bl.a. gennem interviewsamtaler med elever efter identifikationer og identifikationsmønstre, der relaterer sig til matematikfaglig skrivning. Det er i den forbindelse vigtigt at skelne mellem begreberne *identifikation* og *identitet*, der trods deres oplagte familiaritet typisk adresserer forskellige aspekter af skrivning og læring.

Begrebet *identitet* er i løbet af de seneste år blevet særdeles fremtrædende, både inden for skriveforskningen (Hyland, 2009: 69ff.) og inden for matematikkens didaktik (se fx Braathe, 2008; Grootenboer & Zevenbergen, 2008; Sfard & Prusak, 2005 eller Steentoft & Valero, 2009). James Paul Gees forslag om at benytte identitetsbegrebet som en analytisk linse i uddannelsesforskningen har således fundet resonans inden for begge disse forskningsområder (Gee, 2001). Ifølge Steentoft og Valero (2009: 55) er den hastigt voksende brug af identitetsbegrebet inden for matematikkens didaktik især knyttet til den kendsgerning, at flere og flere studier benytter sociokulturelle og post-strukturalistiske teorier som deres fundament. Jeg vil tilføje, at dette formentlig går hånd i hånd med det stigende antal studier inden for matematikkens didaktik, der på den ene eller den anden måde beskæftiger sig med diskursbegrebet (se Ryve, 2011), da et sådant fokus ofte vil involvere opmærksomhed på, hvordan sociale identiteter konstrueres og forhandles i forskellige sammenhænge (De Fina, 2011).

Som Gee (2001: 99) understreger, forstås og benyttes begrebet identitet på mange forskellige måder i uddannelsesforskningen. I afhandlingen affilierer jeg mig med den del af forskningslitteraturen, der forstår identitet som et *socialt*, modsat et *indre*, fænomen, der gensidigt ko-konstrueres mellem forskellige deltagere i en given situation, og som er knyttet til de diskurser, der er tilgængelige for deltagerne i den givne situation, jf. følgende uddrag.

We perform identity work by constructing ourselves as credible members of a particular social group, so that identity is something we do; not something we have. Almost everything we say or write, in fact, says something about us and the kind of relationship we want to establish with others.

Hyland (2009: 70)

Vi *gør* alle sammen hele tiden identitet, og denne *gøren* kalder Gee (2003) for *identitetsarbejde* (*Identity work*). Identitet kan således forstås som forhandlede måder at deltage i forskellige sociale grupper, kulturer og institutioner på, og en disse deltagelsesmåder er skrivning. Identitetsbegrebet, som det fremstilles her, er derfor knyttet til en forståelse af skrivning som en social praksis (se afsnit 3.3 nedenfor).

Saying that literacy has a social meaning is going further than saying that there are social dimensions to it or that it exists within a social context. Literacy is embedded in institutional contexts which shape the practices and social meanings attached to reading and writing. Within these social contexts, the act of reading or writing becomes symbolic. The very act of reading and writing takes on social meanings: it can be an act of defiance, or an act of solidarity, an act of conforming, or a symbol of change. We assert our identity through literacy.

Barton (2007: 46)

I en gymnasial sammenhæng er det ofte tilfældet, at elever skriver individuelle noter, når klassens lærer gennemgår fagligt stof, der er nyt for eleverne. Selvom denne form for skrivning varierede fra klasserum til klasserum i de fire klasser, hvor jeg observerede matematikundervisning i forbindelse med de gennemførte case-studier (se kapitel 4, afsnit 4.2), fyldte den dog ganske meget i alle fire klasserum. I en interviewsamtale med én af eleverne fra én af de fire klasser (se Figur 11, s. 89) talte vi om hendes oplevelse af overgangen fra folkeskole til gymnasial uddannelse.

- Steffen: Prøv at fortælle om, hvordan du oplevede overgangen fra folkeskolen og så til gymnasiet?
- Anna: Jeg synes, det var rigtig svært i starten, for jeg kunne godt mærke, at jeg kom fra en skole, hvor vi ikke havde lært lige så meget (...) Vi har rigtig mange privatskolebørn i klassen.
- Steffen: I den klasse, du går i nu?
- Anna: Ja. Og jeg synes der er mange, der har lært meget mere, også fordi jeg var ikke vant til at skulle tage noter i undervisningen. Det har aldrig faldet mig ind, men da jeg så startede her, så havde alle andre bare noter fra deres folkeskole, og det forstod jeg slet ikke, for det havde jeg ikke. Det havde jeg bare ikke.
- Steffen: Ikke i nogen fag?
- Anna: Nej. Det var kun til eksamen, når man skulle lave eksamenslæsning, at jeg begyndte at tage noter. Jeg syntes, det var meget svært i starten. Også det der med, man er trods alt 30 mennesker, der kommer fra hver sit sted, og man kender ikke nogen, og man ved ikke, hvor folk ligger henne fagligt, men det finder man jo så hurtigt ud af, kan man sige. Men altså, nu synes jeg, at jeg er godt med, og man falder hurtigt ind i rutinerne.
- Steffen: Hvad gjorde du så? Hvis vi tager fat i det med noter. Hvordan reagerede du så?
- Anna: Jamen altså, jeg havde slet ikke nogen notesblok med.

Interview 1 med Anna, oktober 2011

Med identitetsbegrebet som analytisk indgang ser vi, hvordan Annas skifte fra folkeskolen til den gymnasiale uddannelse var forbundet med forhandling og konstruktion af nye sociale identiteter, som blandt andet var knyttet til måder at bruge skrivning på i klasserummet. Noteskrivningen er for Anna en form for skrivning, der i første omgang er fremmed, og hendes manglende kendskab til og rutinemæssige brug af noteskrivning er med til positionere hende som en elev, der endnu ikke hører hjemme i den gymnasiale undervisnings skrivekulturer (se afsnit 3.6 nedenfor). Men Anna identificerer sig ikke med en sådan positionering. Hun *vil* høre til i de gymnasiale skrivekulturer, og derfor kræver situationen *reparationsarbejde* (*Repair Work*) (Gee, 2003). Noteskrivningen, der i første omgang markerede hendes sociale identitet som ikke-gymnasieelev, stiller bestemte *subjektspositioner* eller *muligheder for selvhed* (Ivanič, 1998: 27) til rådighed, som Anna med tiden bliver i stand til at indtage. Noteskrivning bliver på den måde en form for identitetsarbejde (Gee, 2003), der antager symbolsk karakter, jf. Barton ovenfor, i den givne situation. Noteskrivningen er på den måde med til at konstruere Annas nye sociale identitet som gymnasieelev og hendes socialisering til de gymnasiale skrivekulturer.

Elever positioneres og positionerer sig, som eksemplet med Anna illustrerer, således i forhold til de forskellige sociale identiteter, der er tilgængelige for dem i givne skrivekulturer, fx ved at affiliere sig, eller *ikke* affiliere sig, med disse og handle derefter. Sociale identiteter er således ikke uforanderligere positioner, som mennesker kan vælge at indtage eller ikke at indtage. De er aldrig endegyldigt fastlagte og dermed altid principielt til forhandling og mulige at forandre, selv inden for uddannelsesinstitutioners indlejrede ofte asymmetriske magtstrukturer (Kronholm-Cederberg, 2009: 43).

Det er ikke kun den måde, skrivning *anvendes* på i sociale sammenhænge, der knytter sig til identitet og identifikation. Også i skrivningens produkter, selve teksterne, konstrueres sociale identiteter gennem de måder, skrivere positionerer sig på.

Writing is an act of identity in which people align themselves with socio-culturally shaped possibilities for self-hood, playing their part in reproducing or challenging dominant practices and discourses, and the values, beliefs and interests which they embody.

Ivanič (1998: 32)

Ivanič har i den forbindelse i flere omgange diskuteret og videreudviklet ideen om *skriveridentitet* (*Writer Identity*), og hun beskriver fire med hinanden forbundne betydninger af begrebet, eller *måder at tænke på en persons identitet i selve skrivesituationen* (Burgess & Ivanič, 2010; Ivanič, 1998). Ivanič (1998: 23ff.) skelner således mellem:

- *det diskursive selv* (*Discoursal self*), som er det, i nogle tilfælde forskelligartede, indtryk, en skriver mere eller mindre bevidst konstruerer af 'sig selv' i en konkret tekst,
- *forfatterselvet* (*Authorial self* eller *Self as author*), som for Ivanič er det delaspekt af det diskursive selv, der kan knyttes til de måder, hvorpå skriveren fremstår som forfatterautoritet i teksten, fx gennem de måder, hvorpå skriveren tilskriver sig selv eller andre autoriteten for tekstens indhold og form,
- *det autobiografiske selv* (*Autobiographical self*), som er de sociale identiteter, skriveren bringer med sig til skrivesituationen, og som igen påvirkes af den, og som er formet af skriverens tidligere sociale historie, herunder oplevelser og erfaringer knyttet specifikt til skrivning, og endelig
- *de i situationen tilgængelige muligheder for selvhed* (*Possibilities of selfhood*), som er de prototypiske sociale identiteter eller subjekspositioner, som er tilgængelige for skriveren i den givne skrivesituation.

Det ligger uden for dette kapitels ramme og fokus at give en uddybende redegørelse for og diskussion af hvert af de fire aspekter af skriveridentitet i relation til matematikfaglige tekster, men jeg har givet et bud på en sådan teoretisk 'overførsel' i Iversen (2013), hvor analytiske greb fra den systemisk-funktionelle lingvistik (fx Halliday & Matthiessen, 2004), inddrages.

Skriveridentitetsbegrebet tilbyder en begrebsramme, der kan være nyttig, når formålet er at forstå, hvordan elever forsøger at udtrykke faglig identitet i deres skriftlige tekster. Specielt ideerne om *det diskursive selv* og *de i situationen tilgængelige muligheder for selvhed* har været anvendt som nyttige tænkeredskaber i afhandlingens analytiske dele.

### 3.2 Tekster er ytringer

Vi kan med Skjelbred (2013: 57) indledningsvist definere en *tekst* som "(...) en meningsbærende og sammenhengende enhed der ulike semiotiske tegn benyttes til et kommunikativt formål." En sådan definition af begrebet tekst udpeger teksters kommunikative natur. Netop dette forhold har afgørende betydning for den måde, tekstbegrebet forstås på i afhandlingen, idet der her anlægges et *kommunikativt perspektiv* på tekster, der forstås som *ytringer*. Forståelsen af begrebet tekst hentes i afhandlingen således hos Bakhtin (1986), der argumenterer for, at den *kommunikerende ytring* må forstås som sprogets grundlæggende enhed.

En ytring er for Bakhtin ikke en abstrakt grammatisk sætning fjernet fra dens kontekst, men derimod enhver konkret afsluttet sproglig handling, der afgrænser en enhed af kommunikativ mening (Ongstad, 2006: 253).

When we select words in the process of constructing an utterance, we by no means always take them from the system of language in their neutral, dictionary form. We usually take them from other utterances, and mainly from utterances that are kindred to ours in genre, that is, in theme, composition, or style.

Bakhtin (1986: 87)

Selvom Bakhtin i uddraget peger på, at vi bruger og genbruger andre ytringer, når vi selv konstruerer ytringer, er ytringen altid unik og udsiger derfor noget fundamentalt nyt, eftersom den, der ytrer sig, ikke tidligere har ytret netop dette i netop denne situation. Ytringen er således forbundet med den sociale kontekst, hvori den ytres, idet den nødvendigvis trækker på og får sin mening igennem de i den sociale kontekst mulige potentialer for mening. Bakhtin beskriver dette forhold ved at sige, at den, der ytrer sig, altid ytrer sig inden for en eller anden *talegenre* (*speech genre*), som ytringen får sin mening igennem.

En ytring kan være ganske kort eller særdeles omfangsrig. I den forstand vil både et fuldt udfoldet studieretningsprojekt på 25 sider i faget matematik, en elevnote på en enkelt linje i notehæftet eller en lærerkommentar til en konkret elevbesvarelse kunne forstås som ytringer i en Bakhtinsk optik.

#### 3.2.1 Ytringer er triadiske

Den norske tekst- og skriveforsker Sigmund Ongstad har peget på, at enhver form for kommunikation nødvendigvis må indeholde mindst tre konstituerende elementer. For at man kan tale om egentlig kommunikation, må der være *nogen*, der udtrykker *noget* til *nogen*. Hvis et af disse aspekter mangler, bryder kommunikationen sammen, og derfor fungerer den triadiske gensidighed

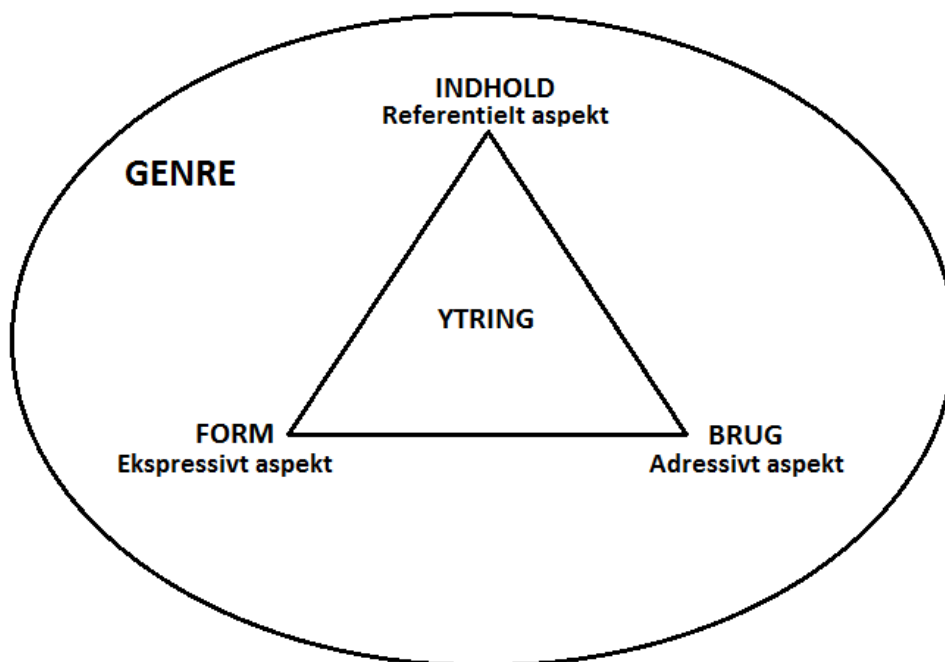
mellem de tre nævnte elementer som selve definitionen af, hvad kommunikation er (Ongstad, 2006: 255, 2004: 94f.)

I Ongstads fortolkning begrebsliggør Bakhtin denne kommunikationens nødvendige triade gennem sin understregning af, at enhver ytring konstitueres af tre med hinanden forbundne aspekter: *ekspressivitet*, det forhold, at den, der ytrer sig, altid forholder sig til det, der ytres, *referentialitet*, det forhold, at ytringen altid handler om noget, og *adressivitet*, det forhold, at ytringen altid er rettet mod nogen.

All of these three triadic aspects, respectively expressivity, referentiality, and addressivity, occur in any utterance and will be taken from available meaning potential (genres) to utter in communicatively different ways.

Ongstad (2006: 523)

Ongstad oversætter disse tre aspekter af ytringen til *form*, *indhold* og *brug*. Enhver ytring (og genre) vil således ifølge Ongstad kunne forstås som havende tre på en gang forbundne aspekter: et *ekspressivt* eller *strukturelt* aspekt (form), et *referentielt* aspekt (indhold), og et *adressivt* aspekt (brug) (se Figur 1).



Figur 1 Model af ytringens triadiske natur (Gengivet efter Smidt, 2010a, s. 24)

Når vi forstår tekster som ytringer, peger den triadiske forståelse således på, at der er tre generiske spørgsmål, som kan stilles til alle tekster, og som hver især adresserer de tre aspekter: form, indhold og brug (se også Smidt, 2010a: 23).

- Hvad er tekstens formmæssige udtryk?
- Hvad er tekstens indhold?
- Hvordan skal teksten bruges?

Solheim, Larsen og Torvatn (2010: 40f.) argumenterer for, at kommunikationstriaden gengivet ovenfor på Figur 1 er meningsfuld i forhold til konkrete tekster, men også i forhold til *situationer*, hvor skrivning finder sted i sociale sammenhænge. I det norske projekt SKRIV<sup>11</sup> er triaden således blevet anvendt til analyse af både tekster og skrivesituationer og som tænkemodel i samtaler med elever og lærere (Smidt, 2010a: 23).

### 3.2.2 Ytringer er dialogiske

Ytringer er, jf. ovenstående definition, aldrig isolerede fænomener, men må, som Bakhtin (1986: 84) formulerer det, i stedet forstås som led i fortsatte kæder af kommunikation.

Utterances are not indifferent to one another, and are not self-sufficient; they are aware of and mutually reflect one another (...) Every utterance must be regarded as primarily a response to preceding utterances of the given sphere (we understand the word 'response' here in the broadest sense). Each utterance refutes, affirms, supplements, and relies upon the others, presupposes them to be known, and somehow takes them into account.

Bakhtin (1986: 91)

Enhver ytring må således forstås som et svar, hvor den, som ytrer sig, principielt går i dialog med alt det, som tidligere er sagt eller skrevet. Men ytringer kan ikke forstås *alene* som svar. Når en elev skriver en besvarelse af en skriveordre, er teksten ikke kun et svar på et spørgsmål, det er også en invitation til nye svar, ytringer, i det konkrete eksempel fx en respons fra læreren.

[...] from the very beginning, the utterance is constructed while taking into account possible responsive reactions, for whose sake, in essence, it is actually created. As we know, the role of the others for whom the utterance is constructed is extremely great. [...] From the very beginning, the speaker expects a response from them, an active responsive understanding. The entire utterance is constructed, as it were, in anticipation of encountering this response.

Bakhtin (1986: 94)

Derved kan elevens tekst ikke alene forstås som et svar på foregående ytringer, som fx skriveordrer, men netop som led i en fortsat kæde af kommunikative ytringer, hvor hver enkelt ytring altid

---

<sup>11</sup> Se kort introduktion til projekt SKRIV (*Skriving som grunnleggende ferdighet og utfordring i Trondheim*) i kapitel 2, afsnit 2.1.

responderer på foregående ytringer og tager hensyn til eventuelt kommende ytringer. Enhver ytring er for Bakhtin således i sin natur *dialogisk*. En konsekvens af dette er, at den person, som ytrer sig, altid mere eller mindre bevidst *positionerer sig*, både i forhold til det, der tales eller skrives om (det referentielle aspekt), i forhold til det formmæssige udtryk (det strukturelle/ekspressive aspekt), og i forhold til forventninger om fremtidige ytringer (det adressive aspekt) (Smidt, 2010a: 19).

The utterers have to position actively in relation to the three mutual processes of expressing, referring, and addressing. Thus any utterance will inevitably have three reciprocally defined dimensions, aspects and processes which will link the utterance respectively to the utterer, to the world and to others, in other words to 'self', 'world', and 'society'.

Ongstad (2006: 253f.)

I en skolekontekst er der, som i andre sociale sammenhænge, mange forskellige typer af ytringer, der konstant er i dialog med hinanden, og som indvirker mere eller mindre direkte på elevers skrivning. Skriveordrer, elevbesvarelser og lærerrespons er i den sammenhæng de tre mest oplagte typer af ytringer at pege på i relation til elevers skrivning, og det er også denne *konstellation* af ytringer, der vil blive fokuseret på metodisk og analytisk i afhandlingens følgende kapitler. Dette ændrer dog ikke på, at også mundtlige instruktioner og diskussioner mellem lærere og elever i klasserummet, styredokumenter, lærebøger mm. må forstås som ytringer i dialog og bevægelse, der er med til at forme den sociale kontekst, som elevernes skrivning er en del af (Smidt, 2010a: 18).

### 3.3 Skrivning som social praksis

I afhandlingen anlægges, som beskrevet ovenfor i afsnit 3.1, et sociokulturelt perspektiv på læringsbegrebet, og i forlængelse heraf anlægges der ligeledes et sociokulturelt perspektiv på begrebet *skrivning*. Både i nordisk (fx Blåsjö, 2004; Hoel, 2000; Kronholm-Cederberg, 2009 eller Smidt, 2009a, 2010a) og i international skriveforskning har en sociokulturel forståelse af skrivning i de seneste årtier været fremherskende (jf. Prior, 2006: 54).

I modsætning til en *kognitiv* forståelse af skrivning, hvor fokus typisk er rettet mod individuelle skrivers kognitive processer, betragtes og undersøges skrivning i en sociokulturel optik som *noget, der gøres af nogen*, en *aktivitet*, som er situeret i konkrete sociale og kulturelle kontekster, og som på en gang formes af og har potentiale til at forme, disse kontekster.

Skrivning er i en sociokulturel optik således aldrig en isoleret aktivitet, men må derimod forstås som sammenflettede kæder af produktion, repræsentation, reception og distribution af tekster, hvor igennem forskellige grupper af mennesker, institutioner og kulturer interagerer med hinanden (Prior, 2006: 57). Selv den 'fysiske ensomme' skriver benytter sig uvægerligt af en lang række sociohistoriske ressourcer og redskaber, som fx sprog, viden, værktøjer til produktion og distribution af tekster, der rækker ud over det specifikke øjeblik, hvor der skrives i det konkrete tilfælde.



Actually writing happens in moments that are richly equipped with tools (material and semiotic) and populated with others (past, present and future). When seen as situated activity, writing does not stand alone as the discrete act of a writer, but emerges as a confluence of many streams of activity: reading, talking, observing, acting, making, thinking and feeling as well as transcribing words on paper.

Prior (1998: xi)

En konsekvens af dette er, at skrivning i afhandlingen grundlæggende forstås som *en situeret social praksis*, der altid er indlejret i et mere eller mindre omfattende netværk af historiske, sociale og kulturelle mønstre og praksisser, som fx institutionelle retningslinjer, fagtraditioner og tekstnormer.

Writing is conceptualised as a part of 'literacy' more broadly conceived as set of social practices: patterns of participation, gender preferences, networks of support and collaboration, patterns of use of time, space, tools, technology and resources, the interaction of writing with reading and of written language with other semiotic modes, the symbolic meanings of literacy, and the broader social goals which literacy serves in the lives of people and institutions.

Ivanič (2004: 234)

Med brugen af begrebet *praksis* signaleres netop, at skriftlige tekster ikke eksisterer isoleret, men nødvendigvis er tæt knyttet til, hvad mennesker *gør* i sociale kontekster. Samtidig tilbyder praksisbegrebet en måde at sammenkæde dagligdags, ofte rutineprægede, aktiviteter, der involverer læsning og skrivning, med de sociale strukturer, de er omgivet af. Lillis og Curry (2010: 19) betegner derfor praksisbegrebet som en begrebslig bro mellem tekster og kontekster.

Med forståelsen af skrivning som social praksis knyttes an til den del af skriveforskningen, der står på skuldrene af forskergrupperingen *New Literacy Studies* (fx Barton, 2007; Barton & Hamilton, 2000; Gee, 1996, Heath, 1983; Ivanič, 1998; Street, 1984), hvor 'literacy' eller 'literacies' netop beskrives som fænomener, der på en gang er knyttet til bestemte konkrete situationer, men som samtidig indekserer bredere mønstre i sociale aktiviteter og kontekster.

Literacies are situated. All uses of written language can be seen as located in particular times and places. Equally, all literate activity is indicative of broader social practices.

Barton, Hamilton & Ivanič (2000: 1)

I *New Literacy Studies* drages heraf den metodologiske konsekvens, at studier af skrivning og skriftlighed bør omfatte en involvering i de konkrete sociale og kulturelle sammenhænge, hvori tekster produceres og anvendes (Barton & Hamilton, 2000: 9). Det er derfor et kendetegn ved denne del af skriveforskningen, at der benyttes etnografiske metoder i studier af konkrete skrivesituationer. Baynham (1995: 1) understreger, at en sådan forskningstilgang ikke kun involverer et fokus på, hvad mennesker *gør* med tekster og skrivning, men også på, hvordan mennesker *opfatter* tekster og skrivning, hvilke *værdier* de knytter til tekster og skrivning, og hvilke *ideologier* tekster og skrivning er indlejret i.

### 3.3.1 Økologi som metafor

En af de centrale skikkelser inden for New Literacy Studies er den britiske skriveforsker David Barton (f. 1944), der i sit hovedværk, *Literacy. An Introduction to the Ecology of Written Language* (Barton, 2007), foreslår, at 'literacy' kan indkredses ved hjælp af metaforen *økologi*. Bartons udgangspunkt er en problematisering af forståelsen af tekst- og skriftkyndighed (Krogh, 2003) som en *færdighed* eller som et *sæt af færdigheder*.

Literacy is seen as a psychological variable which can be measured and assessed. Skills are treated as things which people own or possess; some are **transferable skills**, some are not. Learning to read and write becomes a technical problem and the successful reader and writer is a **skilled** reader and writer.

Barton (2007: 11)

Tekst- og skriftkyndighed forstået som et sæt af færdigheder er ifølge Barton en stærk metafor, der præger mediers, politikeres og forældres måder at tale på. Det er en forståelse, der ifølge Barton ofte optræder implicit i undervisningsmaterialer og i undervisning i skolerne, og som understøttes institutionelt blandt andet gennem styredokumenterne for uddannelser. Som også Krogh (forventet 2014b) peger på, er 'literacy' blevet et samlende begreb for den verdensomspændende interesse i skriftkompetence som human kapital, der fx kommer til syne i internationale målinger som PISA og PIRLS, og som sponsoreres (Brandt, 2001) af organisationer som OECD.

I stedet for 'færdighedsmetaforen' og i overensstemmelse med et sociokulturelt syn på skrivning foreslår Barton metaforen *økologi* og peger i den forbindelse på, at der af denne grundlæggende metafor kan afledes et helt sæt af metaforer, *økologiske nicher*, *økosystem*, *økologisk balance*, *diversitet* og *bæredygtighed*, der alle kan forstås i relation til læsning og skrivning som sociale praksisser, og som kan anvendes til at indramme fremtidige diskussioner af literacy (Barton, 2007: 31).

Barton forstår økologi som studiet af de indbyrdes forhold mellem en organismes aktiviteter og dets miljø og overfører denne tankegang til studier af skrivning og skriftlighed.

When applied to humans, it is the interrelationship of an area of human activity and its environment. It is concerned with how the activity – literacy in this case – is part of the environment and at the same time influences and is influenced by the environment. An ecological approach takes as its starting point this interaction between individuals and their environments.

Barton (2007: 29)

Udgangspunktet for en økologisk forståelse af literacy er således en undersøgelse af, hvordan mennesker passer ind i og interagerer med et givent miljø, hvordan de former og bliver formet af det omgivende miljø (Barton, 2007: 49). Skrivning er i en økologisk optik ikke et isolerbart fænomen. I stedet for at isolere skriftlige aktiviteter for at kunne forstå dem er målet derfor i en økologisk tilgang *netop* at undersøge skrivning *som* en aktivitet indlejret i sociale, kulturelle og historiske sammenhænge.

Instead of studying the separate skills which underlie reading and writing, it involves a shift to studying literacy, as a set of social practices associated with particular symbol systems and their related technologies. To be literate is to be active: it is to be confident within these practices.

Barton (2007: 32)

Udgangspunktet for Barton og for New Literacy Studies i det hele taget er ikke skrivning eller tekst- og skriftkyndighed i institutionelle uddannelsessammenhænge, men derimod, hvordan mennesker anvender skrivning i hverdagslige sammenhænge uden for klasserummenes miljøer (Barton, 2007: 174). Smidt (2002; 2010) argumenterer imidlertid for, at en *økologisk teori om skrivning* også i en skolemæssig sammenhæng har meget at tilbyde skriveforskningen.

Smidt er i sine egne studier tydeligt inspireret af grundtankerne i New Literacy Studies på dette punkt, men han adskiller sig i sine studier samtidig på afgørende vis fra Barton på mindst to måder. For det første er udgangspunktet for Smidt og SKRIV-studierne i det hele taget skrivning i skolesammenhænge, det vil i høj grad sige klasserummets økologi(er). Derudover videreudvikler Smidt Bartons forståelse af økologibegrebet og foreslår en egentlig økologisk teori for skriveudvikling (se Smidt, 2002; 2009a).

Den økologiske tilgang kan ifølge Smidt hjælpe os til at se, analysere og forstå de indbyrdes *forbindelser* og *sammenhænge* mellem individer, tekster og deres sociale omgivelser, som konstituerer skrivning i skolen, idet økologimetaphoren netop understreger, at situationer og processer, hvor der skrives, skriveopgaver, undervisning, arbejds måder og skriftlige tekster alt sammen hele tiden er vævet ind i hinanden.

Nettopp den økologiske tenkemåten legger jo opp til at det ikke er enkeltfaktorerne, ikke oppgaveformuleringer eller arbeidsmåter eller lærer eller elever hver for seg, men samspillet mellom dem, som avgjør om noe lykkes eller ikke. Det handler altså ikke om metoder eller undervisningstrategier først og fremst, men om de sammenhengene disse settes inn i, og de aktørerne som deltar i spillet.

Smidt (2010a: 27)

Derfor spørger en økologisk tilgang ikke først og fremmest om, *hvordan* der bliver undervist i skrivning i skolerne, og om eleverne gennem denne undervisning opnår de institutionelt fastsatte faglige mål for skriveopslæringen, men bevarer derimod en åbenhed ved i stedet i første omgang at interesse sig for, hvad der *faktisk* foregår, når der arbejdes med skrivning i skolemæssige sammenhænge.

What goes on in schools? This is a different question from what and how literacy is taught. This is the ecological question, what actually goes on.

Barton (2007: 176)

### 3.4 Skrifthændelser

Et økologisk perspektiv lægger op til detaljerede studier af, hvordan mennesker bruger og opfatter skrivning i konkrete situationer. Begrundelsen for dette er en overbevisning om, at det er nødvendigt først at forstå noget i en partikulær situation, før der søges efter eventuelle generaliseringer. Derfor opfatter man inden for New Literacy Studies *skrifthændelsen* (*literacy event*) som en af de grundlæggende analytiske enheder i en økologisk tilgang til skriveforskning (Barton & Hamilton, 2000: 8).

Ideen om skrifthændelser kan føres tilbage til Heath (1983), der definerer en skrifthændelse som "(...) any occasion in which a piece of writing is integral to the nature of participants' interactions and their interpretative processes." (Heath, 1983: 93). Inden for New Literacy Studies defineres skrifthændelser ud fra den samme grundtanke, men kravet om, at en skreven tekst skal være *central* for den givne situation opblødes, idet skrifthændelser her defineres som "(...) all sorts of occasions in everyday life where the written word has a role." (Barton, 2007:35; se også Karlsson 2006: 23). Bartons definition fremhæver således stadig, at skriftbrug skal være til stede, for at man kan tale om en skrifthændelse, men den understreger samtidig, at skriftbrug ikke nødvendigvis er det centrale element i selve hændelsen.

Når elever skriver, læser tekster eller taler om skriftlige tekster, er der tale om skrifthændelser, og hændelserne er, qua deres sociale natur, altid udstrakt i tid, hvad enten de er *langvarige*, som når elever bruger to uger på at skrive deres studieretningsopgaver i 3g, eller *kortvarige*, som når de selvsamme elever noterer sig morgendagens lektier skrevet på klassens elektroniske tavle på vej ud af døren til klasserummet.

Eksemplet med eleven, der skriver sin studieretningsopgave, viser samtidig, at en skrifthændelse kan bestå af en lang række *delhændelser*, der for så vidt kan betragtes som skrifthændelser i deres egen ret, og i forlængelse heraf, at en enkelt skrifthændelse sagtens kan involvere mange typer af skriftlige tekster som fx skriveordrer, lærebøger, internetsider, noter eller udkast til skriftlige besvarelser. Endelig illustrerer eksemplet, at den samme skriftlige tekst, fx elevens færdigskrevne studieretningsprojekt, kan og i skolesammenhæng måske typisk vil indgå i en række forskellige skrifthændelser, hvor den vil indtage forskellige funktioner og betydninger (Ivanič, 1998: 63).

Ved at anvende begrebet *hændelse* understreges den sociale natur af skrivning, det vil sige, at skrivning altid involverer skriftbrug. Her mødes en central grundtanke i New Literacy Studies med den ovenfor beskrevne Bakhtinske forståelse af tekster som ytringer. I begge forståelser peges der på den fundamentale situerede natur af mundtlige eller skriftlige tekster, og parallelt hermed drages der i begge tilfælde den konsekvens, at udgangspunktet for analyser af skrevet eller talt sprog må være konkrete situationer, der involverer sprogbrug, i modsætning til lingvistiske analyser af tekster isoleret fra den kontekst, hvorfra de udspringer og anvendes. Skrifthændelser er pr. definition *ikke* ytringer, men de må forstås som sociale aktiviteter, hvor bestemte typer af ytringer, nemlig de ytringer, der medieres i skrift, spiller en mere eller mindre central rolle.

Selvom skrifthændelser er situerede og unikke, er de altid en del af en længere kæde af sociale hændelser og dermed aldrig historieløse. Enhver gymnasieelevs udvikling som skriver vil uvilkårligt bygge videre på en betydelig mængde af tidligere skrifthændelser, som eleven bringer med sig ind i nye skrifthændelser, og som sammen med aktuelle og fremtidige skrifthændelser er med til at opbygge den enkelte skribers ontogenetiske skriverhistorier. Derudover indgår enhver skrifthændelse desuden som en del af mere omfattende praktikker og kulturer, som den er konstrueret på baggrund af, og den kan samtidig være med til at definere og forme fremtidige skrifthændelser. Skrifthændelsen bliver således til et observerbart skriftligt medieret møde mellem individuelle og sociale historier og praktikker (Barton, 2007).

Netop det forhold, at skrifthændelser er *principielt observerbare*, er medvirkende til, at skrifthændelser indtager en nøglerolle i økologiske studier af skrivning. Skrifthændelserne bliver i den forstand den empiriske indgangsvinkel til analyser og beskrivelser af bredere mønstre, normer, værdier, kulturer, som former og formes af skrivers aktiviteter i deres omgivende skrivemiljøer. Derfor er der brug for en systematisering af, hvad der i det konkrete tilfælde udgør en skrifthændelse, med andre ord en afklaring af de grundlæggende bestanddele, der konstituerer en skrifthændelse.

Hamilton (2000: 17f.) peger på, at enhver skrifthændelse kan fremstilles som bestående af fire grundlæggende bestanddele:

- *Deltagere*, det vil sige de personer som i den givne skrifthændelse interagerer med skriftlige tekster.
- *Omgivelser*, det vil sige de umiddelbare fysiske omgivelser i hvilke deltagerens interaktion med de(n) skrevne tekst(er) finder sted.
- *Artefakter*, det vil sige de materielle værktøjer og hjælpemidler, som anvendes af deltagerne i den givne skrifthændelse, inklusiv de skriftlige tekster.
- *Aktiviteter*, det vil sige de handlinger, som deltagerne i skrifthændelsen udfører.

Hamilton argumenterer for, at disse fire konstituentter tilsammen udgør de *synlige* dele af en skrifthændelse, men understreger samtidig, at skrifthændelser herudover også involverer en række *ikke-synlige* elementer, som nødvendigvis må udledes af de observerbare fænomener, eventuelt suppleret med yderligere typer af data som fx interview med skrifthændelsens deltager. Af ikke-synlige komponenter, som også er med til at udgøre en skrifthændelse, har Ivanič (2013)<sup>12</sup> peget på blandt andet deltagerens kognitive processer, specifikke konfigurationer af tid og bestemte formål med de skriftlige tekster, der indgår i skrifthændelsen.

---

<sup>12</sup> Referencen Ivanič (2013) henviser til en serie af mundtlige præsentationer givet af professor Roz Ivanič, Lancaster University, i forskellige sammenhænge i forbindelse med projekt *Faglighed og Skriftlighed* i perioden 2012-2013.

### 3.4.1 Skrivehændelser

Elevens hverdag i skoler er fyldt med skrifthændelser, men i afhandlingen er fokus rettet mod en bestemt type af disse skrifthændelser, nemlig de skrifthændelser, hvor eleverne selv aktivt producerer skriftlige tekster. For at understrege denne fokusering og i overensstemmelse med begrebsbrugen i resten af projekt Faglighed og skriftlighed (jf. Christensen et al., 2014 og Christensen, Jakobsen & Krogh, forventet 2014)<sup>13</sup> anvendes i det følgende betegnelsen *skrivehændelser* om netop denne delmængde af skrifthændelser. Med denne begrebsbrug er alle skrivehændelser således skrifthændelser, men alle skrifthændelser er ikke skrivehændelser.

I afhandlingen indsnævres den analytiske interesse imidlertid yderligere, idet fokus i de fleste tilfælde er rettet mod de skrivehændelser, hvor eleverne producerer skriftlige tekster på baggrund af en skriveordre, og, som oftest, efterfølgende modtager respons på deres tekster. En forståelse af netop denne type af skrivehændelser kan imidlertid ikke adskilles fra en opmærksomhed på og interesse for andre typer af skrifthændelser, som fx samtaler mellem elever og lærere om skriftlige tekster, elever, der diskuterer skriveordrer og respons, eller elever, der kommunikerer skriftligt over sociale medier i forbindelse med opgaveskrivning.

Den form for mere formaliserede skrivehændelser, der er afhandlingens fokus, vil i gymnasial sammenhæng typisk indgå i en tekstuel kæde af ytringer bestående af en skriveordre, en elevbesvarelse og lærerrespons, der forbinder sig i mere eller mindre fastlagte mønstre i forskellige klasserum. Denne *konstellation af skrifthændelser* bliver således det centrale analytiske omdrejningspunkt, der fokuserer både på observationer i klasserummene og interview med lærere og elever i afhandlingens følgende analytiske kapitler (se også Christensen et al., 2014, samt Krogh & Hobel, 2012).

### 3.5 Skriftpraktikker

Hver gang en elev læser en skriveordre, taler med sine klassekammerater om, hvordan skriveordren skal forstås og besvares, skriver en besvarelse af skriveordren eller modtager skriftlig eller mundtlig respons fra sin lærer på besvarelsen, er der tale om forskellige, på en gang adskilte og med hinanden forbundne skrifthændelser. Nogle af disse er skrivehændelser, mens andre, set fra elevens synspunkt, er skrifthændelser. I alle skrifthændelserne indgår ytringer, som må forstås i relation til den konkrete situation, de er en del af. Samtidig er det klart, at en for skolen så typisk konstellation af skrifthændelser som den ovenfor beskrevne, etablerer mønstre, der rækker ud over den enkelte skrifthændelse, og som derigennem er med til at give mening til den enkelte skrifthændelse.

---

<sup>13</sup> I Christensen, Jakobsen & Krogh (forventet 2014) defineres skrivehændelser faktisk som "(...) de hændelser hvor eleven selv producerer tekst, og hvor verbalsprog indgår som en del af tekstproduktionen." (Krogh, forventet 2014b). Da afhandlingens fokus er matematikfaget, hvor elever, i det mindste i nogle tilfælde, skriver besvarelser af skriveordrer, som *ikke* indeholder skriftligt verbalsprog, finder jeg det uhensigtsmæssigt at opretholde forbeholdet om skriftligt verbalsprog i den i afhandlingen anvendte definition af skrivehændelser.

Selvom skrifthændelser og dermed skrivehændelser altid er unikke og situerede, kan de således ifølge Barton (2007) være med til at etablere bestemte *skriftpraktikker* (*literacy practices*), der kan forstås som "(...) genkommende handlemåder, teknikker og mønstre som giver skrivehændelsen mening, og som også sætter grænser for hvad der er legitimt og anerkendelsesværdigt." (Krogh, forventet 2014b). I afsnit 3.4.1 blev begrebet *skrifthændelser* i lyset af afhandlingens fokus på matematikfaglige tekster, der skrives af elever, afgrænset til *skrivehændelser*. På tilsvarende vis skelnes der i det følgende, når det bidrager til begrebslig præcision, mellem *skriftpraktikker* og *skrivepraktikker*, hvor sidstnævnte altså udgør den delmængde af skriftpraktikker, der knytter sig til skrivehændelser.

Ideen om *skriftpraktikker* fører Barton tilbage til Scribner og Cole, der i deres klassiske studier af Vai-folket i Liberia beskriver, hvordan bestemte praktikker kan forstås som måder at bruge skrivning på, der kan overføres fra én bestemt situation til en anden (Scribner & Cole, 1981: 234ff.). Når en elev læser eller skriver en tekst, trækker vedkommende således på den viden, de ressourcer, de måder at gøre på, som for eleven knytter sig til denne type af skrifthændelser, og som i hvert fald delvis må formodes at udspringe fra arbejdet med tidligere lignende skrifthændelser. Det er bl.a. denne 'trækken på', Barton forsøger at indfange med ideen om skriftpraktikker.

Selvom skriftpraktikker således i en vis forstand er knyttet til den enkelte elevs omgang med tekster og skrivning, kan de ikke reduceres til et sæt af egenskaber hos det enkelte individ. De eksisterer i stedet i relationerne mellem mennesker og spænder således over opdelingen mellem individuelle og sociale verdner (Barton & Hamilton, 2000: 8). Skriftpraktikker er mere præcist de *generelle kulturelle måder at bruge skrift på, som bringes i spil i bestemte typer af skrifthændelser*.

Literacy events are the particular activities where literacy has a role; they may be regular repeated activities. Literacy practices are the general cultural ways of utilizing literacy which people draw upon in a literacy event.

Barton (2007: 37)

Skriftpraktikker og skrifthændelser indgår, som påpeget af Barton i ovenstående uddrag, altid i et gensidigt formningsforhold, hvor skrifthændelser på den ene side indeholder en potentielt formende kraft, der kan etablere skriftpraktikker, men hvor individets handlinger i konkrete skrifthændelser samtidig er formet af de skriftpraktikker, hvori den konkrete skrifthændelse er indlejret.

Eleven, der sidder til skriftlig studentereksamen i faget matematik og skriver sin besvarelse, benytter sig således uvægerligt af en række mere eller mindre hensigtsmæssige skriftpraktikker i sin skrivning. Det kan være måder at bruge bestemte it-værktøjer på, det kan være måder at anvende medbragte lærebøger og noter på, eller det kan være måder, hvorpå eleven er i stand til at bruge egne tidligere tekster som skabelon for sin nye tekst. Alle disse praktikker har eleven mulighed for at bringe i spil ved eksamensbordet, og de er dermed med til at forme elevens skrivning og i sidste ende elevens skriftlige besvarelse i den givne situation. På trods af dette understreger Barton, at skriftpraktikker *ikke* må forveksles med en bestemt mængde af mere eller mindre fastlagte skrivefærdigheder.

People's literacy practices do not reflect abilities in any straightforward way, but rather they are to do with what people feel is or is not appropriate. People learn that socially there are appropriate practices for specific roles and there are inappropriate practices. Viewing abilities like this represents an important shift in terms of how we think about literacy.

Barton (2007: 41)

De skriftpraktikker, eleven mere eller mindre bevidst benytter sig af i den givne situation, er således ifølge Barton resultatet af elevens egen ontogenetiske skriverhistorie, formet af elevens tidligere oplevelser som matematikfaglig skriver. Men samtidig må skriftpraktikkerne, i dette tilfælde qua den særlige eksamenssituation, også i sig selv forstås som indlejrede i en vifte af bredere kulturelle, politiske og samfundsmæssige praktikker. Praktikker, hvis udvikling i tilfældet skriftlig eksamen i faget matematik rækker mere end 100 år tilbage i tiden. Skriftpraktikker indbefatter således potentielt på den ene side en række teknologiske, interpersonelle og tekstuelle praktikker, men samtidig vil de selv altid være indlejret i bredere sociale praktikker. Som en konsekvens af dette peger Barton (2007) på, at man for at forstå menneskers skrivning ofte vil være nødt til at beskrive de sociale sammenhænge, som skrifthændelser og skriftpraktikker er en del af, inklusiv de måder, hvorpå sociale institutioner, som fx skoler og ministerier, understøtter og valoriserer bestemte former for tekst- og skriftkyndighed.

### 3.5.1 Skrivehændelser og skrivepraktikkens bestanddele

Når elever skriver matematikfaglige tekster, er der tale om skrivehændelser, hvor der, som beskrevet i afsnit 3.4 ovenfor, indgår bestemte konfigurationer af *deltagere*, som fx skriveren selv, klassekammerater, lærere, forældre og søskende, *artefakter*, som fx computere, blyanter, tavler, bøger og teksten selv, *omgivelser*, som fx klasserummet, elevernes værelser i deres hjem eller en bæk i skolens kantine, og *aktiviteter*, som fx skrivning, læsning, diskussion eller kopiering fra sidekammeratens tekst. Alle disse elementer kan principielt observeres i en forskningssammenhæng. Skriftpraktikker derimod er *ikke* direkte observerbare fænomener. Grunden til dette er, at skriftpraktikker også involverer skrivernes værdier, normer, holdninger, relationer og sociale omstændigheder (Street, 1993: 12).

This includes people's awareness of literacy, constructions of literacy and discourses of literacy, how people talk about and make sense of literacy. These are processes internal to the individual; at the same time, practices are the social processes which connect people with one another and they include shared cognitions represented in ideologies and social identities.

Barton & Hamilton (2000: 8)

Hamilton (2000: 18) understreger denne pointe ved at omtale skrifthændelser som 'toppen af isbjerget', hvorudfra resten af isbjerget, det vil sige bl.a. sige de tilknyttede skriftpraktikker, nødvendigvis må udledes. I forlængelse heraf opstiller Hamilton en oversigt, der illustrerer forholdet mellem, hvad der principielt kan observeres i en given skrifthændelse, og hvad der må udledes herudfra om de skriftpraktikker, skrifthændelsen bringer i spil hos de involverede deltagere (se Figur 2).



Grundlæggende bestanddele	Synlige elementer af skrifthændelser	Ikke-synlige elementer af skriftpraktikker
<b>Deltagere</b>	De personer, som i den givne skrifthændelse interagerer med skriftlige tekster	Andre personer eller grupper af personer, som ikke er til stede i selve skrifthændelsen, men som er involveret i produktion, fortolkning, cirkulation og andre former for regulering af de skriftlige tekster, der indgår i skrifthændelsen
<b>Omgivelser</b>	De umiddelbare fysiske omgivelser, i hvilke deltagernes interaktion med de(n) skrevne tekst(er) finder sted	Det sociale praksisdomæne, inden for hvilket skrifthændelsen finder sted, og inden for hvilket den har mening og funktion
<b>Artefakter</b>	De materielle værktøjer og hjælpemidler, som anvendes af deltagerne i den givne skrifthændelse, inklusiv de skriftlige tekster	Ikke-materielle ressourcer, som er indlejret i skriftpraktikken, og som inkluderer værdier, forståelser, tænkemåder, følelser, færdigheder og viden
<b>Aktiviteter</b>	De handlinger, som deltagerne i skrifthændelsen udfører	Strukturerede rutiner, der regulerer handlinger, som fx regler for relevans og berettigelse af de involverede skriftlige tekster eller personers mulighed for at deltage eller ikke deltage i den givne skrifthændelse

Figur 2 Oversigt over de grundlæggende elementer af skrifthændelser og skriftpraktikker (Omarbejdet udgave af lignende oversigt i Hamilton, 2000, s. 17)

Hamiltons oversigt tilbyder først og fremmest en begrebslig præcision af forholdet mellem skrifthændelser og skriftpraktikker, men den tjener i afhandlingens analytiske del samtidig som en nyttig heuristik i forbindelse med analyser af klasserumsobservationer, specielt skrivehændelser.

### 3.6 Skrivekulturer

I afhandlingen er interessen ikke alene rettet mod specifikke skrivehændelser og skrivepraktikker, men også mod, hvordan praktikker kan samle sig i mønstre, der tilsammen konstruerer *kulturer*, som eleverne skal navigere i, når de skriver matematikfaglige tekster. Den grundlæggende påstand er i denne sammenhæng, at skrivning i skolen reguleres af nogle mere eller mindre eksplicite regler, normer og værdier for og forventninger til skrivning og skriftbrug, som er med til at forme skrivepraktikker og skrivehændelser i en given social kontekst.

Kronholm-Cederberg (2009) taler i den forbindelse om *responskulturer* og *skriftkulturer*, i antologien Askeland & Aamotsbakken (2013) tales der med reference til Berge (2002, 2003) og Tønnesson (2012) om *tekstkulturer*, mens Christensen et al. (2014), Smidt (1996; 2009b; 2010a) og Solheim et al. (2010) taler om *skrivekulturer*. På trods af denne begrebslige diversitet opfatter jeg de forskellige betegnelser som tematiske variationer, der på et mere grundlæggende niveau forsøger at indkredse det samme fænomen: nemlig det forhold, at skrivning i skolen involverer nogle mere eller mindre eksplicite og anerkendte *normer* for, hvad der er *passende* og *hensigtsmæssig* adfærd, når der arbejdes med skriftlige tekster. I afhandlingen benyttes i overensstemmelse med begrebsbruken i projekt Faglighed og skriftlighed og projekt SKRIV begrebet *skrivekulturer* om dette fænomen.

I det begrepet har det ligget en forståelse av at det kan utvikles ulike regler for hva som kan skrives, hvordan og hvorfor, ikke bare innenfor et fag, men også mellom skoleslag og ofte fra den ene klassen til den andre på samme skole.

Smidt (2010a: 19).

Afhængig af forskningsinteressen kan skrivekulturer således adresseres på *lokale niveauer* i specifikke klasserum og undervisningssammenhænge eller på *globale niveauer*, fx ved at fokusere på de værdier, holdninger og grundforståelser, der knytter sig til fag, til skoler, til forskellige uddannelser eller til skolen i sig selv som institution.

I projekt SKRIV er begrebet skrivekultur udviklet og præciseret med udgangspunkt i Hallidays begreb om teksters *kulturkontekst* (Halliday, 1998a, 1998b) og Ongstads (2004, 2006) udpegning af *form*, *indhold* og *brug* som de tre grundlæggende aspekter ved enhver ytring eller genre (se fx Lykknes & Smidt, 2010; Smidt, 2010a eller Solheim et al., 2010).

Halliday skelner i sin socialsemiotiske teori om sprog mellem teksters *situationskontekst*, som er de umiddelbare omgivelser, en tekst udfolder sig i, og som for Halliday er indkapslet i selve teksten (Halliday, 1998a: 76), og teksters *kulturkontekst*, som er den bredere baggrund, en tekst også må tolkes og forstås ud fra (Halliday, 1998b: 114f.). Alle former for sprogbrug foregår ifølge Halliday i en kulturkontekst, men realiseres i konkrete situationskontekster, og da Hallidays grundlæggende interesse retter sig mod de konkrete situationer, hvor tekster produceres og forstås, er hans fokus primært på teksters situationskontekst (Halliday, 1998a: 79). Derfor fremstår begrebet kulturkontekst også som det mindst udfoldede af de to kontekstbegreber hos Halliday.

I relation til begrebet *skrivekultur* er det dog ideen om teksters kulturkontekst der er den centrale inspirationskilde. Mens skrifthændelser knytter sig til situationskonteksten, så knytter skrivekulturer sig til kulturkonteksten. Skriftpraktikker kan således i deres egenskab af bindeled mellem konkrete skrifthændelser og abstrakte skrivekulturer forstås som det fænomen, der forbinder situationskontekst og kulturkontekst.

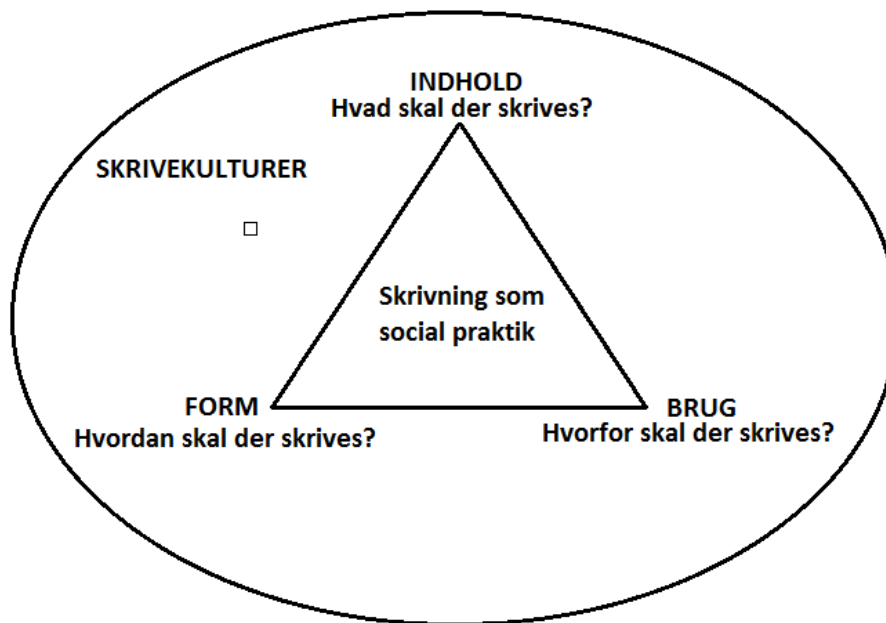
Halliday selv definerer kulturkonteksten som ”den institutionelle og ideologiske baggrunden som gir verdi til teksten og avgrensar dens tolkning” (Halliday, 1998b: 117), og til denne bredere kontekst for skrivning hører ifølge Lykknes og Smidt (2010) fx lærere og institutioners tekstnormer og deres mere eller mindre ekspliciterede syn på, hvad der kendetegner, eller bør kendetegne,

skrivning i skolens forskjellige fag. Halliday uddyber selv sammenhængen mellem situasjonskontekt og kulturkontekst med følgende eksempel.

For enhver «tekst» i skolen – når læreren snakker i klasserommet, når eleverne noterer eller skriver et essay, når en leser deler av en lærebok – er det alltid en situasjonskontekst, nemlig skoletimen med det som skal oppnås, forholdet mellom lærer og elev eller læreboksforfatter og leser, «formen» med spørsmål og svar, forklarende skrivning osv. Men disse er i sin tur eksempler på og får sin mening fra skolen som institusjon i kulturen, en forståelse av utdanning og kunnskap gjennom utdanning som er annerledes enn dagliglivets kunnskap, begrepet timeplan og «skolefag», de komplekse rollestrukturene i personalet på skolen, rektor, rådgivere, inspektører, undervisningsdepartement osv. Og de uttalte antakelserne om læring og om språkets plass her. Alle disse forholdene utgjør kulturkonteksten, og samlet er de avgjørende for måten teksten tolkes på i situasjonskonteksten.

Halliday (1998b: 115)

Hallidays idé om teksters kulturkontekst bringes i projekt SKRIV sammen med Ongstads beskrivelse af ytringens triadiske natur (Ongstad, 2004; 2006), idet der argumenteres for, at den triadiske forståelse både kan relateres til et tekstuel niveau, som det er gjort ovenfor i afsnit 3.2, og til et mere overordnet kontekstuel niveau, som knytter skrivningen til skriverens livsverden (jf. Solheim et al., 2010: 40). Når den triadiske forståelse på den måde overføres fra skriftlige tekster til en kulturkontekst for skrivning, kan begrebet skrivekultur, som illustreret i Figur 3 nedenfor, forstås som en samlende betegnelse for de mere eller mindre ekspliciterede normer, værdier og retningslinjer for: *hvad* der skal skrives (om), *hvordan* der skal skrives, og *hvorfor* der skal skrives i en given social sammenhæng. En sådan forståelse af begrebet skrivekultur knytter således an til didaktikkens tre grundspørsmål, *hvad* skal der undervises i, *hvordan* skal der undervises og *hvorfor* skal der undervises, som de stiller sig an, når den faglige undervisnings indhold og begrundelser undersøges (se fx Christensen et al., 2014).



Figur 3 En triadisk forståelse af begrebet skrivekultur

En undersøgelse af skrivekulturer i bestemte klasserum kan således inkludere spørgsmål, der adresserer, hvilke normer og værdier der knytter sig til den måde, skrivningen organiseres på, brugen af forskellige opgavegenrer, de faglige emner, der skrives om, formål med at skrive i faget, respons til skriftlige tekster, brug af bestemte typer af skrivehandlinger eller brug af arbejdsformer som fx skrivning i grupper.

Den gensidige formningsproces mellem skrivehændelser og skriftpraktikker udvides altså med ideen om skrivekulturer til et dynamisk samspil mellem tre forskellige elementer, hvor skrivekulturer på den ene side er med til at forme både skrivepraktikker og skrivehændelser, men hvor både skrivepraktikker og skrivehændelser samtidig kan være med til at forme skrivekulturer fx i et givent klasserum.

Skrivekulturer på skolen formes av den sociale praksisen som foregår mellom lærer og elever: oppgavepraksis, mønster for innlevering og vurdering av skriftlig arbeid, ritualer for respons og omarbeidning i prosesskriving eller for å "publisere" elevtekster eller samle dem i skrivemapper osv. (jf. Krogh 2007:54).

Smidt (2009b: 64)

De menneskelige deltagere i skrivekulturerne er i den forstand med til at skabe, opretholde og udvikle specifikke kulturer, men det er ikke hele billedet. Christensen et al. (2014) peger således på baggrund af deres undersøgelser af skrivekulturer i folkeskolens niende klasse på, at det ikke *kun* er mennesker, men fx også skolers fysiske indretning, læremidler og teknologier, der er med til at forme skrivekulturer.

På denne måde lægges der op til at forstå skrivekultur som en aktiv social proces, dvs. som noget der i sidste ende *gøres* af nogen. Det er oplagt at det først og fremmest er mennesker der aktivt og handlende skaber, vedligeholder og udvikler skrivekultur. I skolesammenhæng vil det primært sige elever, lærere og diverse ledere der repræsenterer skolen som institution. Men det er også nødvendigt at have blik for *hvad* der skaber, vedligeholder og udvikler skrivekultur. Pointen er at ikke kun mennesker, men også *teknologier, materialer og fysiske rammer* er medskabere af skrivekultur.

Christensen et al. (2014: 20f.)

Skrivekulturer er således aldrig endegyldigt fastlagte, men principielt altid til forhandling, og de skabes, opretholdes og udvikles i et økologisk samspil mellem lærere, elever (skole)ledere, faglige, institutionelle og kulturelle traditioner og retningslinjer, fysiske omgivelser, læremidler og teknologier, jf. ovenstående (se også Smidt, 2009b: 64). Hvad enten det drejer sig om skrivekulturer i bestemte klasserum, en skoles mere overordnede skrivekulturer eller skrivekulturer, der knytter sig til et bestemt fag, så er normer, holdninger og værdier og dermed skrivekulturer aldrig empirisk observerbare fænomener. De kan i stedet via skrivepraktikker fremanalyseres på baggrund af fx observationer af skrivehændelser, faglige og institutionelle styredokumenter, læremidler eller interview med lærere og elever. Skrivekultur er i den forstand et *analytisk* begreb, der, som det er tilfældet i afhandlingens analytiske kapitler 6-8, kan bruges til at stille skarpt på, hvordan elever opfatter og afbalancerer forskellige forventninger, antagelser og hensyn, når de producerer skriftlige tekster (jf. Christensen et al. , 2014 eller Krogh, forventet 2014b).

### **3.7 Modeller af skrivehændelser, skrivepraktikker og skrivekulturer**

I projekt Faglighed og skriftlighed er der udviklet tre teoretiske og analytiske modeller, der indrammer de grundlæggende relationer mellem skrivehændelser, skrivepraktikker og skrivekulturer, som de forstås i projektet og i forlængelse heraf i afhandlingen. Gennem modellerne uddybes og videreudvikles bl.a. teoretiske forståelser af skrivepraktikker og skrivekulturer, som var emnerne for de foregående afsnit 3.5 og 3.6. De tre modeller – *triademodellen*, *tobleronmodellen* og *konstellationsmodellen* – præsenteres her som en afrunding af afhandlingens teoretiske ramme, både fordi centrale dele af de teoretiske forståelser beskrevet ovenfor derved føjes sammen, men også fordi beskrivelsen af modellerne, specielt konstellationsmodellen, peger frem mod det følgende kapitel 4 om afhandlingens metodiske greb, hvori der bl.a. udvikles strategier for afhandlingens analyser.

Selvom konstellationsmodellen således er den af de tre modeller, der indgår med størst funktionel tyngde i den resterende del af afhandlingen, præsenteres alle tre modeller i det følgende. Den primære grund hertil er, at de tre modeller *tilsammen* udgør et modelkompleks, og netop modellernes rolle som dele af en samlet modellering har, som det vil fremgå nedenfor, haft betydning for deres genese hver især. Selvom de tre modeller således godt kan tænkes og anvendes uafhængigt af hinanden i forbindelse med konkrete analyser af elevers skrivning, kalder de i en vis forstand på hinanden, fordi de supplerer hinanden og derigennem netop *tilsammen* indrammer de centrale forståelses- og analyserammer i projekt Faglighed og skriftlighed. De tre modeller fokuserer således på hver sin dimension af elevers skrivning i de gymnasiale uddannelser.

Triademodellen fokuserer på relationer mellem skrivehændelser, skrivepraktikker og skrivekulturer, tobleronemodellen fokuserer på skrive(r)udvikling, og konstellationsmodellen fokuserer på konstellationer af skriftlige tekster. Netop fordi modellerne på den måde peger på forskellige elementer af elevers skrivning og dermed hver især synliggør visse forhold, men er 'blinde' for andre, supplerer de hinanden og har kunnet fungere som produktive tænkeværktøjer i forskelligartede analyser på tværs af projekt Faglighed og skriftligheds mange delprojekter.

De grundlæggende strukturer og elementer, der indgår i de tre modeller, blev udviklet i forbindelse med Christensen, Elf og Kroghs studier af skrivekulturer i folkeskolens niende klasse gennemført i skoleåret 2009-2010. Modellerne fungerede i første omgang som forskergruppens teoretiske modellering af feltet (Hastrup, 2010), og efterfølgende blev modellerne anvendt som heuristiske analyseværktøjer i gruppens analyser af de i studiet producerede data (Christensen et al., 2014; se også Krogh & Hobel, 2012). Studiet af skrivekulturer i folkeskolens niende klasse var et etnografisk skriveforskningsprojekt, hvor Christensen, Elf og Krogh undersøgte skrivning og skrivekulturer i tre forskellige afgangsklasser fordelt på tre forskellige danske folkeskoler gennem en periode på ét helt skoleår. De første versioner af triademodellen og tobleronemodellen var således et udtryk for gruppens forsøg på gennem en ontologisk bestemmelse af det genstandsfelt, de undersøgte, at modellere relationerne mellem de skrivehændelser, de kunne observere i de konkrete klasserum, og de skrivepraktikker og skrivekulturer, de tentativt var i stand til at fremanalysere på baggrund af disse og andre supplerende data produceret i studiet. I de senere faser af forskningsprojektet blev det imidlertid klart, at modellerne, specielt triademodellen, også med fordel kunne benyttes som heuristikker for analyse af data fra observationer og interviewsamtaler, hvorved modellerne fik tilføjet et epistemologisk perspektiv til deres oprindelige status.

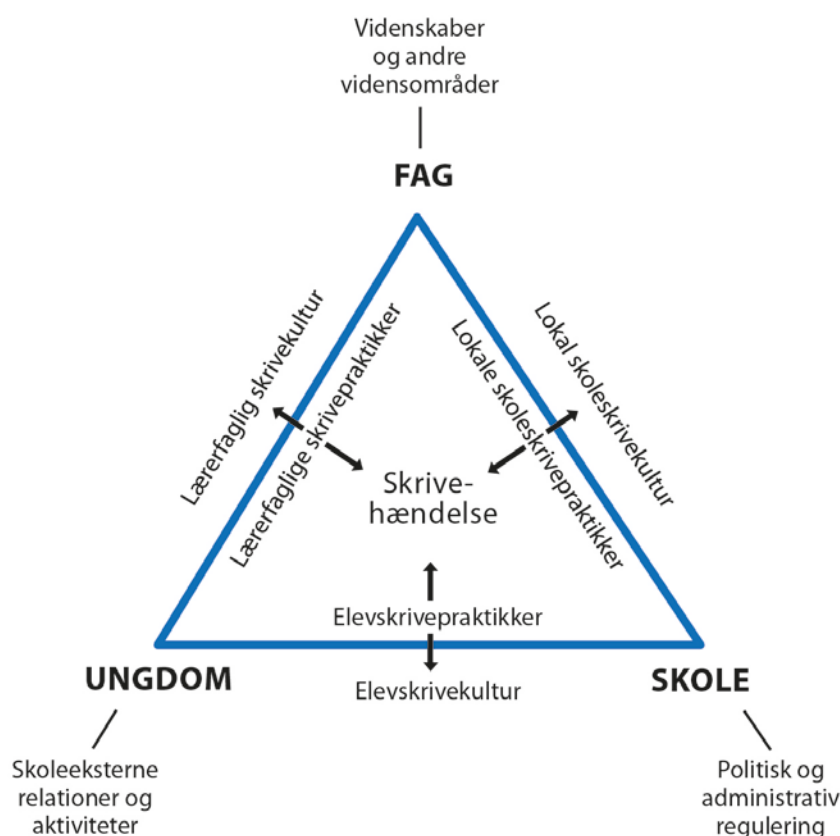
Efterfølgende er de tre modeller videreudviklet i fællesskab i den samlede gruppe af forskere, der indgår i projekt Faglighed og skriftlighed, blandt andet gennem talrige interne diskussioner i forskergruppen, men også gennem fortløbende eksterne diskussioner med fx den internationale akademiske ressourcegruppe, der gennem hele forløbet har været tilknyttet projektet. I relation til afhandlingen skal det således understreges, at de tre modeller ikke er 'mine' modeller, men at jeg som del af forskergruppen i projekt Faglighed og skriftlighed har deltaget i udviklingen af modellerne.

Selvom modellerne således gennem de seneste år i flere omgange er blevet revideret og modificeret i større eller mindre grad, er de grundlæggende antagelser, strukturer, der optrådte i de første udgaver af modellerne udarbejdet i forbindelse med Christensen, Elf og Kroghs studie af skrivekulturer i folkeskolens niende klasse, for mig at se dog i store træk bevaret. I det følgende præsenteres de tre modeller på baggrund af de mere omfattende beskrivelser, der gives i henholdsvis Christensen et al. (2014) og Krogh (forventet 2014b).

### **3.7.1 Triademodellen, tobleronemodellen og konstellationsmodellen**

Inspirationen til triademodellen er hentet i Bakhtins triadiske forståelse af kommunikation, som blev beskrevet ovenfor i afsnit 3.2. Som det ses på Figur 4, hvor triademodellen er vist, udgør skrivehændelsen det grafiske centrum for modellen. Skrivehændelsen kan i denne sammenhæng

forstås som alt, hvad der er 'etnografisk tilgængeligt' i en given skrivesituation, der involverer elevers skrivning i skolen, jf. afsnit 3.4 ovenfor. Triademodellens øvrige niveauer kan i forlængelse heraf forstås som en teoretisering af den enkelte skrivehændelse. Modellen er i den forstand en forståelses- og analyseramme for elevers skrivning i de gymnasiale uddannelser, og gennem denne teoretiske ramme fremhæves det, at *unge* mennesker typisk er med til at forme skrivehændelser i de gymnasiale uddannelser, at skrivehændelsernes indhold typisk er af *faglig* karakter, og desuden at *skolen* som institution er med til at regulere de enkelte skrivehændelser.



Figur 4 Triademodellen (Gengivet efter Christensen et al., 2014, s. 39)

Triademodellen bygger på to grundlæggende antagelser om skrivning i de gymnasiale uddannelser. For det første, at elevers skrivning altid vil bringe de tre indbyrdes forbundne sociohistoriske aspekter - *ungdom*, *fag* og *skole* - i spil, og for det andet, at elever, når de skriver i skolen, derfor nødvendigvis mere eller mindre bevidst må afbalancere og forhandle tre typer af skrivekulturer, der konstrueres i spændet mellem disse tre aspekter.

Skrivehændelser i skolen bringer ifølge Christensen et al. (2014) kategorien *ungdom* i spil, fordi skrivningen grundlæggende er præget af, at skriversne i de gymnasiale uddannelser som oftest er unge mennesker, der befinder sig i nogle bestemte samfundsmæssige rammer. I triademodellen

skelnes der således mellem *unge* og *elev*, fordi den sociale identitet som elev netop er knyttet til skolen som institution.

Ungdom er et sociohistorisk vilkår for skrivning i skolen der henviser til livet som ung uden for skolen. Ungdom skal derfor ikke forstås som en fast kategori, men som en flerdimensional og dynamisk kategori der varierer både over tid og mellem individer. Der eksisterer således en flerhed af økonomiske, sociale, familiemæssige, etniske og teknologiske rammer for ungdomsliv som på forskellige måder vil præge de unges skrivning. Vi antager imidlertid at samtidens ungdomsliv i en dansk og bredere europæisk sammenhæng også har nogle relativt stabile kulturelle fællestræk der i væsentlig grad knytter sig til mediebrug og kommunikationsformer.

Christensen et al. (2014: 25f.)

Skrivehændelser bringer også *fag* i spil, fordi langt hovedparten af de skrivehændelser, elever deltager i de gymnasiale uddannelser, udspiller sig i fag eller på tværs af fag, som det fx er tilfældet i forbindelse med skrivning af studieretningsprojekter (SRP). En ganske betydelig del af gymnasieelevers skrivning får derfor sin mening gennem de faglige genrer og diskurser (Gee, 1996: 131), som de enkelte skrivehændelser er indlejret i, idet skolens fag hver især abonnerer på forskellige skrivepraktikker og skrivekulturer, der tillægger værdi og betydninger til forskellige former for skrivning (Christensen et al., 2014: 26).

Endelig bringer skrivehændelser i de gymnasiale uddannelser *skolen som institution* i spil, idet elevens skrivning i de gymnasiale uddannelser formes af normer, værdier og holdninger til skrivning, der netop knytter sig til skolens institutionelle aspekt, og som fx kommer til udtryk i ekspliciterede retningslinjer fra ministerier og skolebestyrelser.

Der gælder regler og normer for skrivningen og dens formål på tværs af fagene. Det er regler og normer der i sidste ende udspringer af skolens grundlæggende opgaver som er at undervise, socialisere og evaluere/selektere. I den korte udgave handler det om at skrivningen skal foregå med brug af skrivepraktikker der forventes at være frugtbare for elevernes læring, egnet til at føre dem ind i samfundets skrivemåder og brugsformer for skrivning og egnet til at evaluere kvaliteten af deres skrivning.

Christensen et al. (2014: 26)

I modellen er kategorierne ungdom, fag og skole, som vist i Figur 4 ovenfor, placeret som de tre hjørner i triaden, der udspænder sig omkring skrivehændelsen. Med denne grafiske repræsentation af de tre kategorier understreges det forhold, at elever, når de skriver i de gymnasiale uddannelser, altid, bevidst eller ubevidst, må afveje disse tre aspekter i konkrete skrivehændelser. Skolens skrivehændelser forstås således i triademodellen som konstitueret af de tre aspekter *ungdom*, *fag* og *skole*, og triadens tre hjørner udpeger i den forstand de skoleeksterne domæner, som elevens skrivning i de gymnasiale uddannelser reflekterer.

Christensen et al. (2014) argumenterer for, at der i spændet mellem triadens tre grundlæggende makrokategorier udvikles tre bestemte typer af skrivekulturer som et resultat af de tre domæners



indbyrdes påvirkning af og tilpasning til hinanden. Disse kulturformer må elever således ifølge triademodellen nødvendigvis mere eller mindre eksplicit og bevidst afbalancere og forhandle, når de skriver i de gymnasiale uddannelsers skrivehændelser. De tre typer af skrivekulturer, som er placeret på ydersiden af triadens kanter mellem de tre hjørner, kalder Christensen et al. (2014) for henholdsvis *lærerfaglig skrivekultur*, *lokal skoleskrivekultur* og *elevskrivekultur*.

*Den lærerfaglige skrivekultur* skabes i processer hvor læreren udvikler en undervisning som på den ene side tager hensyn til de faglige mål for undervisningen, og på den anden side tager hensyn til hvad det er for børn og unge der skal undervises i fagene. Som et udtryk for lærerens afbalancering af disse to hensyn udvikles en specifik lærerfaglig skrivekultur som vil være præget af den pågældende lærers fagsyn og professionelle erfaring.

*Den lokale skoleskrivekultur* udvikler sig som en afbalancering af hensynet til de regler der gælder for afholdelse af skole, dvs. fx eksamen, skole-hjemsamarbejde og skolepolitik, og hensynet til de fag der skal undervises i.

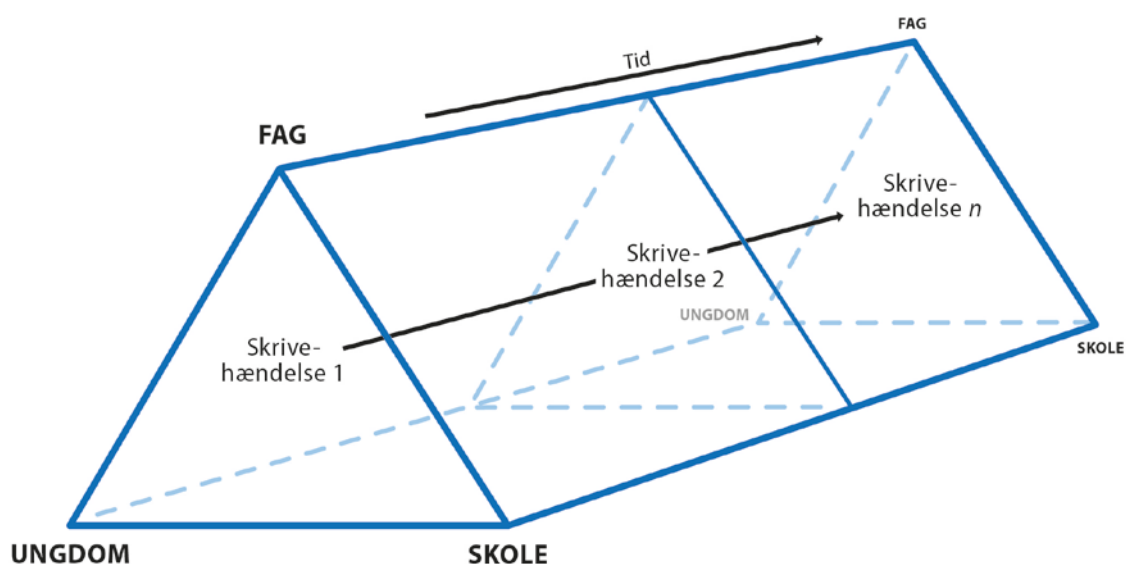
*Elevskrivekulturen* udvikler sig når eleverne søger at finde en balance mellem det at være barn eller et ungt menneske og det at gå i skole. Når unge mennesker optræder i skolesammenhæng, ved de godt at der gælder regler og normer som er anderledes end dem der gælder i deres familie, i deres kammeratskabskreds og i deres fritidsliv i øvrigt. Elevskrivekulturen er et udtryk for de normer og den adfærd der udvikler sig som udtryk for elevernes fortolkning af hvad det er der gælder i skolen, og hvad der er plads til af det de tager med sig fra deres liv uden for skolen.

Christensen et al. (2014: 41)

Triademodellen illustrerer således grafisk, hvordan lærerfaglige skrivekulturer, lokale skoleskrivekulturer og elevskrivekulturer via de tilknyttede skrivepraktikker er med til at forme konkrete skrivehændelser, men samtidig illustrerer modellens dobbeltpile mellem skrivehændelse og skrivekulturer, hvordan den enkelte skrivehændelse også i det mindste principielt kan være med til at forme de tre typer af skrivekulturer, jf. Figur 4. Modellen gør således alvor af antagelsen om, at relationerne mellem skrivehændelser, skrivepraktikker og skrivekulturer er *dynamiske* og *dialogiske* i deres natur.

Triademodellen bryder nyt land, blandt andet gennem sit forsøg på at differentiere og eksplicite modellens forskellige elementer, det vil her fortrinsvis sige de indgående skrivepraktikker og skrivekulturer. Som det bliver demonstreret af Christensen, Elf og Krogh i deres analyser af skrivekulturer i folkeskolens niende klasse, muliggør en sådan differentiering og eksplicitering af forskellige typer af skrivepraktikker og skrivekulturer, at modellen kan fungere som en egentlig analytisk heuristik med betydelig forklaringskraft i relation til forståelsen af elevers skrivning i skolen (se Christensen et al., 2014). I afhandlingens analyser vil fokus også være rettet mod de forskellige skrivekulturer, hvori elevers skrivning er indlejret i de gymnasiale matematikfag. I den sammenhæng vil der specielt blive fokuseret på, hvordan elevernes skrivning er formet af og er med til at forme de forskellige *lærerfaglige* skrivekulturer, der kan fremanalyses på baggrund af afhandlingens empiriske undersøgelser.

I projekt Faglighed og skriftlighed og i afhandlingen er forskningsinteressen i høj grad rettet mod elevers skriveudvikling og skriverudvikling gennem hele deres treårige gymnasiale uddannelse. Selvom triademodellen som beskrevet ovenfor gennem inddragelsen af begreberne skrivepraktik og skrivekultur udpeger forhold og betydninger, der rækker ud over den konkrete skrivehændelse, er fokus i modellen netop på den enkelte unikke skrivehændelse, hvilket tydeliggøres gennem skrivehændelsens centrale placering i modellen. Ønsket om at blive i stand til at analysere og forstå skriveudvikling og skriverudvikling i et longitudinalt perspektiv tydeliggjorde behovet for en udvikling af triademodellen, der derfor blev suppleret med et tidsperspektiv. Denne nye model, vist i Figur 5 nedenfor, blev, bl.a. på grund af dens visuelle lighed med en bestemt chokolade, i forskergruppen døbt *Tobleronemodellen*.



Figur 5 Tobleronemodellen (Gengivet efter Krogh, forventet 2014b)

Hvor *den enkelte skrivehændelse* altså er i centrum for triademodellen, så er *udviklingen i skrivehændelser over tid* og dermed *skriveudvikling* i centrum for tobleronemodellen. På den måde tilbyder tobleronemodellen en heuristik for undersøgelsen af skriveudvikling og skriverudvikling begrebsliggjort som udviklingen i en række konkrete skrivehændelser, der hver især må forstås som indlejrede i skolens typificerede skrivepraktikker og skrivekulturer. Tobleronemodellen er i den forstand udtryk for en teoretisk forståelse af fænomenerne skriveudvikling og skriverudvikling, der bygger videre på triademodellens indlejrede forståelser af skrivning i de gymnasiale uddannelser.

I både triademodellen og tobleronemodellen forstås *skriftlige tekster* primært som sociale handlinger i situerede kontekster. I projekt Faglighed og skriftlighed og i denne afhandling bor imidlertid også en ambition om at undersøge og forstå skriftlige tekster fra et sprogligt og semiotisk perspektiv, det vil sige *som tekster i sig selv*. Hverken triademodellen eller tobleronemodellen

lægger op til denne type af tekstanalyser, og derfor opstod der et forskningsmæssigt behov for at udvikle en selvstændig analysemodel, der ville gøre det muligt at supplere de mere sociologisk inspirerede analyser af elevers skrivning, som udsprang af arbejdet med henholdsvis triademodellen og tobleronmodellen, med sproglige analyser af de typer af skriftlige tekster, elevers skrivning i de gymnasiale uddannelser typisk involverer. *Konstellationsmodellen*, vist i Figur 6 nedenfor, er projekt Faglighed og skriftligheds svar på et sådant forskningsmæssigt analysebehov.

Analyseenhed	Anskuet som tekst	Anskuet som diskurs	Anskuet som social handling
Skriveordre			
Elevtekst			
Lærerkommentar			
Elevinterview			

Figur 6 Konstellationsmodellen (Gengivet efter Krogh, forventet 2014b)

Konstellationsmodellen repræsenterer en heuristik for analysen af den konstellation af skriftlige tekster, der indgår i skolens prototypiske skrivehændelser, dvs. for analysen af sammenhørende skriveordrer, elevbesvarelser og lærerrespons. I modellen kombineres denne konstellation af skriftlige tekster med den triadiske forståelse af tekster som ytringer, der blev præsenteret ovenfor i afsnit 3.2.

I konstellationsmodellens venstre kolonne optræder således den grundlæggende analyseenhed, som betragtes i afhandlingens tekstanalyser: skriveordre, elevbesvarelse og lærerrespons, suppleret med elevinterview. Øverst langs modellens horisontale akse er så angivet de analytiske blikke, hvormed hver enkelt af de oplistede tekster betragtes i den analytiske proces. I modellen lægges der således op til, at de enkelte dele af den grundlæggende analyseenhed hver især undersøges henholdsvis som *tekst*, som *fagdiskurs*, og som *social handling*, idet disse tre perspektiver repræsenterer konstellationsmodellens oversættelse af ytringens *form*, *indhold* og *brug*, jf. afsnit 3.2.1 ovenfor.

Når analyseenheden anskues som *tekst*, er fokus rettet mod, hvordan *tekstuel form* adresseres, realiseres og kommenteres i de forskellige indgående tekster, dvs. hvordan formaspektet, som fx brug af forskellige sproglige, grafiske og semiotiske ressourcer, tematiseres i skriveordren, hvordan det realiseres i elevbesvarelsen, og hvordan det kommenteres og evalueres i lærerresponsen. Når analyseenheden anskues som *diskurs*, fokuseres der i afhandlingens analyser tilsvarende på, hvordan det matematikfaglige *indhold* tematiseres, realiseres og kommenteres i analyseenhedens forskellige tekster. Endelig fokuseres der i analyserne på, hvordan skrivningens brugsaspekt kommer til udtryk i de forskellige tekster, når analyseenheden anskues som *social handling*. Det er i den forbindelse afslutningsvis vigtigt at understrege, at selvom konstellationsmodellen er udtryk for en fælles forståelse af, hvordan tekster kan analyseres som *tekster* i projekt Faglighed og

skriftlighed, tilpasses og anvendes modellen i praksis med variationer i forskellige konkrete analyser, der indgår i projekt Faglighed og skriftlighed afhængigt af de enkelte analysers formål og interesse. I det kommende kapitel 4, afsnit 4.7.3, vil der derfor blive gjort rede for, hvordan konstellationsmodellen er blevet modificeret og anvendt i forbindelse med de i afhandlingen gennemførte analyser af elevers matematikfaglige skrivning.

## 4 Metode

Med udgangspunkt i forskningsinteressen formuleret i afhandlingens indledning og på baggrund af den teoretiske ramme, som blev skrevet frem i forrige kapitel, argumenteres der i dette kapitel for metodevalg knyttet til projektets empiriske undersøgelser og de efterfølgende analyser af elevers skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag.

Det var fra projektets start hensigten at studere skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag gennem empiriske undersøgelser af autentiske situationer, hvor elever arbejder med matematikfaglige opgavegenrer. Der blev fra start desuden truffet et valg om, at elevernes perspektiv skulle være det privilegerede perspektiv i disse undersøgelser og i de efterfølgende analyser.

Sigtet med de empiriske undersøgelser var eksplorativt. Det var således ikke en del af undersøgelsernes mål at evaluere eller forsøge at forbedre elevers skrivning og skriveudvikling i de studerede sammenhænge, men derimod netop at *udforske* det komplekse samspil mellem opgavegenrer, skrivepraktikker og skriveudvikling i konkrete tilfælde, jf. det økologiske perspektivs credo om at starte i det specifikke, beskrevet i kapitel *TEORI*. Der var derfor brug for empiriske undersøgelsesmetoder, som kunne forene de formulerede forskningsinteresser med afhandlingens teoretiske ramme, hvoraf det sociokulturelle perspektiv på læring, forståelsen af skrivning som en social praksis og det hermed forbundne økologiske perspektiv udgjorde centrale elementer.

I kapitel *TEORI* blev der gjort rede for, hvordan skrivning i afhandlingen forstås som en situeret, formålsdrevet kommunikativ handle. Empiriske undersøgelser, der baserer sig på en sådan forståelse, må nødvendigvis forsøge at udforske skrivning *som* en praksis, det vil sige rette fokus mod skrivning som en aktivitet, der udføres af bestemte mennesker med bestemte formål på bestemte tidspunkter i bestemte situationer. En accept af det økologiske perspektiv på skrivning og skriftlighed har i forlængelse heraf den konsekvens, at målet i empiriske undersøgelser af elevers skrivning *ikke* kan være at isolere parametre, der ser ud til at have betydning for elevers matematikfaglige skriveudvikling i den givne kontekst, men derimod netop at forsøge at begribe denne kompleksitet gennem situerede analyser af skrivningens kontekstualitet.

Det økologiske perspektiv peger således mod inddragelsen af *kvalitative metoder*, idet kvantitative metoder netop er kendetegnet ved et forsøg på at isolere relevante parametre og forstå dem i metriske kategorier. Som Hastrup (2010) dog peger på, er en dikotomisk opdeling af kvalitative og kvantitative metoder imidlertid for kategorisk, idet de to perspektiver i konkrete empiriske undersøgelser ofte vil supplere hinanden.

Når det gælder feltarbejdet er det ubetvivleligt, at mængder og målestokke indgår med vægt i enhver bestemmelse af relativ betydning i det sociale felt. Det ville være utænkeligt ikke at medtænke fx hyppigheden af visse ritualer i et langhus, hvis det er der, man laver feltarbejde. Blot er det aldrig hyppighed eller antal, der i sig selv fortæller, hvilken betydning begivenheden eller langhuset har for det sociale livs formation og fortolkning.

Hastrup (2010: 55f.)

Med afsæt i ovenstående citat af Hastrup vil jeg derfor argumentere for, at afhandlingens teoretiske ramme udpeger brugen af kvalitative metoder til at belyse de komplekse sammenhænge, projektets forskningsinteresse åbner for, men at en sådan udpegning ikke udelukker inddragelsen af kvantitative elementer i de empiriske undersøgelser og analyserne af de herigennem producerede data.

For at indkredse metodevalg yderligere blev beslægtede studier konsulteret; specielt projekt SKRIV (se fx Smidt, 2010a) samt Christensen, Elf og Kroghs studie af skrivekulturer i folkeskolens niende klasse (Christensen et al., 2014). Begge disse forskningsprojekter står, som også denne afhandling, i høj grad på skuldrene af den del af skriveforskningen, der udspringer af *New Literacy Studies* (se fx Barton, 2007; Barton & Hamilton, 2000; Gee, 1996, Heath, 1983; Ivanič, 1998; Street, 1984), hvor forskellige typer af *etnografiske metoder* benyttes som måder at studere skrivning og skriftlighed på.

Etnografiske undersøgelsesmetoder bygger på en antagelse om, at forskeren ved at generere og analysere en mængde forskelligartede data vil være i stand til at give mere valide fortolkninger af og forklaringer på komplekse sociale fænomener, end hvis kun én datatype bringes i spil og analyseres (Hyland, 2009: 27).

Applying this method to an understanding of how and why people write means gathering naturally occurring data under normal conditions from numerous sources, typically over a period of time, without interfering with either writers or the writing context.

Hyland (2009: 27)

Inden for en etnografisk forskningstilgang benyttes således varierede metoder for at opnå et så komplet billede som muligt af de fænomener, der studeres, og data genereres fx gennem observationer, formelle og uformelle interview og samtaler eller ved indsamling af skriftlige tekster og andre typer af artefakter, der produceres og anvendes i de sociale situationer og sammenhænge, der studeres (Cohen, Manion & Morrison, 2011: 219ff.; Schultz, 2006: 360).

Etnografiske undersøgelsesmetoder fremstod derfor som en hensigtsmæssig metodologisk tilgang til den empiriske del af projektet, idet etnografien netop gav muligheder for at forene projektets forskningsinteresser med de teoretiske forståelser af skrivning og skriftlighed, der abonneres på i afhandlingen. Derfor blev det tidligt i forskningsprocessen besluttet, at den overordnede metodologiske ramme for de empiriske undersøgelser skulle være *tekstorienteret etnografi* (jf. Lillis, 2008).

En sådan beslutning skal også forstås i lysets af, at elevernes perspektiv fra start var valgt som det privilegerede perspektiv i projektet som helhed. Et etnografisk forskningsdesign gjorde det således muligt at forfølge et sådant deltagerperspektiv i konkrete empiriske undersøgelser, da etnografi netop er en type af kvalitativ forskning, der muliggør insiderorienterede beskrivelser af individers kulturelle praktikker.

A core ethnographic principle is that participants' views be treated as authentic and significant (...) and that research needs to be empirically grounded in, and theoretically infused by, participants' lives.

Lillis (2009: 174)

I projektets forskningsdesign er elevperspektivet forsøgt indtænkt på flere niveauer, men grundlæggende kommer det til udtryk gennem det forhold, at de mennesker, der følges i de empiriske undersøgelser, og som derfor har mulighed for at komme til orde gennem samtaler og interview er elever og ikke fx lærere eller skoleledere.

Når etnografiske forskningsdesign har været den primære tilgang til studier af skrivning inden for New Literacy Studies, hænger det sammen med den grundlæggende antagelse om, at skrivning først og fremmest må forstås som sociale handlinger indlejret i forskellige diskurser (Gee, 1996: 131) og (skrive)kulturer, jf. kapitel 3.

The assumption that writing is always associated with particular domains of cultural activity means we need to study literacy in a new way, using detailed ethnographic accounts of how writing is put to use by real people in their schools, homes, neighbourhoods and workplaces.

Hyland (2009: 50)

Et ønske om at forstå skrivning som en social praksis betyder således inden for New Literacy Studies at fokus rettes mod konkrete skrifthændelser, som de finder sted i menneskers tilværelser på bestemte tidspunkter i bestemte situationer. Barton (2000: 178) tilbyder en indledende heuristik for en sådan metodisk tilgang til studier af skrivning og skriftlighed.

- Identificér et eller flere relevant(e) domæne(r), som forskningen skal fokusere på. Det kan fx være bestemte steder, aktiviteter eller problemstillinger.
- Observer domænets visuelle omgivelser.
- Identificér bestemte skrifthændelser og dokumentér dem.
- Identificér tekster, observer, hvordan de bruges i konkrete skrifthændelser, og analysér skriftpraktikker, der omgiver teksterne.
- Interview personer omkring de identificerede skriftpraktikker: hvordan de forstår dem, og hvad deres forhold er til dem.

Selvom Bartons heuristik er simpel, giver den et illustrativt indblik i, hvordan de empiriske undersøgelser overordnet er grebet an i projektet. Når heuristikken trods alt er for simpel i forhold til det konkrete gennemførte feltarbejde, skyldes det blandt andet dens lineære struktur, og måske især det forhold, at den aktivitet, afhandlingens forskningsinteresse udpeger som det relevante domæne, nemlig elevens skrivning i de gymnasiale matematikfag, ofte rent fysisk foregår på steder, som ikke var mulige at observere direkte i de empiriske undersøgelser, som fx i elevernes hjem.

#### 4.1 Etnografi som metode og metodologi

Der findes ifølge Hammersley og Atkinson (2007: 2) ikke en standarddefinition af begrebet *etnografi*, hvilket formentlig er en konsekvens af den inden for etnografien erklærede ambition om at beskrive og forstå verden i sin kompleksitet.<sup>14</sup>

There is no single blueprint for naturalistic, qualitative or ethnographic research, because there is no single picture of the world. Rather, there are many worlds and many ways of investigating them.

Cohen et al. (2011: 219)

På trods af denne diversitet i forståelsen af, hvad etnografi dækker over, identificerer Hammersley (2006: 4; Hammersley & Atkinson, 2007: 3) en række kendetegn, der er karakteristiske ved etnografiske forskningstilgange. Hammersley sammenfatter disse kendetegn i de fem nedenstående punkter, der herved udgør et bud på en afgrænsning eller definition af etnografi som kvalitativ forskningsmetode.

1. People's actions and accounts are studied in everyday contexts, rather than under conditions created by the researcher – such as in experimental setups or in highly structured interview situations. In other words, research takes place 'in the field'.

Hammersley & Atkinson (2007: 3).

I projektets empiriske undersøgelser er elevens matematikfaglige skrivning studeret i dets 'naturlige' miljø, dvs. at undersøgelserne har fokuseret på otte elevens skriftlige arbejde i fire gymnasiale klassers matematikundervisning, som disse aktiviteter fremstod i autentiske undervisningssituationer over en periode på minimum ét skoleår. De gennemførte empiriske undersøgelser har således ikke involveret, at jeg som forsker har haft bevidst indflydelse på, hvordan der skulle arbejdes med skrivning og skriftlighed i de fire gymnasiale matematikklasser.

2. Data are gathered from a range of sources, including documentary evidence of various kinds, but participant observation and/or relatively informal conversations are usually the main ones.

Hammersley & Atkinson (2007: 3).

---

<sup>14</sup> Se også Cohen et al. (2011: 219ff.) for en omfattende gennemgang af forskellige bud på, hvad der karakteriserer denne form for uddannelsesforskning.



I de empiriske undersøgelser er genereret en betydelig mængde forskelligartede data, både gennem observationer af undervisning i de fire matematikklasser, interview og samtaler med lærere og elever samt fysiske og webbaserede indsamlinger af en lang række skriftlige tekster, der knyttede sig til det skriftlige arbejde i matematikundervisningen i de fire klasser. I Figur 7 nedenfor er vist en oversigt over de fire primære datakilder der indgik i projektets empiriske undersøgelser, samt de typer af data, der blev genereret herudfra.

<b>Datakilde</b>	<b>Datatyper</b>
<b>Observationer af matematikundervisning og tilknyttede aktiviteter på de fire skoler</b>	Skriftlige feltkommentarer og observationsskemaer
<b>Indsamling af skriftlige tekster</b>	<i>Primære:</i> skriveordrer, elevbesvarelser og lærerrespons  <i>Sekundære:</i> elevnoter og handouts benyttet i undervisningen el. lign.
<b>Interview med lærere og elever</b>	Skriftlige interviewguider og lydoptagelser af interviewsamtaler
<b>Virtuel etnografi fx i forbindelse med webbaserede læringsplatforme el. lign.</b>	Matematikfagenes læreplaner og vejledninger, uge- og månedsplaner for klassernes matematikundervisning, officielle skoledokumenter, samt uformelle elektroniske samtaler, som fx e-mail eller sms-beskeder med lærere og elever

Figur 7 De empiriske undersøgelser grundlæggende datakilder og datatyper

Indsamlingen af skriftlige tekster koncentrerede sig primært om de typer af tekster der indgår i konstellationsmodellen præsenteret ovenfor i kapitel 3, afsnit 3.7.1, det vil sige sammenhørende konstellationer af skriveordrer, elevbesvarelser og lærerrespons. Selve indsamlingen var i praksis tidsmæssigt omfattende og logistisk udfordrende, men i et metodisk perspektiv var den ukompliceret. Det samme gør sig imidlertid hverken gældende for klasserumsobservationer eller interview med lærere og elever. Derfor behandles disse to metodiske greb mere udførligt nedenfor i afsnit 4.3 og afsnit 4.4.

3. Data collection is, for the most part, relatively ‘unstructured’, in two senses. First, it does not involve following through a fixed and detailed research design specified at the start. Second, the categories that are used for interpreting what people say or do are not built into the data collection process through the use of observation schedules or questionnaires. Instead, they are generated out of the process of data analysis.

Hammersley & Atkinson (2007: 3).

Datagenereringen var i de indledende faser af projektets empiriske undersøgelser ustruktureret i den forstand, at der i princippet blev indsamlet 'alle' tilgængelige former for data, der knyttede sig til den udvalgte gruppe elevers skriftlige arbejde i faget matematik, uden at det på forhånd lå endeligt fast, hvilke af disse datatyper der ville blive inddraget i de efterfølgende analyser. Da fokus var rettet mod elevers skrivning, virkede det oplagt, at de skriftlige matematikfaglige tekster, som eleverne skrev, ville blive en central datatype, men eleverne producerede i løbet af deres gymnasiale uddannelser hver især op til 60 skriftlige besvarelser i faget matematik, og det lå ikke på forhånd klart, hvilke af elevernes skriftlige tekster, der ville blive de centrale i de efterfølgende analyser, ud over at fokus i indsamlingen på baggrund af den overordnede forskningsinteresse blandt andet var rettet mod besvarelser af ikke-traditionelle matematikopgaver (se kapitel 7).

4. The focus is usually on a few cases, generally fairly small-scale, perhaps a single setting or group of people. This is to facilitate in-depth study.

Hammersley & Atkinson (2007: 3).

Af forskellige årsager, som vil blive uddybet nedenfor, involverede projektets empiriske undersøgelser i alt fire casestudier, det vil sige studier af fire forskellige matematikklasser. I hver af de fire klasser blev to af klassens elever udvalgt, og disse i alt otte elevers skrivning blev fulgt tæt gennem hele undersøgelsens tidsmæssige udstrækning. Disse otte elever omtales i afhandlingen som *elevdeltagerne*.

5. The analysis of data involves interpretation of the meanings, functions, and consequences of human actions and institutional practices, and how these are implicated in local, and perhaps also wider, contexts. What are produced, for the most part, are verbal descriptions, explanations, and theories; quantification and statistical analysis play a subordinate role at most.

Hammersley & Atkinson (2007: 3).

Formålet med analyserne af de data, som blev genereret gennem projektets empiriske undersøgelser, var fra projektets start at undersøge brugen af ikke-traditionelle matematikopgaver i matematikundervisningen i relation til elevers muligheder for at udvikle sig som matematikfaglige skrivere. Undervejs i de empiriske undersøgelser blev dette fokus imidlertid revideret, så også nogle af de skrivepraktikker, der mere generelt knytter sig til elevers skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag, blev studeret og gjort til genstand for analyse. En sådan revidering er ifølge Hammersley ikke blot mulig, men ligefrem forventelig i forbindelse med gennemførelsen af longitudinale etnografiske studier.

It is expected that the initial interests and questions that motivated the research will be refined, and perhaps even transformed, over the course of the research; and that this may take a considerable amount of time. Eventually, through this process, the inquiry will become progressively more clearly focused on a specific set of research questions, and this will then allow the strategic collection of data to pursue answers to those questions more effectively, and to test these against evidence.

Hammersley (2007: 3f.)

Med udgangspunkt i den ovenfor beskrevne afgrænsning af etnografi diskuterer Lillis (2008, 2009) værdien af at benytte etnografiske undersøgelsesmetoder i studier af akademisk skrivning. Hun peger i den forbindelse på, at etnografi kan bidrage til skriveforskningen ved at fremme sensitiviteten for skrivningens indlejring i en social kontekst, alt efter hvordan etnografi som forskningstilgang operationaliseres i konkrete tilfælde. Lillis (2008) skelner i den forbindelse mellem etnografi som *metode*, *metodologi* og *dyb teoretisering* (*deep theorizing*), og hun anfører, at etnografi inden for skriveforskningen ofte kun operationaliseres på det første niveau som en metode, der primært indbefatter interview om skriftlige tekster.

At a minimal level, ethnography as method (talk around text)<sup>15</sup> usefully directs the researcher's attention beyond the written text towards a consideration of some elements of writers' perspectives about texts. At a second level, ethnography as methodology, involving multiple data sources and sustained involvement in contexts of production, enables the researcher to explore and track the dynamic and complex situated meanings and practices that are constituted in and by academic writing. At a third, and the most radical level, ethnography as "deep theorizing" (Blommaert, 2007) fundamentally challenges the ways in which text and context in writing research are often conceptualized as separate phenomena and signals the need to develop analytic tools that narrow the gap between them.

Lillis (2008: 355)

Både i designfasen og i selve gennemførelsen af de empiriske undersøgelser er der i projektet søgt inspiration i denne tredeling af begrebet etnografi, og etnografi er i den forbindelse blevet forstået og operationaliseret som metodologi, jf. ovenstående citat af Lillis.

Ifølge Lillis eksisterer der en ontologisk kløft mellem tekst og kontekst, og hun argumenterer for, at man i forskningstilgange må forsøge at minimere denne kløft ved at benytte etnografi som *metodologi* eller som *dyb teoretisering* i skriveforskningen. Skridtet fra etnografi som *metode* til etnografi som *metodologi* består for Lillis i at udvide sit forskningsdesign fra studier af skriftlige tekster suppleret med interview til også at indebære længerevarende deltagelse og engagement i de konkrete sociale sammenhænge, hvori skrivningen optræder, dvs. feltstudier af skrivning og skriftlighed, hvor der inddrages forskelligartede datakilder (Lillis, 2008: 362).

Som eksempler på forskellige typer af data, der kan inddrages i sådanne studier, nævner Lillis forskellige former for interviews af både skrivere eller andre involverede personer, autentiske

---

<sup>15</sup> *Talk around texts* er en bestemt form for kvalitative forskningsinterview, som vil blive introduceret i afsnit 4.4.2.

skriftlige tekster, e-mails, skrevne korrespondancer mellem skrivere og andre end forskeren, som fx læreren, observationsnoter fra feltbesøg, feltkommentarer fx i forbindelse med uformelle samtaler med skrivere, billeder fra feltarbejdet og institutionelle dokumenter af alle mulige beskaffenheder. Formålet med at inddrage så relativt forskelligartede datatyper i sit studie er, ifølge Lillis, at muliggøre 'thick descriptions' (Geertz, 1973) og 'thick participation', det vil sige en socialisering til *felten*<sup>16</sup>, hvorigennem denne bliver mulig at forstå og fortolke gennem en skiftende brug af insider- og outsiderperspektiver på de studerede fænomener.

Thick description and participation enable the researcher to explore what's significant and at stake for writers at specific sociohistorical moments and, importantly, thus to engage with what is significant contextually for understanding what academic writing, and specific academic texts, signify for the writer: (...)

Lillis (2008: 367)

Hvilke typer af data, der skal i forgrunden i de efterfølgende analyser, afhænger således både af de på forhånd formulerede forskningsspørgsmål, men *også*, hvis man som i dette projekt vælger deltagerperspektivet som det privilegerede perspektiv, af, hvad der fremstår som vigtigt for de skrivere og de former for skrivning, der undersøges i studiet. Det mest håndgribelige eksempel på dette i afhandlingen, kommer til udtryk i det forhold, at elevernes brug af it-baserede skriveredskaber *ikke* var en del af den indledningsvis formulerede forskningsinteresse, men alligevel endte med at udgøre en central del af de gennemførte analyser, jf. kapitel 6.

Operationaliseringen af etnografi som metodologi er ifølge Lillis (2008) imidlertid ikke uden problemer, og hun peger i den forbindelse på, at en sådan forskningstilgang måske nok formår at mindske kløften mellem tekst og kontekst, men næppe formår at bygge bro over den. Som et eksempel på dette nævner hun *praksisbegrebet*, der, som det fremgik af kapitel 3 ovenfor, også er et centralt begreb i denne afhandlings teoretiske forståelse af skrivning og skriftlighed. Som der blev argumenteret for i forrige kapitel, tilbyder forståelsen af skrivning som en social praksis netop en teoretisk sammenkædning af skrivning og de sociale strukturer, i hvilke skrivningen er indlejret, og som skrivningen derigennem er med til at opretholde og forme. Ofte er praksisbegrebet dog, ifølge Lillis (2008), primært i stand til analytisk at bringe teksten ud i konteksten og har sværere ved samtidig at 'trække' konteksten med ind i analysen af selve teksten.

Thus, curiously, in contrast with the stated goal of a social practices approach, the outcome is that to a certain extent, while an ideological notion of literacy frames understandings surrounding the text, an autonomous notion of literacy often remains attached to the text (...)

Lillis (2008: 374).

---

<sup>16</sup> Med udgangspunkt i Hastrup (2010) skelnes der i afhandlingen mellem *felten* som det konkrete sted i verden, hvor de empiriske undersøgelser finder sted, og *feltet*, som er det analytisk bestemte genstandsfelt.

For at overkomme dette foreslår Lillis en operationalisering af etnografi som *dyb teoretisering*, og hun henviser til *lingvistisk etnografi* (se fx Creese, 2008) som et eksempel på en forskningstilgang, hvor en sådan operationalisering af etnografi praktiseres. Det afgørende skridt fra etnografi som metodologi består her i et forsøg på at udvikle analytiske begreber, som fødes direkte i spændingen mellem insider- og outsiderperspektiver, og som derigennem kan være med til at trække tekst og kontekst sammen i konkrete analyser. Lillis fremhæver *indeksikalitet (indexicality)*, det vil sige de måder hvorpå dele af talt eller skrevet sprog indekserer eller udpeger aspekter af den sociale kontekst, og *orienteringer (orientations)*, det vil sige de måder hvorpå læsere og lyttere orienterer sig mod, hvad der skrives eller siges, som to eksempler på analytiske begreber, der kan være med til at operationalisere etnografi som dyb teoretisering (Lillis, 2008: 376). Hun peger i den forbindelse på, at en central styrke ved sådanne analytiske begreber er det forhold, at begreberne *ikke* refererer til faste tekstuelle kategorier, som det typisk er tilfældet med formelle lingvistiske analysebegreber, men derimod er *relationelle* begreber. Begreberne kan netop derfor ifølge Lillis (2008) bidrage til at navigere mellem insider- og outsiderforståelser og på den måde fange interessante spændinger mellem tekst og kontekst i konkrete empiriske undersøgelser.<sup>17</sup>

Som anført ovenfor er etnografi som forskningstilgang i projektet primært blevet forstået og operationaliseret som metodologi i forbindelse med gennemførelsen af de empiriske undersøgelser. Men netop begreberne indeksikalitet og orienteringer er konsekvent blevet forsøgt inddraget både i forbindelse med gennemførelsen af feltarbejdet og i analyser af de heraf genererede data. I begge tilfælde er de blevet anvendt til at undersøge og forstå samspillet mellem elevers matematikfaglige skrivning og de skrivepraktikker og skrivekulturer, som denne form for skrivning er indlejret i. I disse tilfælde var det analytiske fokus specielt rettet mod, hvad der i de givne sammenhænge fremstod som vigtigt for elever og lærere i forbindelse med det skriftlige arbejde i matematikfaget (se afsnit 4.7 om analysebegreber og analysestrategier nedenfor).

Om en sådan brug af begreberne indeksikalitet og orienteringer i sig selv er i stand til at kvalificere den i projektet benyttede tekstorienterede etnografi som dyb teoretisering i Lillis' forstand er nok tvivlsomt. En sådan kvalificering har imidlertid heller ikke på noget tidspunkt være et mål *i sig selv* i arbejdet med at konstruere et brugbart forskningsdesign for projektets empiriske undersøgelser.

## 4.2 Design af casestudier

En afklaring af forskningsinteresser og teoretiske forståelser, kombineret med et valg af en etnografisk forskningstilgang, konstituerer i sig selv ikke et egentligt forskningsdesign. Hertil er felten, som Hastrup bemærker det, for komplekst et genstandsområde.

I feltvidenskaberne er der en konkret og til enhver tid helt unik situation at studere – i livet, talen eller landskabet, som det forefindes for forskerens blik. Felten er derfor uhyre kompleks, og man er nødt til på baggrund af sin empiriske interesse at tilskære sig et analytisk objekt, dvs. at identificere et specifikt fokus og dermed en begrundelse for at afgrænse genstandsfeltet på en bestemt måde.

---

<sup>17</sup> Se Lillis (2008: 377ff.) for et eksempel på en anvendelse af disse to begreber i en konkret analyse.

I Hammersleys fempunktsafgrænsning af etnografi, som blev beskrevet ovenfor, anføres som det fjerde punkt, at etnografisk forskning typisk fokuserer på få *casestudier*, i nogle tilfælde måske udelukkende på én enkelt case. Formålet med et så specifikt fokus er ifølge Hammersley & Atkinson (2007: 3) at give mulighed for *indgående* og *detaljerede* studier af bestemte fænomener, som de optræder i konkrete sociale sammenhænge. Alene den etnografiske ambition om at anvende forskellige metoder, der kan belyse hinanden og generere en bred vifte af forskellige typer af data, betyder, at brugen af casestudier byder sig til i forbindelse med konstruktionen af et egentligt forskningsdesign.

Som det var tilfældet med begrebet etnografi, hersker der i forskningslitteraturen ikke enighed om, hvad begrebet casestudie dækker over (Cohen et al., 2011: 289ff.). I afhandlingen er der anlagt en pragmatisk tilgang til en sådan diversitet i definitioner af casestudiet, idet begrebet i det følgende vil blive brugt som en betegnelse for de afgrænsninger af det studerede genstandsfelt, som planlægning og gennemførelse af projektets empiriske undersøgelser indebar, jf. citat af Hastrup ovenfor.

Yin (2003: 39ff.) identificerer fire hovedtyper af forskningsdesign for casestudier:<sup>19</sup>

- *Enkeltilfældedesign*, hvor der fokuseres på én, eventuelt *kritisk* eller *typisk*, case
- *Indlejrede enkeltilfældedesign*, hvor den studerede case i sig selv indeholder en mængde mere eller mindre selvstændige analyseenheder. Et eksempel på dette kunne være et casestudie af en hel skole, hvor forskningsdesignet indeholder forskellige typer af delstudier af specifikke lærere, elever, eller klasserum.
- *Komparative design*, hvor to eller flere beslægtede cases studeres og sammenlignes.
- *Indlejrede komparative design*, som dækker over forskningsdesign, der forsøger at kombinere komparative design med indlejrede enkeltilfældedesign.

I projektets empiriske undersøgelser er der benyttet et *komparativt design*, hvor jeg har fulgt otte gymnasieelever fordelt i fire forskellige matematikklasser på fire forskellige skoler gennem skoleåret 2011-2012. I afhandlingen benyttes betegnelserne *case* eller *casestudie* om hvert af de fire studier af matematikklasser, der blev gennemført.

Det komparative element indgik i det gennemførte feltarbejde på flere niveauer. Allerede i den indledende planlægningsfase opstod ideen om at studere brugen af ikke-traditionelle opgavegenerer i de gymnasiale matematikfag på tværs af de fire forskellige gymnasiale uddannelser (htx, hhx, hf og

---

<sup>18</sup> Hastrups udgangspunkt er den antropologiske version af feltarbejdet, dvs. at hun lever i felten i sine undersøgelser. Det er vigtigt at understrege, at feltarbejde i projektet bruges om en noget mere tilbagetrukket aktivitet.

<sup>19</sup> Se Yin (2003: 40) for en informativ illustration af forskellene mellem de fire typer af casestudiedesign.

stx) for derved at have mulighed for at sammenligne og perspektivere brug og forståelser af ikke-traditionelle opgavegenrer i de gymnasiale matematikfag. Min egen baggrund som henholdsvis stx- og hf-underviser i faget matematik var en faktor i den sammenhæng. I begge disse gymnasiale uddannelser var *temaopgaver*, som i afhandlingens kapitel 7 nedenfor karakteriseres som et af de primære eksempler på institutionaliserede ikke-traditionelle opgavegenrer, introduceret i fagenes styredokumenter få år før projektets begyndelse. Det er klart, at nogle elever og matematiklærere rundt om på de danske stx- og hf-uddannelser muligvis allerede havde arbejdet med denne opgavegenre gennem flere år, men en egentlig institutionalisering af opgavegenren via fagenes styredokumenter var netop *ikke-traditionel*. Jeg gik således ind til afhandlingsarbejdet med en overbevisning om, at brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer som institutionaliseret praksis var ny, og det var blandt andet for at blive i stand til at perspektivere en sådan forforståelse af feltet, at det uddannelseskomparative design blev foretrukket. På baggrund af dette valg blev det besluttet at studere i alt fire cases, der fordelte sig over de fire gymnasiale uddannelser, der fandtes på det givne tidspunkt i det danske uddannelsessystem.

#### 4.2.1 Kontakt med og adgang til felten

Flyvbjerg (2010: 475) skelner mellem henholdsvis *tilfældig* og *informationsorienteret* udvælgelse som to overordnede strategier for hvordan man kan udvælge cases i en forskningsmæssig sammenhæng. I planlægningen af de empiriske undersøgelser er der benyttet en informationsorienteret udvælgelsesstrategi, idet det fra start blev besluttet at søge efter få, men *informationstunge* cases med en *tydelig variation*. Sidstnævnte blev sikret gennem valget af cases på tværs af de fire gymnasiale uddannelser. Ved informationstunge cases forstås i denne sammenhæng matematikklasser, hvor der på forhånd kunne forventes en betydelig brug af ikke-traditionelle opgavegenrer i den daglige undervisningspraksis, da dette element var et af de centrale elementer i den oprindeligt formulerede forskningsinteresse. Som beskrevet ovenfor var projektet ikke født med en ambition om at afgøre, hvorvidt en brug af ikke-traditionelle opgavegenrer i *alle* tilfælde vil resultere i, at elevers matematikfaglige skrivning udvikles, men derimod en interesse for at undersøge, hvorvidt brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i *konkrete tilfælde* faktisk er i stand til at åbne for læringsmuligheder, der knytter sig til elevers matematikfaglige skriveudvikling. Valget af at gå efter informationstunge cases finder således især sin begrundelse i dette forhold.

Den egentlige udvælgelse af cases foregik i første omgang ved at konsultere egne og kollegers netværk af matematikundervisere for derigennem at finde frem til *skriveinteresserede* (Elf, 2014) undervisere med en interesse for brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer, og herudover ved at identificere matematikundervisere, der havde deltaget i forskellige former for kurser eller udviklingsprojekter knyttet til arbejdet med skriftlighed i de gymnasiale uddannelser. Min position som medlem af en skriveforskningsgruppe med et omfattende netværk inden for denne form for kursusvirksomhed og udviklingsarbejde var en privilegeret position i den sammenhæng.

I den næste fase blev forskellige matematiklærere, der kunne fungere som mulige gatekeepere i den videre proces med at udvælge bestemte matematikklasser og bestemte elevdeltagere, kontaktede, og

forskellige konstruktioner af cases blev diskuteret med denne gruppe af matematiklærere. I nogle af disse tilfælde tilbød de kontaktede lærere sig selv som deltagere i de enkelte casestudier, mens de i andre tilfælde henviste til kolleger, som de af forskellige årsager opfattede som mere egnede til at indgå i projektets empiriske undersøgelser. I denne fase spillede også geografiske hensyn ind, idet der blev søgt efter en vis geografisk spredning mellem de forskellige cases, men en sådan spredning skulle samtidig kunne rumme kommende logistiske udfordringer i de empiriske undersøgelses gennemførelsesfase. Geografisk spredning var således ikke som sådan den afgørende parameter i udvælgelsen af de fire cases. På baggrund af dette arbejde blev der i foråret 2011 indgået aftaler med fire lærere, der tilsammen dækkede de fire gymnasiale uddannelser, og som hver især indvilgede i at indgå i casestudierne med en specifik matematikklasse i det efterfølgende skoleår 2011-2012.

Som beskrevet ovenfor var der fra projektets start truffet et valg af elevperspektivet som afhandlingens privilegerede perspektiv. Derfor blev det, allerede inden der blev etableret kontakt til de forskellige matematiklærere, besluttet, at der i hver af de fire udvalgte matematikklasser skulle etableres en tæt kontakt til to af klassens elever, der kunne fungere som fokusdeltagere i de empiriske undersøgelser. I afhandlingen anvendes betegnelsen *elevdeltagere* om disse otte gymnasieelever fra de fire klasser. Ved at vælge to elever i hver klasse blev den eksterne komparative dimension mellem de fire matematikklasser suppleret med en intern komparativ dimension mellem hvert par af elever i de fire klasser. Formålet med den interne komparation var at skabe bedre betingelser for at forstå hver enkelt af de deltagende elevers arbejde med og forståelser af skrivning og skriftlighed i matematikfaget. At valget faldt på to, og ikke flere, elever fra hver klasse, skyldtes primært et pragmatisk hensyn til den betydelige mængde data, det at følge hver enkelt elev ville resultere i.

De otte elevdeltagere blev valgt i en proces, der i første fase beroede på de fire matematiklæreres kendskab til de fire klassers elever. Min indgang til denne proces var et ønske om at de valgte elever skulle være *stabile*, dvs. at der var en rimelig forventning om, at de ville blive i projektet gennem hele skoleåret, og desuden at eleverne skulle være *robuste*, det vil i denne sammenhæng sige, at de ikke ville lade sig slå ud af det ekstra arbejde, det trods alt ville medføre for hver enkelt af dem at deltage i projektet. I forlængelse af dette blev det besluttet at udvælge nogle elever, der placerede sig i den midterste del eller over i klassens karakterfordeling i faget matematik. Kombineret med valget af informationstunge cases åbnede denne strategi for valg af elever mulighed for, at nogle af de konstruerede cases kunne vise sig som *kritiske cases* (Flyvbjerg, 2010), hvorved den udsigelseskraft, som projektets analyser kunne hævde, ville blive forøget. Resultatet af processen var i hvert tilfælde en prioriteret liste med tre eller fire af den pågældende classes elever, og klassens lærer diskuterede efterfølgende på tomandshånd en eventuel deltagelse i projektet med to af eleverne fra den pågældende classes liste. I de fleste tilfælde indvilgede de spurgte elever i at deltage i casestudierne som elevdeltagere. I et enkelt tilfælde ønskede en elev ikke at deltage, og den næste elev på den prioriterede liste blev spurgt og indvilgede i at deltage i projektet.

Inden konkrete klasserumsobservationer og elevinterview blev påbegyndt, blev der til hver af de otte elevdeltagere givet en mundtlig introduktion til projektet, og eleverne blev desuden præsenteret



for en skriftlig præsentation af projektet i form af en *erklæring om elevdeltagelse*, som er gengivet i afhandlingens bilag 11.1. Erklæringen om elevdeltagelse var et skriftligt dokument, hvor projektets formål og de praktiske implikationer for den enkelte deltager blev beskrevet. I de tilfælde, hvor eleven var under 18 år, var det hensigten at disse erklæringer skulle underskrives af de pågældende elevers forældre eller værger. Herved blev det forsøgt at opnå *informeret samtykke* (Brinkmann, 2010) fra de deltagende elever og deres forældre eller værger inden de empiriske undersøgelser begyndelse. Af erklæringen fremgik det blandt andet, at ”Eleven er garanteret anonymitet og eleven (indtil eleven fylder 18 år gælder dette ligeledes dennes forældre/værge) kan til enhver tid afbryde samarbejdet eller tage samarbejdets form op til diskussion.” (Erklæring om elevdeltagelse, gengivet i bilag 11.1).

Interessen for at studere elevernes *skriveudvikling* fastlagde i sig selv ikke nogen grænser for den tidsmæssige udstrækning af de empiriske undersøgelser, men som ovenfor beskrevet er en vedvarende deltagelse i felten et afgørende skridt mod en operationalisering af etnografi som metodologi. I en kombination af metodiske og pragmatiske hensyn blev det derfor besluttet at følge elevdeltagerne i ét helt skoleår med det håb, at en sådan tidsmæssig udstrækning i praksis ville gøre det muligt at generere data, der kunne belyse projektets forskningsinteresser.

#### 4.2.2 Re-design af casestudier

Det ovenfor beskrevne forskningsdesign bestående af fire etårige casestudier blev implementeret og gennemført i skoleåret 2011-2012. Som beskrevet flere steder indebærer en etnografisk forskningstilgang typisk en ikke-lineær struktur, hvor gennemførelse af feltarbejde og analyse af de genererede data foregår i en sammenviklet rekursiv proces (Cohen et al., 2011: 223ff.). Dette var også tilfældet i dette projekt, hvor de første forsøgsvisse analyser af genereret data fandt sted i den første halvdel af skoleåret 2011-2012, dvs. mens feltarbejdet stadig stod på.

Gennem dette kombinerede analyse- og feltarbejde blev det tydeligt, at den oprindelige intention om det komparative blik mellem de fire cases var vanskeligt at føre igennem i de konkrete analyser, simpelthen fordi de fire cases i praksis var mere forskellige end forventet på forhånd. Hensigten med de fire casestudiers forskellighed var jo at muliggøre komparation på tværs af de gymnasiale uddannelser, men da udvælgelsen af de konkrete matematikklasser i praksis var foregået på baggrund af etablerede kontakter til specifikke lærere og dermed afhæng af, hvilke matematikhold disse lærere skulle undervise det følgende skoleår, druknede analysernes tværgående blik i en vis forstand i andre perspektiver som fx hvilke studieretninger klasserne var en del af, hvilket år af deres gymnasiale uddannelse klasserne befandt sig på, og hvilket institutionelt niveau<sup>20</sup> de enkelte matematikhold var placeret på. Herudover skiftede den ene af de otte elevdeltagere skole og gymnasial uddannelse omkring midtvejs i den periode, som de empiriske undersøgelser var planlagt til at strække sig over.

---

<sup>20</sup> A-niveau, B-niveau eller C-niveau. Se fodnote 1, s. 8.

Selv om en sådan diversitetsproblematik var blevet overvejet inden igangsættelsen af de empiriske undersøgelser, stod dens konsekvenser for analyserne af de genererede data for alvor først klart, da feltarbejdet rent tidsmæssigt befandt sig i den afsluttende halvdel. Det er i den forbindelse vigtigt at understrege, at den type af analyser, der gennemføres i de følgende kapitler 6, 7 og 8, er mulige at gennemføre, og faktisk i en vis udstrækning er blevet gennemført, for de casestudier, der ikke behandles udførligt i afhandlingens analysekapitler. Det er alene validiteten af det uddannelseskomparative blik mellem *alle* de fire cases, der her bliver sat spørgsmålstegn ved.

I forlængelse heraf meldte sig også en etisk problemstilling, der knytter sig til det komparative blik. Ved på den ene side at fastholde og fremhæve et uddannelseskomparativt perspektiv, mens det på den anden side gennem de indledende analyser kunne konstateres, at denne dimension ikke alene kunne forklare de afgørende forskelle i arbejdet med fx ikke-traditionelle opgavegenrer eller it-baserede skriveredskaber i de fire casestudier, ville projektets analytiske konklusioner risikere at fremstille de fire forskellige gymnasiale uddannelsers matematikfag på måder, der i praksis ville være for kategoriske og ensidede.

En supplerende pointe, der også trådte frem i forbindelsen med feltarbejdet, specielt gennem interview med elevdeltagerne, var det forhold, at den valgte tidsmæssige udstrækning af feltarbejdet på nogle områder syntes uhensigtsmæssig i forhold til den formulerede forskningsinteresse om at studere elevers skriveudvikling. Elevers skrivning kan principielt udvikle sig i løbet af minutter, timer, dage, år eller årtier, men i løbet af feltarbejdet stod det efterhånden klart, at elevernes matematikfaglige skrivning og skriveudvikling netop syntes indrammet af det forhold, at de befandt sig på en toårig (hf) eller treårig (stx, hhx og htx) uddannelse, og derfor med fordel kunne forstås i minimum et treårigt perspektiv.<sup>21</sup>

På baggrund af disse metodiske, analytiske og etiske overvejelser blev det i den afsluttende del af feltarbejdet besluttet at supplere det oprindelige design af casestudierne med en udvidelse, der muliggjorde andre typer af analyser i de efterfølgende faser af projektet. Som det påpeges flere steder i forskningslitteraturen, er en sådan reformulering af forskningsinteressen og et hermed forbundet re-design af de empiriske undersøgelser ofte en del af etnografiske forskningsdesign (se fx Hammersley & Atkinson, 2007: 20ff. eller Cohen et al., 2001: 219ff.). I det aktuelle tilfælde blev det besluttet at øge fokus på henholdsvis htx-casen og på stx-casen, både fordi klasserne i disse to casestudier havde de tydeligste fælles referencepunkter i form af sammenlignelige studieretninger (matematik og bioteknologi) og samme institutionelle niveau i faget matematik (A-niveau), men også fordi det i en vis forstand var muligt at følge de elever, der var en del af henholdsvis htx-casen og stx-casen, som matematikfaglige skrivere gennem hele deres treårige gymnasiale uddannelse. Når formuleringen 'i en vis forstand' anvendes her, skyldes det, at det på grund af projektets overordnede tidsmæssige afgrænsning i praksis ikke var en mulighed at følge elevdeltagerne gennem observationer i alle tre år af deres gymnasiale uddannelse. Derimod var det muligt at følge

---

<sup>21</sup> Faktisk inddrager afhandlingens analyser også elevdeltagerne beskrivelser af matematikundervisningen i den afsluttende del af folkeskolen, hvorved det tidsmæssige perspektiv i en vis forstand rækker ud over de tre år, en dansk gymnasial uddannelse maksimalt er normeret til.

dem til ende af deres uddannelse, og på den måde både indsamle deres matematikfaglige tekster fra alle tre års gymnasial matematikundervisning og samtidig tale med elevdeltagerne om dette arbejde i interviewsamtaler (se afsnit 4.4 nedenfor). Konkret betød det i første omgang, at observationer af stx- og htx-klassens matematikundervisning blev opprioriteret i den afsluttende del af det oprindeligt planlagte feltarbejde (se Figur 8 nedenfor), og i anden omgang, at feltarbejdet blev forlænget med et ekstra skoleår, som var stx-klassens tredje og sidste skoleår i deres gymnasiale uddannelse. I skoleåret 2012-2013 blev kontakten med både stx-læreren og elevdeltagerne i stx-klassen således bevaret gennem uformelle samtaler og udveksling af skriftlige tekster primært via elektroniske medier, men også gennem egentlige interviewsamtaler ved afslutningen af skoleåret (se Figur 11 nedenfor). Med dette re-design af feltarbejdet genetableredes muligheden således for det uddannelseskomparative perspektiv, der var en formuleret del af det oprindelige forskningsdesign, om end i en mindre skala end først planlagt.

### 4.3 Deltagende observation

Som Barton (2007: 46) bemærker, kan en del viden om skrivning og skriftlighed opnås ved at studere, hvad mennesker *siger*, men da holdninger til og opfattelser af skrivning og skriftlighed også kommer til udtryk i de menneskelige *handlinger*, der involverer skrivning, bør disse også studeres. Observationer er således en væsentlig tilføjelse til indsamling af skriftlige tekster og gennemførelse af interview, når forskningsinteressen retter sig mod, hvilke former og funktioner det skriftlige arbejde tildeles i matematikundervisningen, samt hvilke betydninger lærere og elever knytter hertil.

It is generally accepted that the practices of another culture have to be discovered by detailed observation; this is no less true of cultures we are close to.

Barton (2007: 47)

Når deltagende observation indgår som en del af empiriske undersøgelser, involverer det en mere eller mindre eksplicit forhandling af adgang til den del af felten, der observeres. Adgangen til observationer af de fire klassers matematikundervisning var opnået gennem klassernes matematiklærere, men som Hammersley og Atkonson (2007: 4) peger på, er en etableret adgang via gatekeepere ikke nødvendigvis tilstrækkelig, den må også løbende genforhandles med de deltagere, der studeres. I forhold til de otte elevdeltagere blev en sådan adgang fra start eksplicit forhandlet, blandt andet via erklæringen om elevdeltagelse, som blev beskrevet ovenfor, men også løbende implicit genforhandlet i kraft af elevdeltagernes fortsatte vilje til at deltage i projektet, fx ved at indgå i interviewsamtaler og udlevere skriftlige matematiktekster. Det er vanskeligere at argumentere for, at resten af eleverne i klasserne også har indgået i eksplicite eller implicite forhandlinger, idet disse elever jo ikke blev spurgt, om de ønskede at deltage i projektets empiriske undersøgelser. Ved den første observation i hver af de fire matematikklasser præsenterede jeg derfor formålet med min tilstedeværelse i klasserummet og det overordnede formål med projektet og de empiriske undersøgelser for klassernes elever. Da ingen af eleverne i de fire klasser hverken i den sammenhæng eller under senere observationer udtrykte modvilje mod min tilstedeværelse i klasserummene, blev det i den sammenhæng opfattet som en implicit tilkendegivelse af accept i

forhold til mine observationer af klassernes matematikundervisning. I Figur 8 nedenfor er vist en oversigt over observationer af matematikundervisningen i de fire klasser gennemført i forbindelse med projektets empiriske undersøgelser.

	Hf-klassen	Hhx-klassen	Stx-klassen	Htx-klassen
<b>1</b>	September (primo) 2011 2 moduler <sup>22</sup>	September (medio) 2011 2 moduler	August (medio) 2011 1 modul	August (medio) 2011 1 modul
<b>2</b>	Oktober (ultimo) 2011 2 moduler	Oktober (primo) 2011 2 moduler	September (medio) 2011 1 modul	September (primo) 2011 1 modul
<b>3</b>	Januar (ultimo) 2012 1 modul	Oktober (ultimo) 2011 2 moduler	Oktober (primo) 2011 1 modul	September (ultimo) 2011 1 modul
<b>4</b>	Februar (primo) 2012 1 modul	November (medio) 2011 2 moduler	Oktober (ultimo) 2011 2 moduler	Oktober (primo) 2011 1 modul
<b>5</b>	April (medio) 2012 1 modul	Januar (ultimo) 2012 2 moduler	November (medio) 2011 1 modul	November (ultimo) 2011 1 modul
<b>6</b>		Februar (primo) 2012 2 moduler	December (medio) 2011 1 modul	Januar (medio) 2012 1 modul
<b>7</b>		April (ultimo) 2012 2 moduler	Januar (ultimo) 2012 1 modul	Februar (medio) 2012 1 modul

<sup>22</sup> I Figur 2 benyttes betegnelsen (matematik)modul, og ikke (matematik)time, fordi ingen af observerede undervisningssituationer var skemalagt til eller i praksis varede 60 minutter. Selvom der var forskelle mellem de fire skolers valg af undervisningsmodulernes tidsmæssige udstrækning, dækker betegnelsen (matematik)modul i Figur 2 over en undervisningssekvens skemalagt til at vare 90-100 minutter.

<b>8</b>		April (ultimo) 2012 2 moduler	Marts (ultimo) 2012 1 modul
<b>9</b>		Juni (medio) 2012 4 moduler	April (ultimo) 2012 1 modul
<b>10</b>			Maj (medio) 2012 1 modul

Figur 8 Oversigt over observationer af matematikundervisning i de fire casestudier

Selve observationerne foregik ved, at jeg inden det pågældende matematikmoduls begyndelse fandt en ledig plads i klasserummet, hvor det var muligt at sidde med min bærbare computer og notere, undervejs som modulet skred frem. Ofte sad jeg bagerst i klasserummet eller langs en af klasserummets sidevægge, men i nogle tilfælde sad jeg også mellem eleverne. Hvis læreren igangsatte forskellige former for gruppearbejde, forlod jeg typisk min plads og bevægede mig i stedet rundt i klasserummet og talte med klassens elever om, hvad de lavede, og hvordan de opfattede den pågældende situation. I nogle af disse tilfælde benyttede elever en sådan situation til også at stille matematikfaglige spørgsmål til mig eller fx til at spørge ind til min rolle som observatør af deres matematikundervisning. I disse tilfælde forsøgte jeg typisk at svare eleverne efter bedste evne. Lignende situationer forekom også i nogle tilfælde, selvom der ikke var igangsat et gruppearbejde i klasserne, alene af den grund, at jeg ofte rent fysisk sad placeret tæt ved siden af nogle af klassernes elever. I enkelte tilfælde blev jeg desuden inddraget i undervisningen ved at klassernes matematiklærere henvendte sig direkte til mig i en konkret undervisningssituation, fx ved at stille et spørgsmål i klassens offentlige samtalerum.

Som Swain (2006) peger på, er sådanne rolleskift den etnografiske observatørs vilkår. Ofte kan det være nødvendigt at skifte rolle i konkrete observationer afhængig af de situationer, der opstår, og sådanne skift er sjældent mulige at planlægge på forhånd. I den indledende fase af feltarbejdet var jeg betænkelig ved denne tilsyneladende sammenblanding af observation og deltagelse, men efterhånden som feltarbejdet skred frem, var det min opfattelse, at netop denne form for deltagelse i undervisningen havde potentiale til at bidrage med yderligere, og ofte værdifuld, viden om elevernes brug og opfattelser af det skriftlige arbejde i matematikundervisningen, fx ved at åbne for forskellige typer af dialoger med klassernes elever. En sådan åbning opstod fx i htx-klassen i forbindelse med matematiklærerens tavlegennemgang af en række matematikopgaver. Her citeres fra det observationsskema, jeg udfyldte i forbindelse med det pågældende matematikmodul.

Opgave 17 volder problemer. Klassen diskuterer, hvordan den skal løses. De kender det rigtige svar, men kan ikke argumentere for, at dette faktisk er rigtigt. Tiden går. Jeg ender med at blande mig og foreslå en løsning af opgaven. Jeg overvejer, om det er at forlade forskerrollen at blande mig, men bliver vel revet med af stemningen ('vi skal have løst opgaven, ellers kan vi ikke sove i nat' som klassens lærer siger til klassen). Efterfølgende sidder jeg tilbage og overvejer, om det var fornuftigt at blande mig. Elever og lærere virker glade for at få opgaven løst, og det er ikke mit indtryk, at de tager stor notits af, at jeg er til stede. Mere præcist: Jeg føler, at min tilstedeværelse er fuldt accepteret. I den efterfølgende pause henvender et par af klassens (dygtigste) elever sig til mig og spørger til det videre Georg Mohr-forløb.<sup>23</sup> Jeg opfordrer dem til at deltage. Det viser sig altså, at min korte indblanding gjorde mig til fagperson (matematiker) (der er ikke tidligere nogen af eleverne, der har spurgt mig om noget vedrørende matematik – men til alt muligt andet). Det giver anledning til en snak med eleverne om, hvilke elever der har valgt at skrive studieretningsprojekt i matematik, og hvilke andre fag de skal arbejde med. Vi taler også kort om det forberedelsesmateriale, de sidder og arbejder med i slutningen af timen, og hvad de tænker om det. Undervejs i samtalen går det op for mig, at pausen faktisk er slut, og at timen faktisk er i gang igen, læreren går rundt og hjælper og taler også til mig uden videre uden at anfægte, at jeg nu pludselig står midt i rummet under timen og taler med elever. Jeg tolker det som om, mit, synes jeg selv, uskyldige faglige indspark åbnede en dør til klassens faglige fællesskab omkring matematikken.

Uddrag fra observationsskema, htx-klassen, november 2011

Som Hastrup (2010) understreger, er deltagelse i principiel forstand ikke et *valg*, men et *vilkår* i forbindelse med feltarbejde, hvis forskningsinteressen retter sig mod de praksisser og kulturer, der konstrueres i de sociale sammenhænge, der studeres.

Uanset fra hvilken plads man deltager, gælder det, at deltagelse er en forudsætning for at mærke og forstå de drivende kræfter i det sociale felt. Når vi indimellem mener, at denne positionering trækker fra vor videns gyldighed, så er det værd at huske på, at alle de sociale og kulturelle aktører har en plads. Der er ingen, absolut ingen, der kan tale fra 'ikke-noget-særligt-sted' eller fra flere positioneringer på én gang. (...) At deltage i fællesskabet betyder således netop ikke at placere sig, så man kan se det fra alle steder på én gang, men at mærke sig de kræfter, der er på spil i de konkrete situationer, der åbner sig for hver enkelt. I praksis lærer man altid fællesskabet at kende fra et bestemt sted. Når man har tid til at bevæge sig mellem flere steder og således opnå en krydsperspektivering af feltet, åbner der sig mulighed for en omfattende og generel viden om dets spilleregler.

Hastrup (2010:71f.)

---

<sup>23</sup> Georg Mohr-konkurrencen er en landsdækkende matematikkonkurrence, der blev grundlagt i 1991, og som henvender sig til de dygtigste elever i de gymnasiale uddannelser. På Georg Mohr-konkurrencens website slås det fast at "Formålet med Georg Mohr-Konkurrencen er at stimulere interessen for matematik ved at udfordre de dygtigste elever med opgaver der i sværhedsgrad ligger ud over det de møder i den daglige undervisning. Desuden fungerer konkurrencen som et led i udvælgelsen af deltagere til IMO, Den Internationale Matematikolympiade." Se <http://www.georgmohr.dk/> (besøgt marts 2014).

I forbindelse med hver enkelt observation udfyldte jeg et observationsskema, mens jeg var til stede i klasserummet. Til det formål blev der under alle observationerne benyttet et observationsskema, som blev udviklet af Christensen, Elf og Krogh i forbindelse med deres studie af skrivekulturer i folkeskolens niende klasse (se Christensen et al., 2014: 52ff.). Et tilsvarende observationsskema blev desuden brugt af de fleste af projekt Faglighed og skriftligheds skriveforskere i forbindelse med observationer i konkrete klasserum. Herved blev mulighederne for at sammenligne og diskutere observationer på tværs af projekt Faglighed og skriftligheds delstudier forøget.

Observationsskemaet, som er gengivet i bilag 11.2, er opdelt i en *registrerende del* og en *fortællende del*. Den registrerende del var beregnet til at registrere konkrete forhold, der knyttede sig til det skriftlige arbejde i det givne undervisningsmodul. Det involverede fx, hvordan det enkelte matematikmodul var sekvenseret, hvilke skrifthændelser der indgik i modulet, hvilke formål der eksplicit blev givet af læreren i forbindelse med skriveopgaver i eller uden for klasserummet, eller hvordan elever og lærere brugte forskellige medier og modaliteter i forbindelse med det skriftlige arbejde. Denne registrering blev suppleret af observationsskemaets fortællende del, hvor der i modsætning til den registrerende del var åbnet op for observatørens umiddelbare fortolkning og forståelse af, hvad der foregik i undervisningssituationen, og denne del af observationsskemaet fungerede således som de første ustrukturerede skridt på vejen mod egentlige systematiske analyser af det skriftlige arbejde i den observerede undervisning.

#### **4.4 Interview som lange samtaler om skriftlige tekster**

En central del af projektets empiriske undersøgelser bestod i interview med elever og lærere fra de fire matematikklasser. Formålet med dette var at opnå viden om, hvilke forståelser og værdier både lærere og elever knyttede til fx opgavegenrer og skriveredskaber i de konkrete skrivehændelser som blev studeret i feltarbejdet. Når skrivning i afhandlingen grundlæggende forstås som en situeret, formålsdrevet kommunikativ handling, jf. kapitel 3, bliver det væsentligt at spørge ind til de formål, handlinger og perspektiver, der ifølge skriversne selv knytter sig til det skriftlige arbejde i matematikundervisningen.

Investigating literacy as practice involves investigating literacy as ‘concrete human activity’, not just what people do with literacy, but also what they make of what they do, the values they place on it and the ideologies that surround it.

Baynham (1995: 1)

Da elevperspektivet fra start var valgt som afhandlingens privilegerede perspektiv, bestod langt hovedparten af de gennemførte interview af individuelle samtaler med de otte elevdeltagere, og disse samtaler blev i de fleste tilfælde gennemført på elevernes respektive skoler, jf. afsnit 4.4.3 nedenfor.

##### **4.4.1 Det kvalitative forskningsinterview**

Som Brinkmann og Tanggaard (2010: 30) peger på, er interview som forskningsmetode langtfra en neutral teknik, der har mulighed for at producere upåvirkede svar fra de personer, der deltager i et

givent interview. Derimod er interviewsituationen en social udveksling, hvor to eller flere personer i fællesskab mere eller mindre eksplicit forhandler sig frem til kontekstuel baserede spørgsmål og svar. Kvale og Brinkmann understreger denne pointe ved at karakterisere den viden, der kan opnås gennem kvalitative forskningsinterview som produceret, relationel, samtalebaseret, kontekstuel, sproglig, narrativ og pragmatisk (Kvale & Brinkmann, 2009: 71ff.).

Brinkmann og Tanggaard skelner i forlængelse heraf mellem kvalitative interview, der har fokus på *mening*, og kvalitative interview, der har fokus på *sprog*. I det *fænomenologisk* orienterede interview rettes fokus mod meningen af det sagte eller skrevne, og der søges derfor efter præcise beskrivelser af, hvordan bestemte fænomener, som fx specifikke skrivehændelser, opleves fra et førstepersonsperspektiv.

Når det drejer sig om kvalitativ forskning, er fænomenologi i almindelighed et begreb, der peger på en interesse i at forstå sociale fænomener ud fra aktørernes egne perspektiver og beskrive verden, som den opleves af informanterne, ud fra den antagelse, at den vigtige virkelighed er den, mennesker opfatter.

Kvale & Brinkmann (2009: 44)

Interviewforskere med interesse for sprog, som fx diskursanalytikere, retter derimod fokus mod *formen* af det sagte eller det skrevne og er således optaget af, hvordan de interviewede personer italesætter bestemte fænomener ved at trække på tilgængelige diskursive ressourcer. I modsætning til det fænomenologisk orienterede interview, hvor selve interviewet betragtes som et medium, hvorigennem de interviewede personer har mulighed for at udtrykke erfaringer fra oplevelser uden for selve interviewsituationen, vil det sprogorienterede interview fokusere på det specifikke interview som en selvstændig social begivenhed, hvor den egentlige erfaring konstrueres *i* selve interviewsituationen (Brinkmann & Tanggaard, 2010: 31).

I betragtning af, at der i afhandlingen abonneres på et tekstbegreb, hvor tekster forstås som ytringer, der altid vil have både en form-, en indholds- og en brugsdimension, ville det nærmest være selvmodsigende at betragte interviewdata, der jo også er en samling af sproglige ytringer, som transparente repræsentationer af virkeligheden. Den præsenterede skelnen mellem menings- og sprogfokuserede interview opfatter jeg derfor primært som en *analytisk skelnen*, hvor den enkelte interviewforsker vælger sit analyseperspektiv på de sproglige ytringer, der produceres i interviewsituationerne.

I afhandlingen anlægges der en fænomenologisk forståelse af det kvalitative forskningsinterview, og der vil derfor ikke blive gennemført selvstændige analyser af interviewdata genereret i de empiriske undersøgelser, hvor fokus *alene* er rettet mod, hvordan de beskrevne fænomener fremstilles og italesættes. Fokus i analyserne af interviewdata vil derimod primært være rettet mod at forstå og fortolke *meningen* af de beskrivelser, elevdeltagerne og deres matematiklærere giver af det skriftlige arbejde i matematikundervisningen, samtidig med at det dog anerkendes, at en sådan meningsanalyse ikke kan adskilles entydigt fra en betragtning af de genererede interviewdatas tekstuelle form og sociale brug.



Gennem det fænomenologisk orienterede interview opnås ifølge Kvale og Brinkmann (2009: 47) en privilegeret mulighed for at få adgang til og beskrive de interviewede personers oplevelser af deres *livsverden*, det vil sige ”Verden, som man møder den i dagliglivet, og som den foreligger i direkte og umiddelbar oplevelse, uafhængigt af og forud for videnskabelige forklaringer.” (Kvale & Brinkmann, 2009: 351).

Målet med at inddrage interview i de empiriske undersøgelser var i forlængelse heraf således at opnå så præcise og nuancerede beskrivelser som muligt af de aspekter af specielt elevdeltagernes livsverdener, der involverede det skriftlige arbejde i matematikundervisningen, for derigennem at blive i stand til at supplere analyserne af elevernes matematikfaglige tekster med et insiderperspektiv på det skriftlige arbejde i matematikundervisningen.

Den kvalitative interviewer opfordrer interviewpersonerne til at beskrive så nøjagtigt som muligt, hvad de oplever og føler, og hvordan de handler. Der fokuseres på nuancerede beskrivelser, der afbilder den kvalitative variation, de mange forskelle og typer inden for et fænomen snarere end at komme frem til fastlagte kategoriseringer.

Kvale & Brinkmann (2009: 48)

I de interview, der blev gennemført som en del af projektets empiriske undersøgelser, er der således søgt efter kvalitativ viden udtrykt af elever og lærere i almindeligt sprog, og selvom hyppigheden, hvormed nogle bestemte typer af udsagn optræder i den samlede mængde af interviewdata, i enkelte tilfælde er fundet interessant i forbindelse med de efterfølgende analyser, var kvantificeringer af interviewdata ikke et mål i sig selv, jf. Kvale og Brinkmann (2009: 48).

#### 4.4.2 Talk around texts

I projektets empiriske undersøgelser er benyttet en bestemt form for kvalitative forskningsinterview, som i den engelsksprogede litteratur har fået betegnelsen *talk around texts* (TAT). Denne form for kvalitative forskningsinterview er oprindeligt udviklet af Ivanič (se fx Ivanič, 1998) og senere videreudviklet af blandt andre Lillis (2008, 2009), hvis diskussioner af TAT især danner grundlag for nedenstående fremstilling.

Talk around texts as a methodology developed by Ivanič has the specific goal of explicitly seeking out writers' perspectives through ongoing discussions over time. Moreover, it is set within a commitment on the part of the researcher to learn about the writer's interest and desires within the context of their life histories in order to make greater sense of any specific acts of writing.

Lillis (2009: 175)

TAT er udviklet med det formål at udforske insiderperspektiver på skrivning, tekster og skriftpraktikker, og i TAT-interview er det derfor skrivers egne perspektiver der er de centrale. Da dette var i overensstemmelse med det i afhandlingen valgte deltagerperspektiv på skrivning og skriftlighed, og da det teoretiske fundament, som TAT-tilgangen er rundet af ligeledes er

begrebsligt kompatibelt med afhandlingens teoretiske forståelser, stod TAT frem som en hensigtsmæssig måde at gennemføre den interviewmæssige del af projektets empiriske undersøgelser på.

TAT-tilgangen bygger videre på teoretisk tankegods fra *kritisk pædagogik* (Freire, 1985), og Ivanič's arbejde med *Critical Language Awareness* (se fx Clark, Fairclough, Ivanič & Martin-Jones, 1991). Sidstnævnte er tydeligt beslægtet med, hvis ikke en egentlig del af, *New Literacy Studies*, som blev beskrevet ovenfor i kapitel 3, og som også denne afhandling på flere områder tager afsæt i. Metodisk er Ivanič inspireret af *diskursbaserede interview*, hvor interviewpersoner, fx studerende eller undervisere, får fremlagt forskellige bud på skriftlige formuleringer eller tekstafsnit og så skal beskrive og begrunde, hvilke af disse formuleringer eller tekstafsnit de anser som passende i en given tekstuel sammenhæng.<sup>24</sup> I diskursbaserede interview er det som udgangspunkt personen, der interviewer, som på forhånd har fremstillet de forskellige bud på formuleringer og tekstafsnit, som interviewpersonerne så i den givne interviewsituation skal forholde sig til.

I modsætning hertil identificerer Ivanič i sine TAT-interview ikke på forhånd, hvad der fremstår som interessant i de skriftlige tekster, der tales om, men overlader i høj grad dette element til de skrivere, der interviewes, ud fra en antagelse om, at de, altså skriverne, er de rette til at udpege, hvad der er vigtigt for dem som skrivere i specifikke skrifthændelser (Lillis, 2009: 178). Ved at give de interviewede personer en reel mulighed for at bidrage til interviewets retning, fx ved at udpege hvilke fænomener eller problemer der skal fokuseres på i givne interviewsammenhæng, så forstyrres de ofte fastlagte positioneringer mellem deltagerne i interviewsituationen. Netop dette forhold fremhæver Lillis (2009: 169f.) som et af TAT-tilgangens væsentligste bidrag til skriveforskningen. Som begrundelse herfor peger Lillis på, at det i praksis kan være svært at skabe rum, hvor elever eller studerende 'frit' kan tale med lærere eller forskere om egne skriftlige tekster, simpelthen fordi rum, i abstrakt forstand, aldrig er egentligt neutrale.

Også det kvalitative forskningsinterview rummer typisk et indbygget asymmetrisk magtforhold, hvor forskeren definerer interviewsituationen ved at sætte rammen med spørgsmål og desuden har monopol på interviewsamtalens tidsmæssige udstrækning (Kvale & Brinkmann, 2009: 51). Hvis forskningsinteressen imidlertid indebærer at privilegere et *deltagerperspektiv* på skrivning, så må der ifølge Lillis (2009: 175) benyttes metoder som fx TAT-interview, der har potentiale til at forstyrre de i situationen umiddelbart givne magtforhold, og som derigennem er i stand til at skabe rum for samtale om skriftlige tekster, hvor netop deltagerperspektivet fremhæves.

As a method, what does it essentially involve? Talk between the researcher and the writer-participant about a text that the writer is writing or has written. Such talk may focus on a text type, text, or section/feature of a text: the specific focus at any moment in time may be something as small as a full stop, to patterns of vocabulary or grammar, such as the use of particular pronouns across a text, to a specific convention emblematic of academic discourse, such as the use of citations.

Lillis (2009: 171)

---

<sup>24</sup> Se fx Prior (1998), hvor der i flere sammenhænge benyttes diskursbaserede interview.

De tekster, der tales om i TAT-interview, er 'rigtige' tekster, det vil sige skriftlige tekster, som skriveren er i gang med at skrive, allerede har skrevet eller som på anden måde er involveret i autentiske skriveprocesser i forbindelse med skriverens uddannelsesaktiviteter. Teksterne er således ikke blevet skrevet med udgangspunkt i et givet forskningsprojekt. I de interview, der blev gennemført i forbindelse med projektets empiriske undersøgelser, var de skriftlige tekster, elevdeltagerne havde skrevet, var i gang med at skrive eller skulle til at skrive i forbindelse med deres matematikundervisning, i de fleste tilfælde i centrum for vores samtaler. I andre tilfælde blev der taget udgangspunkt i de skriveordrer, som blev stillet af klassernes matematiklærere, eller i den skriftlige respons, der blev givet af selvsamme lærere til elevernes skriftlige matematiktekster. Et sådant TAT-design af interview gjorde det muligt at udforske både store og små detaljer, der fra elevernes perspektiv knyttede sig til skrivning og skriftlighed i matematikfaget, både i relation til, hvordan der ifølge eleverne skabes mening i skriftlige matematikfaglige tekster, men også i relation til elevernes mere overordnede perspektiver på skrivning, skrivepraktikker og skrivekulturer i matematikfaget.

Such emic contributions draw the researcher directly towards contextualization, that is, towards a more specific and/or complex understanding of what is significant to writers at a specific moment in time, in their specific sociohistoric writing trajectories. They also shape the future direction of the research.

Lillis (2008: 365)

Som en del af TAT-tilgangen arbejdes der systematisk med konstruktionen af *lange samtaler* (*lange samtaler*) om skriftlige tekster (Lillis, 2008: 362), hvor en given samtale om en specifik skriftlig tekst ikke opfattes som en isoleret samtale, men derimod som et led i en længere kæde af samtaler mellem de deltagende interviewpersoner. I projektet forløb interviewsamtalerne med de otte elevdeltagere over en tidsperiode på henholdsvis ét skoleår i de korteste interviewforløb til over to år i de længste interviewforløb (se Figur 11 nedenfor). Det primære formål med så langstrakte interviewforløb var at opnå nuancerede og kohærente beskrivelser og fortolkninger af skrivers insidertperspektiver for derved at undgå, at tilfældige dele af specifikke elevers perspektiver på baggrund af en enkelt interviewsituation fejlagtigt ville blive fremanalyseret som særligt relevante eller vigtige for den pågældende elev. Samtidig giver konstruktionen af lange samtaler, qua sin tidsmæssige udstrækning, en metodisk mulighed for at studere *skriveudvikling* fra et insidertperspektiv.

Lange samtaler om skriftlige tekster indledes i TAT-sammenhæng ifølge Lillis (2008: 362f.) typisk af ét eller flere *skriverhistorieinterview* (*literacy history interview*) (se fx Barton et al., 2000), hvor genstanden for interviewet er skriverens autobiografi af tidligere erfaringer med skrivning og skriftlighed, in casu skrivehændelser, der stammer fra elevens tidligere undervisning i faget matematik.

As well as drawing the researcher into the specific ways in which academic writing is embedded in people's lives, the autobiographical nature of literacy history interviews typically serves to open up a wide range of issues for discussion that are then continued in more text-focused cyclical talk over extended periods of time (...).

Lillis (2009: 363)

De lange samtaler med de otte elevdeltagerne blev i de empiriske undersøgelser i hvert enkelt tilfælde indledt med skriverhistorieinterview, og dette blev efterfulgt af cykliske samtaler om deres skriftlige tekster. Ved cyklisk forstås der i denne sammenhæng samtaler, der over tid vender tilbage til den samme skriftlige tekst, eventuelt i den givne teksts forskellige udgaver (udkast, færdigskrevet tekst, kommenteret tekst etc.)

Det er mit indtryk fra de interviewforløb, der blev gennemført i forbindelse med de empiriske undersøgelser at en sådan konstruktion af lange samtaler i alle tilfælde var med til at åbne for samtalerum om elevernes skriftlige tekster, som ikke havde været mulige at indtage uden disse vedvarende samtaler med deres insisterende rekursive natur. Som Lillis (2009) peger på, giver den langstrakte cykliske natur af interviewsamtalerne mulighed for, at der kan udvikles fælles referencepunkter og diskurser mellem de personer, der deltager i interviewsituationerne. Derved kan der i nogle tilfælde åbnes for samtalerum, der giver mulighed for en fælles konstruktion af viden, som i andre interviewsituationer ikke ville være tilgængelig, og som fra starten af interviewforløbet ikke kunne foregribes.

Et væsentligt element af dette kan for mig at se indfanges med ideen om *familiaritet*, som det beskrives i følgende uddrag af Rogers (2008), hvor fokus netop er rettet mod longitudinale studier af skriveudvikling.

One aspect of interviewing that may be an important consideration in relation to longitudinal studies is that of familiarity. For when the same interviewer interacts with the same subject throughout a study—as is the case in a number of these studies, familiarity develops between interviewers and interviewees as they interact across multiple interviews and years. This enhanced rapport certainly impacts the quality of data and the candidness of the interviewees: perhaps because researchers and subjects are more comfortable, approaching the interview with less anxiety and more honesty; over time the students come to know the researchers interests and can shape their thinking closer to that interest, collecting data and attending to concepts which arose in previous interviews; on the other hand, students may also fabricate data in efforts to please the interviewers; and researchers may simply come to understand their subjects better.

Rogers (2008)<sup>25</sup>

Familiaritet mellem personer, der deltager i lange fortsatte interviewsamtaler, introducerer således et tveægget spændingsforhold i interviewsituationerne, der på den ene side kan være med til at åbne for beskrivelser og fortolkninger af skrivning og skriftlighed, som ellers ikke var mulige at

---

<sup>25</sup> Den version af Rogers (2008) der var været tilgængelig under afhandlingsarbejdet var en ikke-pagineret version. Derfor mangler der en sidetalshenvisning ved uddrag fra Rogers (2008).

frembringe, men som samtidig kan bidrage til en skævvridning af de generede interviewdata. Som Rogers (2008) konkluderer, bør familiaritet som fænomen derfor indtænkes både i progressionen af de stillede interviewspørgsmål over tid, men også i de efterfølgende analyser af interviewdata.

TAT som interviewmetode er ifølge Lillis (2009) udbredt inden for skriveforskningen, men TAT operationaliseres forskelligt i forskellige sammenhænge. Hun foreslår, at man kan betragte forskellige operationaliseringer af TAT-interview som befindende sig på et kontinuum mellem *tekst* og *skriver*, alt efter i hvor høj grad den underliggende forskningsinteresse er rettet mod den eller de personer, der skriver, eller mod de skriftlige tekster, der produceres i den sammenhæng. I de interview af elevdeltagere, der er gennemført i forbindelse med projektets empiriske undersøgelser, var det på baggrund af forskningsinteressen hensigten, at interviewene skulle placere sig i skriverenden af et sådant kontinuum. På baggrund af de efterfølgende gennemlæsninger af interviewdata generet fra denne del af feltarbejdet konkluderer jeg, at dette i høj grad også var tilfældet i praksis, når de gennemførte interview betragtes som en samlet kategori af data. Samtidig gjorde gennemlæsningerne det dog klart, at selv inden for det enkelte interview foretager jeg, som en konsekvens af TAT-interviewets åbne struktur, i fællesskab med elevdeltagerne bevægelser og emneskift i vores samtaler, der gør, at man kan betragte selvsamme interview som hørende til både skriver-enden og til tekst-enden af Lillis' foreslåede kontinuum i forskellige dele af interviewet.

Skriverfokuserede TAT-interview er kendetegnet ved, at der i interviewsituationen opfordres til refleksioner, der til tider bevæger sig ud over selve skrivningen i de konkrete sammenhænge, som de skriftlige tekster, der tales om, optræder i. Og desuden af en anerkendelse af, at skrivernes egne analytiske perspektiver er afgørende for at forstå, hvad der anses for centralt eller vigtigt i de skrivemiljøer, som de skriftlige tekster, der tales om, er en del af. Et sådant insidertperspektiv tilbyder ifølge Lillis (2009) også en indgang til analysen af andre datatyper end interviewdata, idet skrivernes udpegning af, hvad de anser som relevant i relation til skrivning og skriftlighed i givne sammenhænge, netop kan fungere som en indledende afgrænsning af, hvilke dele af en i princippet uendelig stor kontekst, der er værd at beskæftige sig med i et specifikt studie af skrivning og skrivere.

#### **4.4.3 Gennemførelse af interviewsamtaler med elevdeltagere og lærere**

Kvale og Brinkmann (2009: 119ff.) beskriver, hvordan en typisk interviewundersøgelse analytisk kan opdeles i:

- (1) *tematiseringsfasen*, hvor undersøgelsens formål og tema fastlægges og afklares,
- (2) *designfasen*, hvor undersøgelsen planlægges,
- (3) *interviewfasen*, hvor selve interviewene gennemføres,
- (4) *transskriptionsfasen*, hvor interviewdata transskriberes fra talt sprog til skreven tekst,
- (5) *analysefasen*, hvor de transskriberede data analyseres,
- (6) *verifikationsfasen*, hvor validitet, reliabilitet og generaliserbarhed af de fremanalyserede konklusioner fastslås, og
- (7) *rapporteringsfasen*, hvor undersøgelsens konklusioner og anvendte metoder formidles.

I lyset af denne opdeling behandlede afsnit 4.4.1 og afsnit 4.4.2 ovenfor primært 1. og 2. og i et vist omfang 3., mens dette afsnit 4.4.3 vil have fokus på 3. og 4., og faserne 5. og 6. vil være nogle af de centrale omdrejningspunkter for afhandlingens analytiske kapitler. Som Kvale og Brinkmann (2009: 123) selv understreger, er den lineære fremstilling af interviewundersøgelsers faser en idealisering, hvis funktion det er at fungere som planlægningsværktøj. Den i projektet valgte TAT-tilgang umuliggør i sig selv en lineær interviewundersøgelse, og selvom alle Kvale og Brinkmanns syv faser kan identificeres i relation til projektets empiriske undersøgelser, optrådte de i praksis i processer, der bedre kan beskrives som iterative og sammenviklede end lineære, jf. afsnit 4.4.2 ovenfor.

Der er, som Brinkmann og Tanggaard bemærker, ikke nogen objektiv grænse for, hvor mange interview en given interviewundersøgelse bør indeholde.

Ideelt set interviewer man, indtil man når et mætningspunkt, hvilket vil sige, at yderligere interview ikke giver flere relevante oplysninger om det, man ønsker at vide noget om.

Brinkmann og Tanggaard (2010: 32)

I projektets empiriske undersøgelser var målet fra start at gennemføre ét formelt interview med hver af de fire deltagende matematiklærere, samt fire formelle interview med hver af de otte elevdeltagere. Interviewene med de fire matematiklærere blev gennemført i den første del af feltarbejdet, jf. Figur 9 nedenfor.

Matematiklærer	Htx-klassen	Stx-klassen	Hf-klassen	Hhx-klassen
<b>Interview</b>	September 2011 43 min. 12 sek.	Oktober 2011 34 min. 27 sek.	September 2011 35 min. 27 sek.	September 2011 41 min. 23 sek.

Figur 9 Oversigt over gennemførte interview med de fire matematiklærere

Når der her bruges betegnelsen *formelle* interview, skyldes det, at denne type af interview i feltarbejdet blev suppleret med en stor mængde *uformelle* mundtlige og internetbaserede samtaler med både lærere og elever, som i flere tilfælde blev dokumenteret i feltkommentarer, jf. afsnit 4.5. Det var i overensstemmelse med den fulgte TAT-tilgang ikke fra start fastlagt, hvad der præcis skulle tales om i hver enkelt interviewsamtale, og i praksis betød de fire matematikklassers forskellighed med hensyn til, hvordan det skriftlige arbejde materialiserede sig, at der i de fleste tilfælde måtte udarbejdes specifikke interviewguides til hvert enkelt interview. I alle interviewsamtaler var omdrejningspunktet dog konkrete matematikfaglige tekster som beskrevet ovenfor i afsnit 4.4.2. På trods af variationerne mellem de enkelte interviewsamtaler med elevdeltagerne er det alligevel, i det mindste retrospektivt, muligt at tale om de gennemførte

interview som bestående af fire tværgående runder med hver sit overordnede tematiske perspektiv, jf. Figur 10 nedenfor.

Runde	Tema
1	Elevdeltagernes skriverhistorier (jf. Lillis, 2008)
2	Matematikfaglige tekster, der af elevdeltagerne ansås for specielt svære eller interessante at skrive
3	Relationer mellem skrivning, skriftlighed og skriveridentiteter (jf. Ivanič, 1998) i matematikfaget
4	Matematikfaglig skriveudvikling

Figur 10 De fire primære interviewrunder med elevdeltagerne

Disse fire runder af interview blev i forbindelse med casestudiernes re-design, som beskrevet i afsnit 4.2.2, suppleret med en ekstra runde interviewsamtaler med de fire elevdeltagere fra henholdsvis htx-klassen og stx-klassen, jf. Figur 11 nedenfor. Temaet for disse interview var elevernes tilbageblik på det skriftlige arbejde i matematikfaget gennem deres gymnasiale uddannelse.

Elevdeltager	Runde 1	Runde 2	Runde 3	Runde 4	Runde 5
<b>Htx</b>					
<b>Christopher</b>	September 2011 44 min. 15 sek.	Oktober 2011 49 min. 7 sek.	November 2011 1 t. 3 min. 46 sek.	Februar 2012 47 min. 29 sek.	Maj 2012 54 min. 56 sek.
<b>Emil</b>	September 2011 27 min. 25 sek.	Oktober 2011 1 t. 41 sek.	November 2011 Del I: 7 min.	Februar 2012 50 min. 34 sek.	Maj 2012 46 min. 1 sek.

			Del II: 44 min. 8 sek. <sup>26</sup>		
Stx					
<b>Anna</b>	Oktober 2011 36 min. 59 sek.	November 2011 47 min. 36 sek.	Februar 2012 Del I: 28 min. 7 sek. Del II: 9 min. 4 sek.	Juni 2012 23 min. 43 sek.	Maj 2013 44 min. 12 sek.
<b>Kasper</b>	September 2011 21 min. 45 sek.	November 2011 47 min. 13 sek.	Marts 2012 52 min. 22 sek.	Juni 2012 51 min. 32 sek. (via Skype)	Maj 2013 55 min. 35 sek.
Hf					
<b>Julie</b>	September 2011 45 min. 31 sek.	December 2011 41 min. 54 sek.	April 2012 54 min. 59 sek.		
<b>Mathias</b>	Oktober 2011 45 min. 16 sek.	December 2011 43 min. 44 sek.	Februar 2012 37 min. 42 sek.	Maj 2012 56 min. 46 sek.	
Hhx					
<b>Josefine</b>	September 2011 44 min. 9 sek.	November 2011 43 min. 33 sek.	Februar 2012 43 min. 27 sek.	Maj 2012 44 min. 35 sek.	

<sup>26</sup> Når der i enkelte tilfælde er markeret en del I og en del II skyldes det at det pågældende interview blev afbrudt, fx på grund af, at diktafonen løb tør for strøm, fordi vi af den eller anden grund måtte flytte os fysisk, eller på grund af udsving i internetforbindelser. I alle tilfælde blev de pågældende interview genoptaget kort efter afbrydelsen.



<b>Mikkel</b>	September	November	Marts	Juni	
	2011	2011	2012	2012	
	36 min. 33 sek.	45 min. 53 sek.	37 min. 38 sek.	58 min. 56 sek.	

Figur 11 Oversigt over gennemførte interview med de otte elevdeltagere

Ud over interviewsamtalerne vist i Figur 11 blev der gennemført i alt fem yderligere interview med den ene af de to htx-elever, Emil, fordi han, mens de empiriske undersøgelser blev gennemført, valgte at skrive studieretningsprojekt<sup>27</sup> (SRP) i fagene matematik og samfundsfag. Den anden af de to htx-elever, Christopher, skrev et studieretningsprojekt der ikke involverede faget matematik, men blev trods dette kort interviewet en enkelt gang i forbindelse med SRP (se Figur 12).

Elevdeltager	SRP-runde 1	SRP-runde 2	SRP-runde 3	SRP-runde 4	SRP-runde 5
<b>Christopher</b>	December 2011 10 min. 11 sek. (via Skype)				
<b>Emil</b>	December 2011 28 min. 4 sek. (via Skype)	December 2011 10 min. 31 sek. (via Skype)	December 2011 29 min. 49 sek.	December 2011 Del I: 19 min. 7 sek. Del II: 5 min. 22 sek. (via Skype)	Januar 2012 40 min. 1 sek.

Figur 12 Interview af htx-elever i forbindelse med SRP

<sup>27</sup> I 3.g skal eleverne på htx-, hhx- og stx-uddannelsen skrive et *studieretningsprojekt* (SRP). Studieretningsprojektet er en større skriftlig opgave, hvor eleverne arbejder med problemstillinger der normalt rækker ud over et enkelt fag. I studieretningsprojektet arbejder eleverne inden for et selvvalgt område i tilknytning til valgte deres studieretning. Se <http://uvm.dk/Uddannelser/Gymnasiale-uddannelser/Studieretninger-og-fag/Fag-paa-stx/Studieretningsprojektet-stx> (besøgt marts 2014). Elever på hf-uddannelsen skriver i stedet en *større skriftlig opgave* (SSO). Se <http://www.uvm.dk/Uddannelser/Gymnasiale-uddannelser/Studieretninger-og-fag/Fag-paa-hf/Stoerre-skriftlig-opgave-hf> (besøgt marts 2014).

Interviewene med både elevdeltagere og lærere foregik i de fleste tilfælde på de pågældende skoler i tomme klasselokaler, i grupperum, på bænke ved skolernes udendørsområder eller i afsides hjørner af halvtomme aulaer og fællesrum. I enkelte tilfælde var det ikke muligt at finde egnede, det vil sige tilpas støjsvage, omgivelser på selve skolerne, og i disse tilfælde foregik interviewene i caféomgivelser tæt ved skolerne. I alle disse tilfælde var der et bord til rådighed i interviewsituationen, og på dette blev placeret de skriftlige tekster, som var det pågældende interviews omdrejningspunkt. For at understrege de skriftlige teksters rolle placerede interviewdeltagerne sig typisk ved siden af, og ikke overfor, hinanden, så begge parter havde front mod de matematikfaglige tekster på bordet. Herudover blev der i forbindelse med de SRP-relaterede interview, og i et enkelt tilfælde herudover, gennemført internetbaserede interview via Skype, jf. Figur 11 og Figur 12 ovenfor.

Alle interviewsamtaler blev optaget og lagret digitalt ved hjælp af en diktafon, som i interviewsituationen blev placeret synligt på bordet ved siden af de skriftlige matematiktekster. Optagelserne blev efterfølgende transskriberet fra talt sprog til skreven tekst af studentermedhjælpere tilknyttet projekt Faglighed og skriftlighed. Lydoptagelserne blev løbende gennemlyttet som forberedelse til efterfølgende interview, og i den proces blev de transskriberede interviewdata gennemlæst og eftertransskriberet af mig selv for at opfange misforståelser og sikre en ensartet transskription. Denne version af de transskriberede interviewdata blev så anvendt i de første samlede gennemlæsninger af interviewmaterialet i forbindelse med egentlige analyser af interviewdata, og passager, der er anvendt direkte i analyserne, blev holdt op mod de tilsvarende lydoptagelser endnu en gang og igen eftertransskriberet.

Selvom det var skriftlige matematiktekster, der var omdrejningspunkterne for de gennemførte interview, så blev der, som påpeget ovenfor, i næsten alle tilfælde også produceret en interviewguide, som i en eller anden form blev anvendt i de konkrete interviewsituationer. Formålet med også at benytte interviewguides i interviewsituationerne var at fastholde nogle overordnede tematiske perspektiver på tværs af den samlede mængde af interview med elevdeltagerne. Interviewene var i den forstand *semistrukturerede interview* (Cohen et al., 2011: 412ff.; Kvale & Brinkmann, 2009: 45f.), hvor de udarbejdede interviewguider og de af eleven medbragte matematiktekster *tilsammen* satte en forhandlet ramme, inden for hvilken interviewsamtalen kunne udfolde sig. For både på et metodisk og et etisk plan at understrege denne pointe fik elevdeltagerne, inden den formelle del af interviewsamtalen begyndte, det vil sige inden diktafonen blev tændt, mulighed for at læse den pågældende interviewguide igennem og stille opklarende spørgsmål. Elevdeltagerne havde i denne fase principielt også mulighed for at forhindre brugen af nogle de i interviewguiden stillede spørgsmål eller selv at tilføje spørgsmål, men denne mulighed blev ikke benyttet i praksis. I afhandlingens bilag 11.3 er gengivet et eksempel på en interviewguide, der blev benyttet i interview med stx-klassens elever i forbindelse med interviewundersøgelsens tredje runde, jf. Figur 10 ovenfor, og som i modificerede versioner også blev benyttet i interview med de seks andre elevdeltagere.

#### 4.5 Påvirkning af felten og brugen af skriftlige feltkommentarer

Som det blev understreget i kapitlets indledning, var det hverken hensigten at evaluere eller påvirke det skriftlige arbejde i de fire matematikklasser i de empiriske undersøgelser. På trods af dette er det klart, at både indsamling af skriftlige tekster, observation af undervisningssituationer og interview med lærere og elever kunne være med til at påvirke de fænomener, der blev studeret, på måder, som kunne vise sig uhensigtsmæssige i relation til den i projektet formulerede forskningsinteresse (se fx beskrivelsen af *familiaritet* i afsnit 4.4.2 ovenfor).

Et af de fælles træk ved feltvidenskaberne er, at de påvirker deres studieobjekt, alt imens de studerer det. (...) Med andre ord: Mens man forsøger at forstå sin genstand, skifter den umærkeligt form. Når objektet selv er et subjekt, må feltvidenskaben være særlig omhyggelig med sine metodeovervejelser og sin videnskabsteoretiske fundering. Grænsen omkring genstandsfeltet er altid flydende.

Hastrup (2010:57)

Som Wolff (2004) bemærker, involverer denne type af kvalitativ forskning *altid* indtrængen og indblanding, og dermed forstyrrelser i de sociale systemer, der studeres. Da spændingen mellem intervention og eksploration således i en vis forstand var indbygget i det beskrevne forskningsdesign, så var den et metodologisk fænomen, der ikke kunne opløses, men som i stedet fordrede en løbende metodisk og analytisk refleksion. Et konkret redskab til dette bestod i brugen af *skriftlige feltkommentarer* der i forbindelse med de empiriske undersøgelser fungerede som et værktøj til løbende at opsamle både personlige og interpersonelle refleksioner knyttet til forskningsprocessen.

Efter hvert feltbesøg, det vil sige observation af undervisning eller interviewsamtaler med lærere eller elevdeltagere, blev dagens indtryk og metodiske overvejelser skrevet ned i en samlet feltkommentar. Feltkommentaren var i praksis en mere åben genre end observationsskemaet, idet feltkommentarerne fungerede som det rum for refleksion, hvor også emotionelle logikker og perspektiver var tilladte. Feltkommentarerne blev forsøgt skrevet så kort tid efter, at selve feltbesøget var gennemført som muligt, og kommentarerne indeholdt fx beskrivelser af uformelle samtaler med lærere og elever, forhold vedrørende interviewsituationer, beskrivelser af de fysiske omgivelser eller deciderede metodologiske eller analytiske overvejelser forbundet med den fortsatte forskningsproces. Et eksempel på en sådan brug af feltkommentaren som refleksionsgenre er vist i nedenstående uddrag, der stammer fra en feltkommentar, jeg skrev i forbindelse med det første internetbaserede elevinterview i december 2011. Htx-eleven, der omtales i uddraget, har, få timer før interviewsamtalen finder sted, fået udleveret en opgaveformulering for sit studieretningsprojekt (SRP).

Vi har en aftale kl. 14.30, og jeg logger på lidt før fra mit kontor på Universitetet. Jeg er spændt på, om internetforbindelsen vil være i orden (eleven kobler på hjemme hos sig selv), men teknikken viser sig at fungere, om ikke problemfrit, så i en tilfredsstillende grad.

Inden interviewet begynder, har jeg overvejet, om jeg skulle optage hele samtalen, dvs. både lyd og billede, men da ingen af mine andre interview har været med billede på, vælger jeg kun at optage lyden fra vores samtale. Min kalender har været fyldt den seneste tid, så jeg har ikke fået undersøgt, hvilke programmer til min PC, der ville kunne gøre det mest hensigtsmæssigt mht. lyd kvalitet, formater af lyd etc., så jeg vælger den simple løsning og placerer min diktafon tæt ved computerens højttalere. Det fungerer. Lyden er måske ikke helt så god, som den plejer at være, når jeg genhører interview, men den er omvendt heller ikke værre, end den ville have været, hvis man sad og interviewede, hvor der var lidt baggrundsstøj.

Jeg har på forhånd lavet en kortfattet interviewguide, som jeg placerer ved siden af min skærm. Jeg bruger den på semistruktureret vis, og fordi eleven jo af gode grunde ikke kan se selve papiret, så kan eleven for en gangs skyld ikke vide, om der faktisk er en interviewguide, eller om vi taler sammen alene ud fra, hvad der falder os ind. I tilfældet med denne elev er det efter min vurdering ikke af stor betydning, men det er værd at overveje, at man i andre sammenhænge kunne sidde og gøre sig notater eller have interviewguides, uden at de interviewede kunne se det direkte.

Det er fjerde gang, jeg interviewer denne elev siden sommer (2011), så vi har opbygget et fælles referencerum, der gør, at vi ikke skal bruge lang tid på at 'finde hinanden' i en interviewsituation. Selvom det er første gang, vi taler sammen over nettet, så forløber interviewet godt. Der er flere afbrydelser end sædvanligt (der er en smule forsinkelse på linjen – men ikke meget), men efter kort tid vænner vi os til det, og det virker måske ligefrem befordrende for eftertænksomheden, at man ikke bare kan svare, men må tøve, indtil man er sikker på, at den anden person har talt færdig.

Selvom vi efterhånden kender hinanden godt, så sidder jeg efter interviewet alligevel tilbage med en fornemmelse af, at vores indbyrdes (arbejds)forhold har ændret sig. Ved at kommunikere på denne måde har vi flyttet interviewsituationen – vores fortsatte samtale – et stykke ind i privatsfæren, idet samtalen finder sted uden for skolen både med hensyn til lokalitet og tid. Der er, synes jeg, imidlertid ikke tale om at vi decideret har bevæget os væk fra skolen som rum i en abstrakt forstand. Vi taler om det samme, som vi har talt om på skolen tidligere – skrivning i faget matematik – og vi gør det ud fra de samme aftaler, som vi tidligere har haft omkring interview. Der er således en bestemt grund til, at vi kommunikerer på denne form; nemlig det at eleven rent fysisk sidder derhjemme og arbejder med noget, der er interessant og vigtigt at tale om set fra mit synspunkt.

Ud over den ændrede (elektroniske) interviewform er der et element ved interviewet, som er anderledes end ved de tidligere interview. Dette interview er del af en planlagt interviewrække, der løber over den kommende uges tid, og hvis erklærede formål det er at producere viden om skrivning i proces. Jeg har allerede lavet en interviewaftale med eleven, efter at SRP-opgaven er skrevet færdig, men inden den er blevet bedømt, om SRP-opgaven, så dette, og de kommende interview skal bidrage med viden om selve skriveprocessen.

Det er i virkeligheden dette forhold, der giver grund til de fleste overvejelser. Hvad skal vi tale om, så processen kommer i centrum? Og hvor ofte bør vi tale sammen, for at jeg efterfølgende med rimelighed kan sige at have fulgt skriveprocessen?

Uddrag af feltkommentar, december 2011

Efter feltkommentarerne var skrevet, blev de delt med resten af forskergruppen i projekt Faglighed og skriftlighed via e-mail, og deltagerne i forskergruppen havde så mulighed for at orientere sig i

forskningsarbejdets forløb og kommentere den tilsendte feltkommentar. Resten af de forskere, der i projekt Faglighed og skriftlighed gennemførte feltarbejde, delte på tilsvarende vis deres feltkommentarer via e-mail, og som Christensen et al. (2014) bemærker i forbindelse med deres studie af skrivekulturer, så betyder en sådan konstruktionen af et interpersonelt virtuelt rum, at forskergruppens deltagere i forbindelse med det konkrete feltarbejdet er ” (...) blevet tvunget til at kommunikere og reflektere over observationer og overvejelser og har givet hinanden inspiration til fokuseringer, problemløsninger og fortolkninger.” (Christensen et al., 2014: 32).

#### 4.6 Forskningsetiske overvejelser

Kvalitativ forskning er, som Brinkmann (2010: 429) bemærker, nødvendigvis en værdiladet social aktivitet, der involverer en række etiske problemstillinger og potentialer, som unddrager sig præfabrikerede universalløsninger. Derfor må etiske problemstillinger, der knytter sig til kvalitativ forskning, genovervejes i de konkrete tilfælde, hvor de optræder. Formålet med dette afsnit er i overensstemmelse hermed at identificere og diskutere nogle af de centrale forskningsetiske spørgsmål og problemstillinger, som projektet giver anledning til.

På *Ministeriet for Forskning, Innovation og Videregående Uddannelsers* webside findes et sæt *Vejledende Retningslinjer for Forskningsetik i Samfundsvidenskaberne*, der anvendes af Statens Samfundsvidenskabelige Forskningsråd i forbindelse med indkomne forskningsansøgninger.<sup>28</sup> I disse fremhæves det at:

1. Forskeren skal overveje, hvorvidt det konkrete forskningsprojekt er foreneligt med god videnskabelig standard. Forskeren skal endvidere overveje, om afhængighedsforhold af den ene eller anden art kan påvirke forskningsarbejdet i strid med faglige og etiske principper.
2. Det påhviler samfundsforskeren at udføre sin forskning under hensyntagen såvel til de personer og befolkningsgrupper, som er genstand for forskning som til andre grupper, der kan blive berørt af forskningsarbejdet og dets resultater. Forskeren må undgå at volde unødigt besvær og ulempe eller unødigt krænke andres privatliv.
3. Forskeren har ansvaret for, at oplysninger indsamlet eller stillet til rådighed for forskning ikke kommer til uvedkommendes kendskab i en form, som muliggør identificering af personer, der er genstand for eller har bidraget med oplysninger til forskningsarbejdet.
4. Det påhviler forskeren at indhente samtykke fra dem, som personligt inddrages i forskningen. De pågældende skal oplyses om, at deltagelse er frivillig.
5. Det påhviler forskeren at gøre sine forskningsresultater tilgængelige for offentligheden samt at fremlægge dem i overensstemmelse med almindelige videnskabelige principper og undgå fortegnede eller ufuldstændige fremstillinger

Vejledende Retningslinjer for Forskningsetik i Samfundsvidenskaberne (2002)

I listen skiller punkt 1. og punkt 5. sig ud fra de resterende tre retningslinjer i den forstand, at punkterne 1. og 5. omhandler forskerens etiske forpligtigelse til *objektivitet* og *gennemsigtighed* ved

---

<sup>28</sup> Se <http://fivu.dk/publikationer/2002/vejledende-retningslinier-for-forskningsetik-i-samfundsvidenskaberne#cookieoptin> (besøgt april 2014).

at rette fokus mod forskerens forpligtigelse til at leve op til *god videnskabelige standard* og *almindelige videnskabelige principper* både i den indledende del af forskningsprocessen og i rapporteringen af de opnåede forskningsresultater (Brinkmann, 2010: 433). I modsætning hertil fokuserer punkterne 2., 3. og 4. på forholdet mellem forskeren, de data, der genereres i forskningen, og de personer, der ud over forskeren selv deltager i forskningen. Brinkmann (2010: 443ff.) sammenfatter disse punkter ved hjælp af begreberne *konsekvenser*, *fortrolighed* og *informeret samtykke*, der sammen med *forskerrollen* for Brinkmann udgør overskrifterne på de fire centrale *etiske tommelfingerregler*, der knytter sig til kvalitative forskningsprojekter.

### I. *Informeret samtykke*

I projektets empiriske undersøgelser er der opnået informeret samtykke med elevdeltagerne bl.a. gennem inddragelsen af den i afsnit 4.2.1 ovenfor beskrevne *Erklæring om elevdeltagelse* (gengivet i bilag 11.1). Da det oprindelige forskningsdesign blev udvidet fra et etårigt forløb til et toårigt forløb for stx-elevernes vedkommende, blev elevdeltageres videre deltagelse desuden genforhandlet med de to elever. Som beskrevet ovenfor blev der forsøgt at opnå informeret samtykke fra de fire klassers resterende elever gennem information om projektet og formålet med min tilstedeværelse i klasserne ved de første klasserumsobservationer (se afsnit 4.2.1). De fire deltagende matematiklærere blev alle ligeledes, inden de empiriske undersøgelser blev påbegyndt, informeret om projektets forskningsdesign og overordnede forskningsinteresser, og de indvilgede desuden egenhændigt i at indgå i projektet. Ingen af dem var fx udpeget af skoleledere eller myndigheder som deltagere i projektet.

### II. *Fortrolighed*

Både elever, lærere og skoler er i afhandlingen anonymiseret, så vidt det er muligt. Data i rå form, som fx lydoptagelser af interviewsamtaler fra de empiriske undersøgelser, har udelukkende været delt med de øvrige forskere, som deltog i projektet Faglighed og skriftlighed. Data, der knytter sig til enkeltpersoner, forskellige lærere og elever, har ikke været tilgængelige for resten af gruppen af deltagerne, medmindre de allerede var tilgængelige i de sociale sammenhænge, som fx når klassernes matematiklærere havde adgang til elevernes skriftlige besvarelser.

### III. *Konsekvenser*

Det er på forhånd ikke ligetil at forudsige, om afhandlingens beskrivelser, analyser og konklusioner vil have mærkbare konsekvenser for de lærere og elevdeltagere, der indgik i de empiriske undersøgelser. Det er dog min klare opfattelse, at det i givet fald ikke vil være konsekvenser, der vil skade hverken lærere eller elever. Den gennemførte anonymitet er et værn mod et sådant udfald. Et andet, måske mere betydningsfuldt værn, er det forhold, at hverken lærere eller elever i afhandlingen, for mig at se, fremstilles på måder, der stiller dem i et dårligt lys.

Hvad angår eventuelle makroetiske konsekvenser af afhandlingen, som fx forskellige institutionelle eller politiske interessenters brug af afhandlingens konklusioner, så er det ligeledes svært at forudsige klart, om der i den forbindelse kan opstå egentlige etiske dilemmaer, men det er ikke min opfattelse, at afhandlingen direkte opfordrer til sådanne. Selvom projektet fra begyndelsen er

bestemt som et eksplorativt projekt, så forsøger jeg i kapitel 9, som er afhandlingens konklusion, at indkredse, hvilke didaktiske slutninger, der kan drages af afhandlingens analytiske fund ved at foretage en række *didaktiske udpegninger*. Herved forsøger jeg også at imødegå eventuelle fremtidige makroetiske problemstillinger, der kunne knytte sig til læsning og fortolkning af afhandlingens konklusioner.

#### IV. *Forskerrollen*

Til den fjerde og sidste etiske tommelfingerregel knytter Brinkmann (2010) et krav om *refleksivitet*, dvs. den enkelte forskers ansvar for at kende til egne værdimæssige holdninger og fordomme og i forlængelse heraf for at gøre sig det klart, hvordan disse holdninger og fordomme påvirker de handlinger, der knytter sig til forskningsprocessens forskellige faser. Selvom det i praksis, og måske også principielt, er umuligt fuldstændigt at eksplicite egne værdimæssige holdninger og fordomme og deres betydning for forskningsprocessen, vil jeg dog pege på, at min rolle som deltager i et omfattende forskningssamarbejde med resten af projekt Faglighed og skriftligheds deltagere har muliggjort en langt mere omfattende refleksion og afprøvning af disse forholds betydning for min forskningsproces, end det formentlig ville have været tilfældet, hvis forskningsprocessen i det store hele havde været et individuelt anliggende. Netop fordi den samlede forskergruppe i projekt Faglighed og skriftlighed er sammensat af forskere fra forskellige forskningsmiljøer og forskningstraditioner, har forskerrollen og dens krav om refleksivitet været et tilbagevendende tema for møder, seminarer og diskussioner i projekt Faglighed og skriftlighed. Et dokumenteret eksempel på forskergruppens arbejde i den henseende er den ovenfor i afsnit 4.5 beskrevne brug af skriftlige feltkommentarer internt blandt forskergruppens deltagere i forbindelse med feltarbejde.

### 4.7 **Analysebegreber og analysestrategier**

I afhandlingen analyseres tre forskellige kategorier af tekster. Den første af disse knytter sig til de gennemførte casestudier, idet der her er tale om *skriftlige feltkommentarer* og *observationsskemaer*. Den anden kategori af tekster stammer fra de gennemførte interviewsamtaler og indbefatter således *skriftlige interviewguider* og *transskriberede lydoptagelser* af interviewsamtaler samt *e-mails* eller *sms-beskeder* fra elektroniske samtaler med lærere og elevdeltagere. Den tredje og sidste gruppe af tekster består af *skriftlige besvarelser* skrevet af elevdeltagerne samt de to typer af tekster, der typisk indrammer elevbesvarelser i en skolekontekst: *skriveordrer* og *skriftlig respons*. Disse tre grupper af tekster suppleres i analyserne af fx *handouts benyttet i undervisningen*, *ministerielle læreplaner* og *vejledninger*, *undervisningsplaner*, *individuelle elevnoter* og *matematikfaglige lærebøger*. Fælles for teksterne i denne sidste gruppe er dog, at de i afhandlingens analyser indtager en supplerende rolle i forhold til de tre førstnævnte grupper af tekster.

De analyser, der gennemføres i de efterfølgende kapitler, er *situerede* analyser. Det betyder, at det datamateriale, der er produceret i casestudierne, har kaldt på en variation af analysebegreber og analysestrategier i de forskellige analyser. I de tre analyser, der er omdrejningspunkterne for kapitel 6, 7 og 8 benyttes der således de samme overordnede analysebegreber, men de anvendte analysestrategier varierer alt efter den enkelte analyses formål og tilgængelige data. Målet med dette

afsluttende afsnit om analysebegreber og analysestrategier er således ikke at gøre rede for én overordnet heuristik, der rammesætter alle afhandlingens analyser, men derimod på baggrund af den teoretiske ramme og de ovenfor beskrevne metodevalg at udpege og operationalisere de centrale analysebegreber og analysestrategier, der i de efterfølgende kapitler benyttes til at analysere elevernes skrivning og skriveudvikling. I hvert af de tre analysekapitler indledes der derfor med en kortfattet redegørelse for, hvordan analysebegreber og analysestrategier er sat i spil i den pågældende analyse.

I overensstemmelse med det ovenfor beskrevne eksplorative, etnografiske forskningsdesign har den samlede analyseproces bestået af to overordnede dele. Formålet med den første del af analyseprocessen var således gennem systematiske læsninger og kategoriseringer af det samlede datamateriale at transformere de oprindelige forskningsinteresser og *varslede problemstillinger* (*foreshadowed problems*) (Hammersley & Atkinson, 2007: 3) til egentlige forskningsspørgsmål, der på bedst mulig vis indfangede de oprindelige forskningsinteresser. Pejlemærket i denne del af analyseprocessen var spørgsmålet: *Hvad kendetegner de matematikfaglige skrivekulturer i de fire casestudier?* På baggrund af denne del af analyseprocessen blev de tre temaer *it som medie for skrivning*, *ikke-traditionelle opgavegenrer* og *matematikfaglig skriveridentitet* peget ud og afgrænset med hensyn til relevante data. Den anden del af analyseprocessen bestod så af fokuserede, tematiske analyser af hvert af disse genstandsområder, og det er disse analyser, der præsenteres i de følgende analysekapitler 6, 7 og 8 nedenfor.

#### **4.7.1 Analyser af observationer**

Til analyser af observationer af matematikundervisning og tilknyttede aktiviteter på de fire skoler leverer Hamiltons matrix over de grundlæggende bestanddele af skrivehændelser og skrivepraktikker en brugbar heuristik (Hamilton, 2000, se kapitel 3, afsnit 3.5.1 ovenfor). Med udgangspunkt i Hamiltons matrix blev der således i første omgang stillet følgende analysespørgsmål til de observerede skrivehændelsers *deltagere*, *omgivelser*, *artefakter* og *aktiviteter*.

**A1.**Hvilke personer deltager i skrivehændelsen, og hvad er relationen mellem dem?

**B1.**I hvilke fysiske eller virtuelle omgivelser finder skrivehændelsen sted, og hvordan indvirker omgivelserne på skrivehændelsen?

**C1.**Hvilke artefakter (materielle værktøjer, hjælpemidler, skriftlige tekster) indgår i skrivehændelsen, og hvordan bliver de anvendt?

**D1.**Hvilke handlinger udføres af deltagerne i skrivehændelsen, og hvordan er disse handlinger organiseret?

På baggrund af dette blev der så med udgangspunkt i nedenstående spørgsmål efterfølgende søgt efter mønstre i de skrivepraktikker, som de enkelte skrivehændelser var med til at etablere og opretholde.



- A2.**Hvilke personer eller grupper af personer, som *ikke* er til stede i skrivehændelsen, har betydning for skrivehændelsen fx ved at være involveret i produktion, fortolkning, cirkulation eller regulering af de skriftlige tekster, der indgår i skrivehændelsen?
- B2.**Hvad afgrænser den sociale praksis, inden for hvilken skrivehændelsen finder sted, og inden for hvilken den har mening og funktion?
- C2.**Hvilke ikke-materielle ressourcer (værdier, forståelser, tænkemåder, følelser, færdigheder og viden) er indlejret i de skrivepraktikker, hvori skrivehændelsen er indlejret?
- D2.**Hvilke strukturerede rutiner regulerer regler, handlinger og muligheder i skrivehændelsen?

Hamiltons teoretisering af skrivehændelser og skrivepraktikker tilbyder således både en heuristik til analyse af observationer og et tilhørende begrebsapparat, der gjorde det muligt at systematisere og fokusere observationerne i relation til hver af de tre tematiske analysers forskningsspørgsmål.

#### **4.7.2 Analyser af interviewsamtaler**

I analyserne af interviewsamtaler med elever og lærere blev der benyttet hermeneutiske analyseprocedurer beskrevet af Kvale og Brinkmann, som tager udgangspunkt i Giorgi (1975) (Kvale & Brinkmann, 2009: 223ff.; se også Brinkmann & Tanggaard, 2010: 43ff.).

Efter transskribering fra tale til skrift blev hver enkelt interviewsamtale læst igennem i sin helhed med det formål at klarlægge samtaleens samlede kommunikative forløb. Herefter blev der gennemført en *meningskondensering*, hvor samtaleens *meningsenheder* blev identificeret, og hovedbetydningen af hver enkelt meningsenhed blev opsummeret i et tema, jf. følgende uddrag af Kvale og Brinkmann (2009: 227):

Meningskondensering indebærer, at de meninger, interviewpersonerne udtrykker, gives en kortere formulering. Lange udsagn sammenfattes til kortere udsagn, hvor hovedbetydningen af det, der er sagt, omformuleres i få ord.

For hver meningsenhed blev der formuleret en kort indledende fortolkning og analyse i relation til afhandlingens forskningsspørgsmål. Herefter blev den enkelte interviewsamtale igen læst igennem i sin helhed. Formålet med dette var at afgøre, i hvor høj grad forskellige meningsenheder fremstod som konsekvenser af den samlede samtale kommunikative forløb, og desuden at identificere interviewsamtalens væsentligste gennemgående temaer og relationer mellem disse.

De forskellige meningsenheder og deres temaer blev efterfølgende gjort til genstand for yderligere analyser der involverede *meningskodning* (Kvale & Brinkmann, 2009: 223ff.). Ved hjælp af

softwaren ATLAS.ti<sup>29</sup> blev der i denne del af analysen søgt efter mønstre og relationer i specielt elevdeltagernes beskrivelser af skrivning og skriveudvikling på tværs af de enkelte elever, uddannelser og skriftlige konstellationer. De anvendte koder bestod i dette tilfælde af en blanding af *datadrevne* og *begrebsdrevne* koder (Gibbs, 2007). De datadrevne koder var de gennemgående temaer, som blev identificeret i den beskrevne meningskondensering, som fx *brug af skriveredskaber* eller *overgang fra folkeskole til gymnasium*, mens de begrebsdrevne koder blev formuleret på baggrund af projektets teoretiske ramme, som fx *lærerfaglig skrivekultur* eller *matematikfaglig skriveridentitet*. På baggrund heraf blev der formuleret overordnede svar på de stillede forskningsspørgsmål, sådan som disse svar fremstod i interviewsamtalernes perspektiv. For hvert af disse svar blev der identificeret eksemplariske interviewuddrag, der i særlig grad belyste ét eller flere forskningsspørgsmål. Det er hovedsageligt disse eksemplariske uddrag, der citeres nedenfor i afhandlingens analysekapitler 6, 7 og 8.

Selvom fokus i interviewanalyserne var rettet mod meningen af elevdeltagernes ytringer, er det klart, netop fordi der er tale om ytringer, at ytringernes meningsaspekt principielt ikke kan adskilles fra ytringernes sproglige form. Derfor ville det tangere en kontradiktion, hvis der i interviewanalyserne uden videre blev adopteret en tekstforståelse, hvor elevernes sproglige udsagn blev opfattet som transparente repræsentationer af 'virkeligheden'. Lillis (2008, 2009) har i den sammenhæng leveret analytiske begreber, der kan imødegå en transparenstilgang til interviewanalyser. Lillis peger på, at data fra interviewsamtaler kan forstås på tre grundlæggende niveauer. På det første niveau er opmærksomheden rettet mod de beskrivelser, de interviewede giver af fx skrivehændelser, og de valg, der for de interviewede er forbundet hermed. På det andet niveau fokuseres der på interviewsamtalernes *indeksikalitet*, det vil sige de måder, hvorpå dele af samtalerne sprog indekserer eller udpeger bestemte aspekter af den sociale kontekst som særligt betydningsfuld. Endelig fokuseres der på det tredje niveau på samtalerne *orienteringer*, det vil sige de måder, hvorpå deltagerne i interviewsamtalerne orienterer sig mod samtalen *som samtale*, og dermed i hvilken grad de frembragte ytringer må forstås som produkter af den kommunikation, der i interviewsituationen skabes mellem deltagerne. I de konkrete analyser af interviewsamtaler med elevdeltagere og lærere fra de fire casestudier har Lillis' begreber fungeret som et metodisk værn mod naive læsninger og fortolkninger af datamaterialet.

Transskriberet talesprog, der er citeret ordret, kan i praksis fremstå usammenhængende og forvirrende. De transskriberede interviewuddrag, der citeres i de følgende kapitler, er derfor i en vis udstrækning blevet normaliseret til skriftsprog for at øge læsevenligheden. Der er eksempelvis benyttet tegnsætning, og i enkelte tilfælde er grammatisk forkerte endelser og ordstillinger ændret. Indgående egennavne er desuden anonymiseret. Da forskningsinteressen i forbindelse med interviewsamtalerne ikke har rettet sig mod lingvistiske eller konversationsanalytiske studier af tale- og samtaleprocesser, men derimod mod interviewsamtalerne som ytringer om skrivning og skriveudvikling, har det ikke været afgørende at bibeholde talesprogsformer, som fx pauser i samtalerne eller variation af tryk på bestemte ord, i de transskriberede interviewsamtaler. Der er dog

---

<sup>29</sup> ATLAS.ti er et computerprogram konstrueret til kvalitativ dataanalyse.

taget hensyn til disse elementer i forbindelse med de eksemplariske interviewuddrag, idet næranalyserne af disse uddrag involverede endnu en gennemlytning af de oprindelige lydoptagelser. Hvilken form for transskription og citatpraksis, der er *rigtig* og *gyldig*, er, som Kvale og Brinkmann (2009: 208f.) bemærker, *ikke* et spørgsmål, der kan besvares endegyldigt eller objektivt. Transskription er under alle omstændigheder oversættelse, og oversættelse er aldrig neutral, men involverer derimod oversætterens fortolkningsprocesser. I afhandlingen har jeg i alle tilfælde forsøgt at gennemføre en ensartet transskriptions- og citatpraksis, der tager hensyn til det analytiske fokus på meningen af det sagte.

### 4.7.3 Konstellationsanalyser

Analyserne af elevers skriftlige besvarelser tager udgangspunkt i konstellationsmodellen, som blev præsenteret ovenfor i kapitel 3, afsnit 3.7.1. I konstellationsmodellen kombineres den triadiske forståelse af tekster som ytringer med skolens standardkonstellation af skriveordrer, elevbesvarelser og skriftlig respons.

I forbindelse med afhandlingens analyser er konstellationsmodellen blevet elaboreret under særlig hensyntagen til de specifikke forskningsspørgsmål. Den udgave af konstellationsmodellen, der er vist i Figur 13 nedenfor, er således blevet til i en løbende proces, hvor den grundlæggende analyseramme fra konstellationsmodellen hele tiden har været styrende, men hvor modellen i flere omgange har været ændret, afprøvet og tilpasset i forhold til afhandlingens analyser.

Analyseenhed	Anskuet som tekst <i>Formaspekter</i>	Anskuet som diskurs <i>Indholdsaspekter</i>	Anskuet som social handling <i>Brugsaspekter</i>
<b>Skriveordre</b>	Krav til elevbetsvarelsens formaspekter	Krav til elevbetsvarelsens indhold	Krav til elevbetsvarelsens sociale brug
<b>Elevbesvarelse</b>	<u>Omfang og format</u> <i>Sideantal</i> <i>Håndskrevet/elektronisk/</i> <i>Printet</i>  <u>Komposition</u> <i>Forside/afsnit</i> <i>Layout</i>	<u>Fagligt indhold</u> <i>Delopgaver, der besvares</i>  <u>Intertekstualitet</u> <i>Gengivelse/parafrase af skriveordre, lærebøger etc.</i>	<u>Deltagerstrukturer</u> <i>Individuel/gruppebesvarelse</i>  <u>Skriveredskaber</u> <i>Papir og pen/it-baserede skriveredskaber</i>

	<u>Diagrammer</u> <i>Selvlavet/importeret/  modifieret  Layout</i>	<u>Diagrammer</u> <i>Integration i tekst  Illustration/facit/  del af argumentation</i>	<u>Metakommunikation til læser</u> <i>Om skriveproces, brug af skriveredskaber el. lign.</i>
	<u>Matematiske symboler</u> <i>Selvlavet/importeret/  modifieret  Layout</i>	<u>Matematiske symboler</u> <i>Algebraisk notation /  CAS-notation  Integration i tekst  Illustration/facit/  del af argumentation</i>	
	<u>Skriftligt verbalsprog</u> <i>Hverdagssprog/  fagsprog  Sproglig stemme</i>	<u>Skriftligt verbalsprog</u> <i>Skrivehandling  Brug af fagbegreber</i>	
<b>Skriftlig respons</b>	Respons til elevbetsvarelsens formaspekter	Respons til elevbetsvarelsens indholdsaspekter	Respons til elevbetsvarelsens brugsaspekter
	<u>Eventuelt afsluttende respons</u>		

Figur 13 Konstellationsmodellen tilpasset til afhandlingens forskningsinteresse

I konstellationsmodellen præsenteret i kapitel 3, afsnit 3.7.1 var elevinterview repræsenteret i modellens nederste række, dvs. som en integreret del af analyseenheden. Interviewsamtaler udgør også i afhandlingens analyser en central datatype, men da jeg ofte i disse samtaler talte med elevdeltagerne om generelle mønstre i deres skrivning, har jeg valgt at holde elevinterview som datatype ude af den udgave af konstellationsmodellen, der benyttes i afhandlingens analyser, idet der i disse konstellationsanalyser fokuseres på enkeltstående konstellationer, jf. Figur 13.

Herudover består den primære tilpasning af konstellationsmodellen i, at der i forbindelse med kategorien elevbetsvarelses er udspecificeret, hvad der undersøgt i de konkrete tilfælde. I afhandlingens analyser er det som oftest elevbetsvarelsen, der er omdrejningspunktet. Dette kommer til udtryk i konstellationsmodellen ved at de andre typer af tekster i analyseenheden, skriveordrer og skriftlig respons, analyseres med henblik på at forstå, hvordan de henholdsvis lægger op til eller

svarer på elevbesvarelsen. Når kategorien elevbesvarelse uddybes i konstellationsmodellen, gør de andre tekster i analyseenheden det således også indirekte, idet analyser af skriveordrer og skriftlig respons i forlængelse af ovenstående fokuserer på de samme elementer, som undersøges i forbindelse med elevbesvarelsen. Altså, i skriveordren undersøges, hvilke krav og forventninger, der stilles til elevbesvarelsens form-, indholds- og brugsaspekter, i elevbesvarelsen undersøges, hvordan disse krav og forventninger realiseres, og i den skriftlige respons undersøges, hvordan denne realisering kommenteres og evalueres.

Når fokus er rettet mod elevbesvarelsens formaspekter, spørges der først til besvarelsens *omfang* i A4-sider og *format*, dvs. om teksten er afleveret elektronisk eller fysisk, og med hvilke skriveredskaber den er skrevet. Derefter undersøges elevbesvarelsens *komposition* (jf. Kress & van Leeuwen, 2006: 175ff.), hvor der fokuseres på tekstens inddeling i afsnit og på det overordnede layout. Herefter fokuseres der efter tur på matematiske diagrammer, matematiske symboler og skriftligt verbalsprog i besvarelsen. I de første to tilfælde undersøges specielt layout, og hvorvidt diagrammer og symboler er udformet af eleven selv, om de er importeret fra andre tekster, fx skriveordren, eller om de er importeret og modificeret fx ved at et diagram fra skriveordren er overført til elevbesvarelsen og herefter ændret af eleven på forskellig vis. Afslutningsvis rettes fokus mod det skriftlige verbalsprog i besvarelsen, idet det her undersøges, om besvarelsen er præget af *hverdagssprog* eller *fagsprog*, og desuden hvilke *sproglig(e) stemme(r)* der konstrueres i besvarelsen. Det er, jf. kapitel 2 ovenfor, ikke entydigt eller oplagt, hvad der karakteriserer *fagsprog* i matematikfaglige tekster, så når der i analyserne skelnes mellem hverdagssprog og fagsprog, beror det på et skøn, hvor den af Österholm og Bergqvist (2013) identificerede diskurs om skriftligt verbalsprog i matematikfaglige tekster er brugt som rettesnor, men hvor jeg også har kunnet drage fordel af min egen baggrund som uddannet matematiker og matematikunderviser på de gymnasiale uddannelser og de videregående uddannelser. Når konstruktionen af besvarelsens sproglige stemmer har været undersøgt, har fokus været rettet mod, hvordan det skriftlige verbalsprog er med til at konstruere relationer mellem skriver, læser og matematikken i besvarelsen. Der har været fokuseret på sproglige processer, hvor skriver og/eller læser er deltagere, fx tænkeprocesser (mentale processer) eller handleprocesser (materielle processer), hvilke matematiske objekter og/eller mennesker der er til stede i besvarelsen, og om der anvendes affektive eller evaluerende udtryk. Hvordan disse tekstuelle indikatorer tilsammen kan siges at indkredse besvarelsens stemme(r), vil der blive redegjort for i kapitel 8, afsnit 8.1 nedenfor, hvor netop konstruktionen af sproglige stemmer i matematikfaglige tekster er omdrejningspunkt for analysen (se specielt Figur 56, s. 232).

Når elevbesvarelsens indholdsaspekter undersøges, registreres det først, hvilke dele af skriveordren der besvares i teksten, og om der optræder identificerbare eksempler på direkte gengivelser eller modificerede gengivelser i elevbesvarelsen. Et eksempel på direkte gengivelse kunne være, at eleven gengiver skriveordren ordret i besvarelsen, mens et eksempel på modificeret gengivelse i dette tilfælde ville være, at eleven parafraserer skriveordrens formuleringer i besvarelsen. Som ved formaspektet fokuseres der herefter på henholdsvis matematiske diagrammer, matematiske symboler og skriftligt verbalsprog. Først undersøges, hvilke roller diagrammerne har i besvarelsen, dvs. hvorvidt de fungerer som illustrationer, om de bruges til at angive et facit, eller om de indgår

som en del af elevens argumentation på vej mod et facit. Med hensyn til matematiske symboler undersøges det tilsvarende, hvilke roller symbolbrugen har i besvarelsen, og herudover registreres det, i hvilken udstrækning der anvendes henholdsvis *algebraisk notation* eller *CAS-notation*. CAS er en forkortelse for *Computer Algebra System* og henviser til den form for specialiseret matematikfaglig software, eleverne i de gymnasiale matematikfag arbejder med, når de benytter deres *CAS-værktøjer*, dvs. avancerede håndholdte lommeregner eller matematikfaglige computerprogrammer. Da den anførte skelnen mellem algebraisk notation og CAS-notation præciseres og diskuteres i kapitel 6 nedenfor, vil jeg for nuværende nøjes med at karakterisere algebraisk notation som den brug af matematiske symboler, der traditionelt har kendetegnet de gymnasiale matematikfag, og CAS-notation som den form for kommandopræget notation, der knytter sig til brugen af CAS-værktøjer. Afslutningsvis fokuseres der under besvarelsens indholdsaspekter på det skriftlige verbalsprog. Her undersøges elevernes valg og realiseringer af forskellige *skrivehandlinger* (Evensen, 2010; Krogh, forventet 2014a; Skrivehjulet<sup>30</sup>; se også Togeby (2014) om *fremstillingsformer*), og i hvilken udstrækning der benyttes *fagbegreber* i disse skrivehandlinger. Skrivehandlinger, som fx at forklare, at beskrive eller at reflektere, forstås i denne sammenhæng som bestemte *handlinger*, der er realiseret i tekstuel form, og som er drevet af *intention*. Skrivehandlinger knytter sig til formålet med den konkrete skrivehændelse, men der er ikke nogen entydig sammenhæng mellem valg af skrivehandlinger og skrivningens formål. En elev, der *beskriver*, hvordan hun har løst en matematikopgave, kan fx godt have til hensigt at *påvirke* sin lærer til at give sig en god karakter (jf. lignende eksempel i Krogh, forventet 2014a). Undersøgelsen af fagbegreber eller *fagterminologi* lider af samme operationaliseringsvanskeligheder som den ovenfor anførte skelnen mellem *hverdagssprog* og *fagsprog*. Dette skyldes, at fagsprog realiseres bl.a. gennem brugen af fagbegreber (se fx Hobel, 2009: 118ff.). En af de analytiske udfordringer ved at afgøre, om et bestemt ord i en besvarelse udgør et fagbegreb, er, at fagbegreber altid er *kontekstualiserede*, dvs. at begrebets mening kun kan fastlægges i forhold til den konkrete kontekst, hvori det optræder. Dette kommer bl.a. til udtryk ved, at en del af de fagbegreber, der anvendes i matematikfaget, også anvendes med andre betydninger i hverdagssproget (Maagerø & Skjelbred, 2010: 76f.; se også Wellington & Osborne, 2001: 9ff.). Eksempler på sådanne begreber er *differentiere*, *reducere* eller *integration*. I de konkrete konstellationsanalyser har jeg i første omgang konsulteret de fire matematikklassers lærebøger for derigennem at få et indtryk af, hvad der betragtes som fagbegreber i de pågældende skrivekulturer. I lærebøger er fagbegreber ofte, men ikke altid, grafisk markeret på den ene eller anden måde, eller også optræder de i bøgernes stikordsregistre. Som tidligere i forbindelse med undersøgelser af hverdagssprog og fagsprog kan jeg dog ikke sige mig fri fra også i denne sammenhæng at have trukket på min egen erfaring som matematikunderviser i de gymnasiale og på de videregående uddannelser. Jeg anser i praksis dette for et bidrag til undersøgelsens validitet og analysernes reliabilitet, snarere end en bias.

Det tredje og sidste analytiske blik, der anlægges på elevbesvarelsen og dermed indirekte på hele analyseenheden, udpeger besvarelsens brugsaspekter. I dette tilfælde fokuseres der således på, hvem der har skrevet besvarelsen, hvordan den er blevet til og under hvilke forhold. Først undersøges det,

---

<sup>30</sup> Se <http://www.skri vesenteret.no/ressurser/skrivehjulet/> (besøgt april 2014).

så vidt det er muligt ud fra besvarelsen selv, hvem der har været involveret i at skrive besvarelsen, specielt om besvarelsen er skrevet individuelt eller af en gruppe af elever. Dernæst undersøges, hvilke skriveredskaber der er anvendt til at skrive besvarelsen, og endelig registreres eventuel eksplicit metakommunikation fra skriver(e) til læser(e) i besvarelsen. Et eksempel på sidstnævnte kunne være en elev, der angiver i sin besvarelse, hvor lang tid hun har brugt på at skrive besvarelsen derhjemme.

I Figur 14 nedenfor er vist et eksempel på en gennemført konstellationsanalyse, hvor konstellationsmodellen er benyttet. Forkortelsen Htx1gMat5 i figurens billedtekst henviser til, at der her er tale om en analyse af den femte besvarelse, elevdeltageren Emil fra htx-klassen skrev i 1g (se afsnit 4.4.3 ovenfor). Her inddrager jeg således udelukkende den udfyldte analysemodel for at illustrere, hvordan konstellationsanalyserne af skriveordrer, elevbesvarelser og skriftlig respons er gennemført i afhandlingen. En kopi af den autentiske constellation, der analyseres i Figur 14, kan ses i afhandlingens bilag 11.4, hvorved læseren selv har mulighed for at efterprøve den konkrete konstellationsanalyses validitet og reliabilitet.

Analyseenhed	Anskuet som tekst <i>Formaspekter</i>	Anskuet som diskurs <i>Indholdsaspekter</i>	Anskuet som social handling <i>Brugsaspekter</i>
<b>Skriveordre</b>	<p>"Husk at afsætte lidt plads til mine bemærkninger."</p> <p>"Skriv gerne helt almindelig tekst i din besvarelse."</p>	<p><i>Emne:</i> Lineær sammenhæng og rette linjer</p> <p>I alt 8 adskilte opgaver</p> <p>"Du skal som et minimum aflevere 6 af nedenstående opgaver, men gerne alle.</p> <p>Svære og lette opgaver er blandet."</p> <p>"Husk: Det er vigtigt, at jeg ud af din besvarelse kan se din løsningsstrategi og de anvendte metoder og</p>	<p>"Aflleveres [datoangivelse] i mit dueslag på papir."</p> <p>"Du behøver ikke at bruge TI89 til denne opgave. Under alle omstændigheder: Brug den kun til kontrol."</p> <p>"For at jeg bedre kan justere opgavestørrelsen vil jeg gerne igen have at du anfører den tid du har brugt på opgavesættet (dit bedste gæt). God arbejdslyst ☺"</p>

		regneregler.”	
		”Stemmer din løsning ikke med lommeregneren må du gerne kommentere det.”	
<b>Elevbesvarelse</b>	<p><u>Omfang og format</u></p> <p>9 printede A4-sider</p> <p><u>Komposition</u></p> <p>Sidehoved med elevens navn og klasse, angivelse af fag og besvarelsens betegnelse samt skolens logo).</p> <p>Overskrift i stor skrift (Hjemmeopgaver 5).</p> <p>Besvarelser af de enkelte opgaver er markeret med deloverskrifter (Eks. <i>Opgave 1</i>).</p> <p>I opgaver med delopgaver er disse punktopstillet.</p> <p>I flere af opgaverne er beregninger sat op i kolonner.</p> <p><u>Diagrammer</u></p> <p>Diagrammer til opgave 1, 3, 4, 6 og 8 er produceret af eleven selv og placeret som bilag efter selve besvarelserne.</p>	<p><u>Fagligt indhold</u></p> <p>Alle delopgaver besvares.</p> <p><u>Intertekstualitet</u></p> <p>Skriveordren er gengivet ordret i besvarelsen under de enkelte opgaver.</p> <p>I sidehovedet optræder skolens logo.</p> <p><u>Diagrammer</u></p> <p>Diagrammerne opgave 1, 3, 4, 6 og 8 er krævet af skriveordre og fungerer i den forstand som facitter.</p> <p>Der optræder én henvisning til diagrammer i den løbende verbalsproglige tekst (opgave 4).</p> <p>I opgave 2 anvendes diagrammet som en del af argumentationen.</p> <p><u>Matematiske symboler</u></p> <p>Matematiske symboler anvendes til angivelse af formler, til beregninger</p>	<p><u>Deltagerstrukturer</u></p> <p>Angives som individuel besvarelse i sidehovedet.</p> <p><u>Skriveredskaber</u></p> <p>Microsoft Word, Microsoft Equation, Graph</p> <p><u>Metakommunikation til læser</u></p> <p>”Anslået tid brugt: 2 timer. Har prøvet at bruge Graph til koordinatsystemerne (for at lære at bruge det), sig hvis du hellere vil have at jeg laver dem i hånden, Emil”</p>



	<p>Diagrammerne udfylder hver især hele sidens bredde.</p> <p><u>Matematiske symboler</u></p> <p>Matematiske symboler er produceret af eleven selv. Beregninger, hvor der anvendes matematiske symboler, er adskilt fra længere passager af verbalsproglig tekst, men der optræder korte udsagn i verbalsproglig tekst iblandet beregningerne.</p> <p>Venstrejusteret eller i kolonner</p> <p><u>Skriftligt verbalsprog</u></p> <p>Udpræget brug af fagsprog</p> <p>Dominerende brug af inkluderende <i>vi</i>, også når de angivne processer ikke kan inkludere læseren. Symmetrisk relation til læseren. Stemmen er neutral og i de fleste tilfælde upersonlig.</p>	<p>og til angivelser af facitter.</p> <p>Der anvendes næsten udelukkende algebraisk notation, men der er også eksempler på 'hjemmelavet' notation.</p> <p>(Eks. <math>\text{Pris} = \text{abonnement} + (\text{taletidspris} * \text{talt min})</math>)</p> <p><u>Skriftligt verbalsprog</u></p> <p>Selvinstrukser</p> <p>Beskrivelse af strategi</p> <p>Beskrivelse og forklaringer knyttet til matematiske operationer</p> <p>Argumentation</p> <p>Konklusioner</p> <p>Udpræget brug af fagbegreber</p>	
<p><b>Skriftlig respons</b></p>	<p><u>Opgave 2</u></p> <p>"Sæt skitserne ind hvor det er relevant dvs HER."</p> <p><u>Opgave 4</u></p> <p>"møå"</p>	<p>Tre opgaver markeres som delvis korrekt (1a, 1b og 4c). Resten markeres som korrekte.</p>	

Bilag, opgave 4

"Tilpas koordinatsystemet så du får en cirkel."

Opgave 1

"UPS  $b = -\frac{1}{3}$ "

" $y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$ "

(fortegnet er ændret)

" $a = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ "

(=  $\frac{1}{4}$  er tilføjet)

" $a = \frac{34}{8} = \frac{-17}{4}$ "

(=  $\frac{-17}{4}$  er tilføjet)

Opgave 2

"Besvar vha beregning:

Skæring m. y-aksen:  $x=0$

dvs  $y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 3 = 3$

Skæring m. x-aksen:  $y=0$

dvs  $0 = \frac{1}{2} \cdot x + 3 \Leftrightarrow x = -6$ .

Skæringspunkter er (0,3)  
og (-6,0)

Kontrol: se på grafen"

Opgave 3

"Falsk udsagn"

"Sandt udsagn"

Opgave 4

" $d = b^2 - 4ac$  UPS"

"← 4"

"%60"

	<p>”Passer det med skitsen?”</p> <p><u>Opgave 8</u></p> <p>”Facit er...?”</p> <p><u>Bilag, opgave 1</u></p> <p>“Fortegnsfejl”</p>	
	<p><u>Eventuelt afsluttende respons</u></p> <p>”Pæn besvarelse, dumme regnefejl og gode grafer.”</p>	

Figur 14 Konstellationsanalyse Htx1gMat5 (Emil)

I afsnit 4.2.2 ovenfor blev det beskrevet, hvorfor der i afhandlingens analyser fokuseres på to af de fire casestudier, specifikt fire elevdeltageres skrivning og skriveudvikling i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen. I overensstemmelse med dette er der gennemført en række analyser af sammenhørende konstellationer af skriveordrer, elevbesvarelser og skriftlig respons. Disse analyser vil i det følgende blive refereret til som *konstellationsanalyserne*.

I hver af de to klasser er der udvalgt fem konstellationer til næranalyse. For at kunne sammenligne de forskellige konstellationer på tværs af tid og uddannelser er der i denne sammenhæng udelukkende fokuseret på konstellationer, der falder inden for den traditionelle opgavegenre i matematikfaget. I kapitel 7 nedenfor fokuseres der så, som et modspil hertil, på analyser af elevernes arbejde med ikke-traditionelle opgavegenrer i matematikfaget.

De forskellige konstellationer, som indgår i konstellationsanalyserne, er udvalgt på baggrund af følgende kriterier:

- Konstellationerne skal tilsammen, så vidt det er muligt, spænde over de tre år, hvor eleverne har faget matematik i deres gymnasiale uddannelse.
- Konstellationerne skal, så vidt det er muligt, være komplette, dvs. at datamaterialet skal indeholde både skriveordre, besvarelser fra *begge* elevdeltagere og skriftlig respons til *begge* elevbesvarelser
- Konstellationerne skal, så vidt det er muligt, være eksemplariske for det skriftlige arbejde i klassernes matematikundervisning i den pågældende tidsperiode.

- Hvis der skal vælges mellem flere konstellationer, der opfylder de tre krav ovenfor, så foretrækkes, så vidt det er muligt, den konstellation, hvorom der findes data i interviewsamtalerne.

En sådan udvælgelsesprocedure involverer fortolkningsprocesser. I sidste ende er det mig, der har udvalgt, hvilke konstellationer der indgår i konstellationsanalyserne. Det er i den forbindelse vigtigt at understrege, at jeg i forbindelse med analysearbejdet har været gennem *alle* de konstellationer, elevdeltagerne arbejdede med i faget matematik løbet af deres gymnasiale uddannelse. Jeg hævder på den baggrund *ikke*, at enhver ville opnå identiske analyseresultater, hvis andre konstellationer blev udvalgt til analyse, men jeg hævder, at de overordnede konklusioner, der i de følgende kapitler drages ud fra konstellationsanalyserne, ikke ville være anderledes, hvis flere konstellationer blev inddraget i konstellationsanalyserne. I Figur 15 nedenfor er vist en oversigt over de konstellationer, der blev udvalgt til konstellationsanalyserne.

Stx-klassen			Htx-klassen		
Konstellation	Tidspunkt	Beskrivelse	Konstellation	Tidspunkt	Beskrivelse
<b>Stx1gMat2</b>	1g uge 38	<i>Emne:</i> Forhold og proportionalitet	<b>Htx1gMat3</b>	1g uge 43	<i>Emne:</i> Reduktionsregler, ligninger og potensregning
<b>Stx1gMat6</b>	1g uge 46	<i>Emne:</i> Lineære sammenhænge og regression	<b>Htx1gMat5</b>	1g uge 45	<i>Emne:</i> Lineær sammenhæng
<b>Stx2gMat6</b>	2g uge 2	<i>Emne:</i> Differentialregning og modellering	<b>Htx2gMat9</b>	2g uge 14	<i>Emne:</i> Vektorfunktioner
<b>Stx3gMat9</b>	3g uge 9	<i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)	<b>Htx3gMat5</b>	3g uge 10	<i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gEks</b>	3g uge 22	<i>Emne:</i> Matematik A, stx, studentereksamen	<b>Htx3gEks</b>	3g uge 22	<i>Emne:</i> Matematik A, htx, skriftlig eksamen

Figur 15 Oversigt over konstellationer udvalgt til næranalyser (konstellationsanalyserne)

For hver af de i Figur 15 viste konstellationer er der således analyseret én skriveordre, to elevbesvarelser og to tilfælde af skriftlig respons, jf. konstellationsmodellen i Figur 14 ovenfor. Det

betyder, at konstellationsanalyserne i alt omfatter 10 skriveordrer, 20 elevbesvarelser og 20 tilfælde af skriftlig respons. Disse konstellationsanalyser udgør fundamentet for afhandlingens analyser, specielt analyserne, der præsenteres i kapitel 6 og 8 nedenfor.<sup>31</sup> I disse tilfælde fremdrages forskellige mønstre fra konstellationsanalyserne, som fx elevernes brug af forskellige skriveredskaber (kapitel 6) eller elevernes konstruktion af forskellige sproglige stemmer i deres besvarelser (kapitel 8). I kapitel 7 er der, som nævnt ovenfor, særligt fokus på brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i matematikfaget, og derfor inddrages resultaterne fra konstellationsanalyserne kun i mindre grad i dette tilfælde. Til gengæld tager også dette kapitels analyser udgangspunkt i konstellationsmodellen, der altså igen benyttes som heuristik for analyser af skriveordrer, elevbesvarelser og skriftlig respons.

---

<sup>31</sup> I den udgave af afhandlingen der er indleveret til bedømmelse i foråret 2014 er der vedlagt et appendiks som indeholder samtlige konstellationsanalyser.

## 5 Indledende oversigt: Skriftligt arbejde i stx-klassen og htx-klassen

I dette kapitel gives der på baggrund af en indledende analyse en samlet oversigt over og kategorisering af de dele af det skriftlige arbejde i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen, der involverer præsentationsskrivning. Oversigten tydeliggør i en vis udstrækning omfanget og karakteren af elevernes arbejde med forskellige opgavegenrer i løbet af de tre års gymnasiale uddannelse. Forbeholdet skyldes i denne sammenhæng, at der i de følgende oversigter ikke er angivet, hvor mange timer der var afsat til at arbejde med hver enkelt af de skriftlige opgaver, som optræder i de følgende analyser. Oversigterne er således konstrueret på baggrund af information fra de to klassers webbaserede skemaer og ugeplaner<sup>32</sup>, indsamlede skriveordrer og elevbesvarelser, samt interviewsamtalerne med elevdeltagere og klassernes matematiklærere.

### 5.1 Skriftligt arbejde i stx-klassen

I Figur 16 er vist en oversigt over de skriveordrer, stx-klassens elever arbejdede med i løbet af de tre års matematikundervisning. Forkortelserne i tabellens venstre kolonne er konstruerede betegnelser for de enkelte skriveordrer, og disse betegnelser vil blive benyttet, når der i den resterende del af afhandlingen refereres til en specifik skriveordre eller til en specifik konstellation af skrifthændelser, jf. kapitel 3, afsnit 3.7.1. Eksempelvis refererer forkortelsen *Stx1gMat3* således til den tredje skriftlige matematikopgave, stx-klassens elever arbejdede med på det første år af deres gymnasiale uddannelse, mens *Stx1gTest1* refererer til den første skriftlige matematiktest, eleverne arbejdede med på det første år af stx-uddannelsen (se Figur 16). Hvor intet andet er nævnt, er der tale om skriveordrer, der lagde op til individuelle skriftlige elevbesvarelser, som skulle afleveres til den pågældende klasses matematiklærer. I Figur 16 nedenfor er skriveordrerne opdelt i henholdsvis traditionelle matematikopgaver og ikke-traditionelle matematikopgaver, jf. kapitel 1.<sup>33</sup> Skriveordrer, der er kategoriseret som ikke-traditionelle matematikopgaver, er således markeret med grå skravering i Figur 16 nedenfor (se fx *Stx1gMat3* i den øverste del af figuren). Kategoriseringen af skriveordrer er i så vid udstrækning, det har været muligt, foretaget på baggrund af overskrifter på og indholdet af de enkelte autentiske skriveordrer, men det er i sidste ende min analytiske kategorisering. For hver enkelt skriveordre er der i oversigtstabellerne angivet *opgavetype*, *matematikfagligt emne*, og eventuelt supplerende oplysninger om deltagerstrukturer, hvis elevbesvarelserne ikke skulle skrives individuelt af eleverne. Disse oplysninger er ligeledes baseret på en analyse af de enkelte skriveordrer fra casestudierne af henholdsvis stx-klassen og htx-klassen.

---

<sup>32</sup> I både stx-klassen og i htx-klassen benyttes *Lectio*, som er et offentligt tilgængeligt webbaseret program til studieadministration, kommunikation og digitale læremidler. Se <http://www.lectio.dk/default.htm> (besøgt april 2014).

<sup>33</sup> Se også indledningen af kapitel 8 for en uddybning af denne opdeling i traditionelle og ikke-traditionelle opgavegenrer.

Betegnelse	Uge	Karakteristik af skriveordre
<b>1g (2010-11)</b>		
<b>Stx1gMat1</b>	37	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål Emne: Variable og sammenhænge</i>
<b>Stx1gMat2</b>	38	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål Emne: Forhold og proportionalitet</i>
<b>Stx1gMat3</b>	39	<i>Type: Rapport over Vingummibamsefabrikantspillet Emne: Lineære sammenhænge Andet: Spillet udføres i grupper af to elever, besvarelsen skrives individuelt</i>
<b>Stx1gTest1</b>	41	<i>Type: Test, matematikopgaver med underspørgsmål Emne: Lineære sammenhænge</i>
<b>Stx1gMat5</b>	43	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål Emne: Lineære sammenhænge og regression</i>
<b>Stx1gMat6</b>	46	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål Emne: Lineære sammenhænge og regression</i>
<b>Stx1gMat7</b>	48	<i>Type: Resume af emnet Lineære sammenhænge og lineær regression Emne: Lineære sammenhænge og regression Andet: Indledende arbejde i grupper, herefter individuel besvarelse</i>
<b>Stx1gMat8</b>	49	<i>Type: Indlæg til hjemmeside Mennesker og robotter Andet: Fagligt samspil (matematik og dansk), gruppebesvarelse</i>
<b>Stx1gMat9</b>	50	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål Emne: Procent- og rentesregning</i>
<b>Stx1gMat10</b>	2	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål Emne: Trigonometri</i>
<b>Stx1gMat11</b>	4	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål</i>

		<i>Emne:</i> Sinusrelationerne og parallakser
<b>Stx1gTest2</b>	5	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Trigonometri
<b>Stx1gMat13</b>	8	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Trigonometri
<b>Stx1gMat14</b>	10 (12)	<i>Type:</i> Temaopgave <i>Vækst (1. del og 2. del)</i> <i>Emne:</i> Vækstmodeller og regression <i>Andet:</i> Grupperapport
<b>Stx1gMat15</b>	14	<i>Type:</i> Temaopgave <i>Logaritmer</i> <i>Emne:</i> Logaritmefunktioner <i>Andet:</i> Valgfrit, om besvarelse er individuel eller udarbejdes i grupper
<b>Stx1gTest3</b>	19	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Ligninger, deskriptiv statistik, logaritmefunktioner og vækst
<b>Stx1gTest4</b>	23	<i>Type:</i> Test (årsprøve), folder <i>Emne:</i> Gaudís arkitektur <i>Andet:</i> Fagligt samspil (matematik og dansk), gruppebesvarelse
<b>2g (2011-12)</b>		
<b>Stx2gMat1</b>	34	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Andengradspolynomier
<b>Stx2gMat2</b>	38	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Differentiation og tangentligninger
<b>Stx2gTest1</b>	43	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Differentialregning
<b>Stx2gMat4</b>	46	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Andet:</i> Genaflevering af Stx2gTest1
<b>Stx2gMat5</b>	48	<i>Type:</i> Temaopgave <i>Projekt Vodkaklovn (1. del)</i> <i>Emne:</i> Differentialregning og modellering <i>Andet:</i> Gruppebesvarelse
<b>Stx2gTest2</b>	50	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål



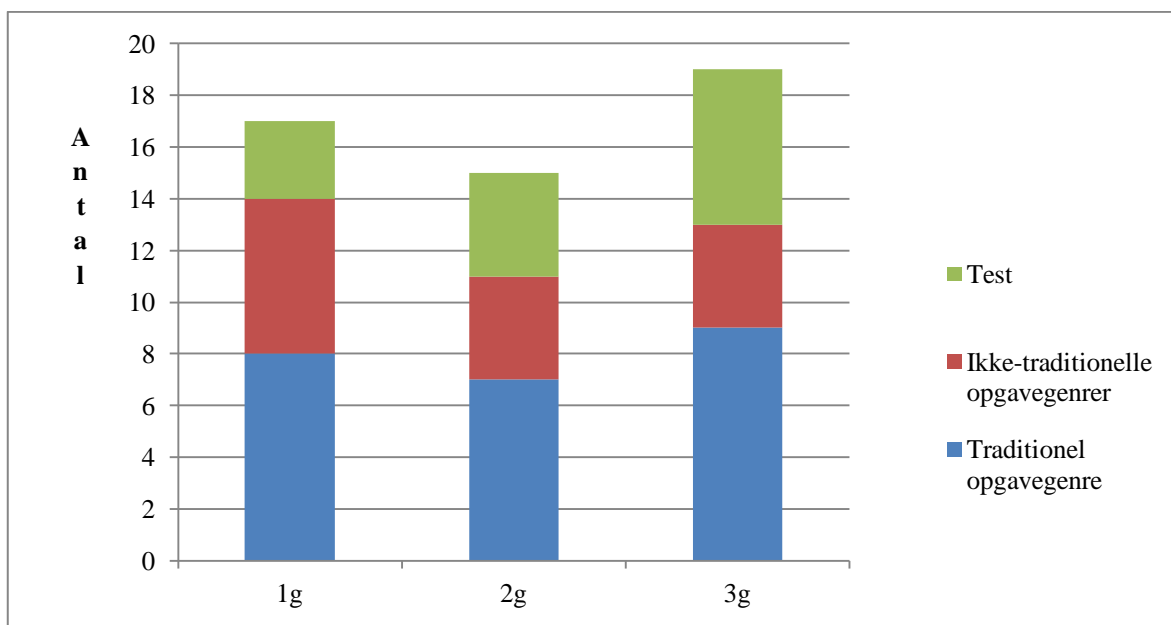
		<i>Emne:</i> Blandede opgaver uden hjælpemidler
<b>Stx2gMat6</b>	2	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Differentialregning og modellering
<b>Stx2gMat7</b>	4	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Integralregning
<b>Stx2gTest3</b>	5	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Integralregning
<b>Stx2gMat9</b>	6	<i>Type:</i> Temaopgave <i>Projekt Vodkaklovn 2. del</i> <i>Emne:</i> Integralregning og modellering <i>Andet:</i> Gruppebesvarelse
<b>Stx2gMat10</b>	10	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver
<b>Stx2gTest4</b>	11	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver uden hjælpemidler
<b>Stx2gMat11</b>	15	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver
<b>Stx2gMat12</b>	21	<i>Type:</i> Studieretningsopgave (SRO), <i>Enzymbaseret alkoholtest</i> <i>Emne:</i> Differentialregning <i>Andet:</i> Fagligt samspil (matematik og bioteknologi)
<b>Stx2gTest5</b>	24	<i>Type:</i> Temaopgave <i>Differentialkvotienter for sammensatte funktioner</i> (skriftlig årsprøve) <i>Emne:</i> Differentialregning <i>Andet:</i> Gruppebesvarelse
<b>3g (2012-13)</b>		
<b>Stx3gMat1</b>	36	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Regneregler for differentiation
<b>Stx3gMat2</b>	37	<i>Type:</i> Film af matematisk bevis <i>Emne:</i> Differentialligninger <i>Andet:</i> Gruppebesvarelse
<b>Stx3gMat3</b>	40	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål

		<i>Emne:</i> Differentialligninger
<b>Stx3gTest1</b>	40	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver uden hjælpemidler
<b>Stx3gMat4</b>	44	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gTest2</b>	45	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gMat5</b>	46	<i>Type:</i> Disposition for fremlæggelse af mundtligt eksamensspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede emner <i>Andet:</i> Temadag om mundtlig eksamen, gruppebesvarelse
<b>Stx3gMat6</b>	49	<i>Type:</i> Temaopgave <i>Test og sandsynlighedsregning</i> , rapport og film <i>Emne:</i> Statistiske test og $\chi^2$ -fordelingen <i>Andet:</i> Gruppebesvarelse
<b>Stx3gMat7</b>	3	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gMat8</b>	4	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gTest3</b>	6	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gMat9</b>	9	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gMat10</b>	10	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Vektorer
<b>Stx3gTest4</b>	11	<i>Type:</i> Test (Terminsprøve), matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gMat11</b>	14	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Vektorer
<b>Stx3gTest5</b>	16	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål

		<i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gMat12</b>	18	<i>Type:</i> Temaopgave <i>Afstande i plan og rum</i> <i>Emne:</i> Vektorer <i>Andet:</i> Valgfrit, om besvarelse er individuel eller udarbejdes i grupper
<b>Stx3gMat13</b>	19	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Stx3gEks</b>	22	<i>Type:</i> Test (studentereksamen) <i>Emne:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Andet:</i> Matematik A, stx, skriftlig eksamen

Figur 16 Oversigt over skriveordrer benyttet i stx-klassen (2010-13)

Som det fremgår af Figur 16, arbejder stx-klassens elever med en variation af skriveordrer i løbet af de tre år, og brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer er fordelt over de tre års matematikundervisning. I 3g, specielt den sidste halvdel af 3g, er fokus, som det fremgår af Figur 16, rettet mod en eventuelt kommende skriftlig eksamen, idet skriveordrerne i denne periode hovedsageligt består af eksamenssæt stillet ved tidligere års skriftlig eksamen for matematik A på stx. Der arbejdes dog i denne periode også med en enkelt temaopgave (Stx3gMat12). I Figur 17 er vist en sammenfatning af den samlede mængde skriveordrer fra stx-klassen. Som det ses, arbejder stx-klassen i 2g med lidt færre skriveordrer, end det er tilfældet i de to andre år, og brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer er mest omfangsrig, målt i antal skriveordrer, i det første år af matematikundervisningen. I alle tre år er der dog en tydelig fordeling mellem de forskellige typer af skriveordrer.



Figur 17 Sammenfatning af registrerede skriveordrer fra stx-klassen (2010-13)

## 5.2 Skriftligt arbejde i htx-klassen

I Figur 18 nedenfor er vist en oversigt over de skriveordrer, htx-klassens elever arbejdede med i den gymnasiale matematikundervisning. Oversigten er konstrueret efter samme principper som oversigten over stx-klassens skriftlige arbejder, vist i Figur 16 ovenfor. I løbet af 1g og 2g blev test ikke registreret på htx-klassens webbaserede skema, og det var i forbindelse med casestudiet af htx-klassen ikke muligt ud fra de indsamlede elevbesvarelser at genskabe et komplet billede af, hvilke skriftlige test, der blev stillet i htx-klassen i 1g og 2g. Derfor mangler der efter alt at dømme nogle test fra både 1g og 2g i oversigten på Figur 18.

Betegnelse	Uge	Karakteristik af skriveordre
<b>1g (2009-10)</b>		
<b>Htx1gTest1</b>	33	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver <i>Emne:</i> Blandede opgaver
<b>Htx1gMat1</b>	37	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Reduktionsregler, ligninger og potensregning

<b>Htx1gMat2</b>	40	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Reduktionsregler, ligninger og uligheder
<b>Htx1gMat3</b>	43	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Reduktionsregler, ligninger og potensregning <b>(Første lærerskift: herfra Lærer 2)</b>
<b>Htx1gMat4</b>	44	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Ligninger og analytisk geometri
<b>Htx1gMat5</b>	45	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Lineær sammenhæng
<b>Htx1gMat6</b>	47	<i>Type:</i> Journal <i>over gæringsforsøg</i> <i>Andet:</i> Fagligt samspil (matematik og bioteknologi), forsøget udføres i grupper, individuel besvarelse
<b>Htx1gMat7</b>	48	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Lineær sammenhæng
<b>Htx1gMat8</b>	49	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Lineær sammenhæng, ligninger, analytisk geometri
<b>Htx1gMat9</b>	50	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Trigonometri
<b>Htx1gPro1</b>	2	<i>Type:</i> Projekt <i>Lysets tøven</i> <i>Emne:</i> Trigonometri og geometri
<b>Htx1gMat10</b>	5	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Funktioner
<b>Htx1gMat11</b>	6	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Trigonometri, geometri og funktioner
<b>Htx1gMat12</b>	10	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Funktioner
<b>Htx1gPro2</b>	12	<i>Type:</i> Projekt <i>Gågadeoverdækning</i> <i>Emne:</i> Funktioner og modellering <i>Andet:</i> Gruppearbejde efterfulgt af individuel besvarelse
<b>Htx1gMat13</b>	15	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Funktioner og ligninger
<b>Htx1gTest2</b>	15	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål

		<i>Emne:</i> Blandede opgaver
<b>Htx1gMat14</b>	18	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål Genaflevering af Htx1gTest2
<b>Htx1gPro3</b>	20	<i>Type:</i> Projekt <i>Ballonprojekt</i> <i>Emne:</i> Rumlige figurer <i>Andet:</i> Fagligt samspil (fysik, matematik og teknologi), gruppebesvarelse
<b>Htx1gTest3</b>	22	<i>Type:</i> Test (årsprøve), matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver <i>Andet:</i> Forberedelsessæt om ellipser
<b>2g (2010-11)</b>		
<b>Htx2gMat1</b>	33	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Opgaver fra Htx1gTest3
<b>Htx2gMat2</b>	35	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Differentialkvotient
<b>Htx2gMat3</b>	37	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Monotoniforhold
<b>Htx2gPro1</b>	44	<i>Type:</i> Projekt <i>Optimering</i> <i>Emne:</i> Differentialregning
<b>Htx2gMat4</b>	47	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Monotoniforhold og vektorer
<b>Htx2gMat5</b>	49	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Optimering og trigonometri
<b>Htx2gPro 2</b>	1	<i>Type:</i> Projekt <i>Flagstang</i> <i>Emne:</i> Vektorer i planen
<b>Htx2gMat6</b>	3	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Trigonometriske funktioner <b>(Andet lærerskift: herfra Lærer 3)</b>
<b>Htx2gMat7</b>	5	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål

		<i>Emne: Integralregning</i>
<b>Htx2gMat8</b>	7	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål</i> <i>Emne: Differential- og integralregning</i>
<b>Htx2gPro3</b>	11	<i>Type: Projekt Vandrepokal</i> <i>Emne: Omdrejningslegemer</i> <i>Andet: Gruppebesvarelse</i>
<b>Htx2gMat9</b>	14	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål</i> <i>Emne: Vektorfunktioner</i>
<b>Htx2gMat10</b>	19	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål</i> <i>Andet: Rumgeometri</i>
<b>3g (2011-12)</b>		
<b>Htx3gMat1</b>	35	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål</i> <i>Emne: Blandede opgaver; specielt vektorfunktioner</i> <b>(Tredje lærerskift: herfra Lærer 4)</b>
<b>Htx3gPro1</b>	37	<i>Type: Projekt Karruselprojekt: Bevægelse i 2D</i> <i>Emne: Vektorfunktioner</i>
<b>Htx3gMat2</b>	39	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål</i> <i>Emne: Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)</i>
<b>Htx3gPro2</b>	43	<i>Type: Projekt Dyrkning og vurdering af antallet af E.coli</i> <i>Andet: Fagligt samspil (matematik og bioteknologi), forsøget udført i grupper, individuel besvarelse</i>
<b>Htx3gTest1</b>	44	<i>Type: Test, matematikopgaver med underspørgsmål</i> <i>Emne: Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)</i>
<b>Htx3gTest2</b>	46	<i>Type: Test, matematikopgaver</i> <i>Andet: Georg Mohr-konkurrencen.</i>
<b>Htx2gPro3</b>	47	<i>Type: Projekt Rumgeometri</i> <i>Emne: Rumgeometri</i>
<b>Htx3gMat3</b>	50	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål</i> <i>Emne: Forberedelsessæt om integrationsprincipper</i>
<b>Htx3gMat4</b>	3	<i>Type: Matematikopgaver med underspørgsmål</i>

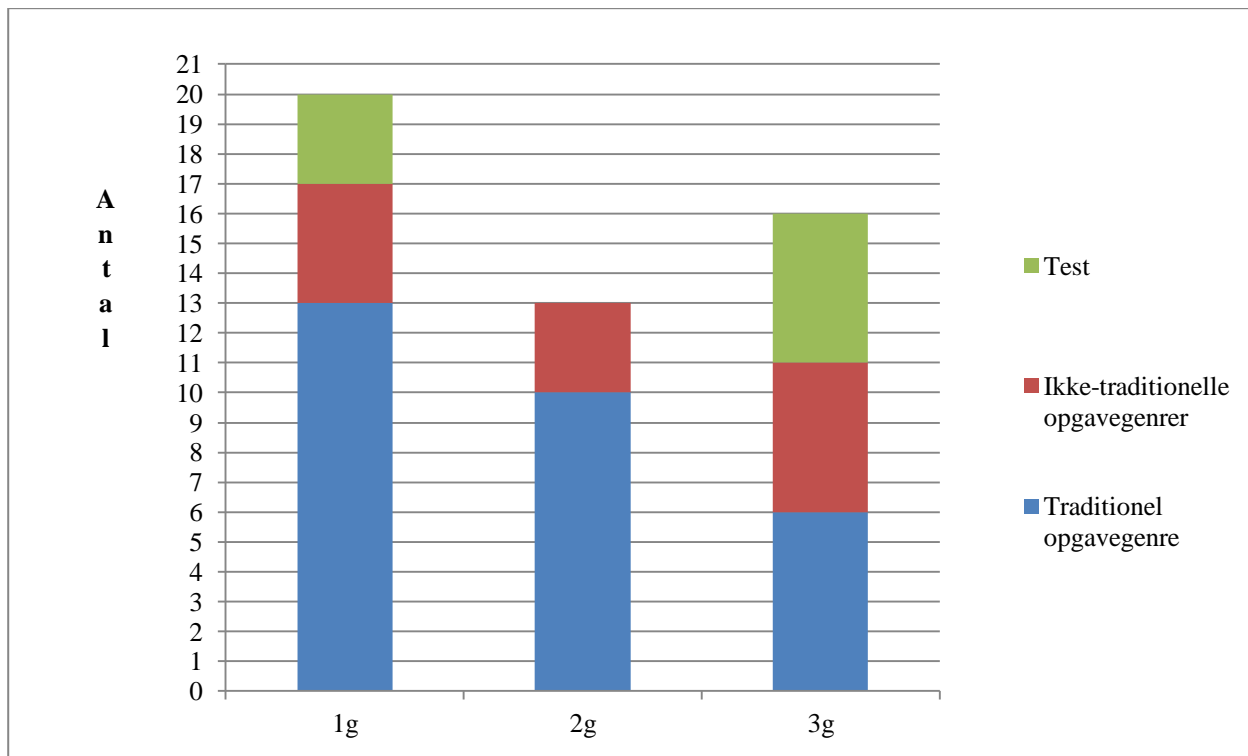
		<i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Htx3gTest3</b>	5	<i>Type:</i> Test (terminsprøve), matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Htx3gMat5</b>	10	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Htx3gFor1</b>	13	<i>Type:</i> Formidlingsopgave <i>Formidling af nyt emne</i> <i>Andet:</i> Fagligt samspil (matematik og dansk), gruppebesvarelse (mundtlig og skriftlig)
<b>Htx3gMat6</b>	16	<i>Type:</i> Matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Htx3gFor2</b>	17	<i>Type:</i> Formidlingsopgave, repetitionsnoter <i>Emne:</i> Repetition af gennemgåede emner <i>Andet:</i> Mundtlig og skriftlig besvarelse
<b>Htx3gTest4</b>	18	<i>Type:</i> Test, matematikopgaver med underspørgsmål <i>Emne:</i> Blandede opgaver (tidligere eksamenssæt)
<b>Htx3gEks</b>	22	<i>Type:</i> Test (studentereksamen), matematikopgaver med underspørgsmål <i>Andet:</i> Matematik A, htx, skriftlig eksamen

Figur 18 Oversigt over skriveordrer benyttet i htx-klassen (2009-12)

Som det var tilfældet i stx-klassen, arbejder htx-klassens elever også med en række forskellige skriveordrer, der varierer med hensyn til opgavegenre over de tre års uddannelse. De skriveordrer, som i Figur 18 ovenfor er kategoriseret som ikke-traditionelle matematikopgaver, er dog en mere homogen samling skriveordrer, end det var tilfældet for den samlede mængde ikke-traditionelle matematikopgaver i stx-klassen. I htx-klassen består denne kategori, ud over Htx1gMat6, således udelukkende af skriftlige projekter og to formidlingsopgaver, Htx3gFor1 og Htx3gFor2, som klassens elever arbejder med ved skoleårets afslutning i 3g. Som det var tilfældet i stx-klassen, er fokus for det skriftlige arbejde i 3g i htx-klassen i høj grad rettet mod en eventuelt kommende skriftlig eksamen i faget matematik. Som det ses af Figur 18, består 9 ud af 11 skriveordrer inden for kategorierne traditionelle matematikopgaver og test i den sidste periode således af matematikopgaver fra eksamenssæt stillet ved tidligere skriftlige eksaminer for matematik A på htx. Samtidig er det dog værd at bemærke, at fordelingen mellem forskellige typer af skriveordrer med hensyn til antal er mere ligeligt fordelt i 3g end i både 1g og 2g (se Figur 19 nedenfor), hvilket skyldes, at htx-klassen ud over projekter i 3g også afslutningsvis arbejder med to såkaldte



formidlingsopgaver (Htx3gFor1 og Htx3gFor1), der i denne sammenhæng forstås som en delmængde af de ikke-traditionelle matematikopgaver.



Figur 19 Sammenfatning af registrerede skriveordrer fra htx-klassen (2009-12)

Ser man alene på antallet af skriveordrer, som htx-klassen arbejder med fordelt over de tre år, fremstår det skriftlige arbejde, test undtaget, mindre og mindre omfangsrigt hen over de tre år, jf. Figur 19. En gennemgang af de enkelte skriveordrer viser imidlertid, at dette forhold primært dækker over, at det faglige indhold af skriveordrerne, og dermed omfanget af de tilsvarende elevbesvarelser, stiger hen over de tre år, således at omfanget af én enkelt elevbesvarelse, specielt inden for kategorien traditionel opgavegenre, i 3g er væsentligt mere omfattende, end det er tilfældet i 1g.

Af interview med elevdeltagerne fra htx-klassen fremgår det, som illustreret i uddraget nedenfor, at eleverne i høj grad opfatter begge disse forhold, fordeling af opgavegenrer og omfang af de enkelte besvarelser, som et udtryk for, at den lærerfaglige skrivekultur skiftede flere gange i løbet af de tre års matematikundervisning, simpelthen fordi klassen skiftede matematiklærer i flere omgange.

Steffen: Okay, hvad med projekter? Hvor mange lavede I? Eller ikke hvor mange, men, lavede I også dem i 2g?

Christopher: Ja det gjorde vi. Vi lavede dog mest hjemmeopgaver,<sup>34</sup> og dem afleverede vi. Hver uge skulle vi lave sådan en hjemmeopgave. Jeg tror ikke, vi lavede så mange projekter, som vi burde, eller det er svært at sige. Det er jo forskelligt fra lærer til lærer, men [htx-lærerens navn] hun syntes jo, det var helt forkert, den måde, vi havde fået lært det på.

Steffen: At lave projekter?

Christopher: Nej, men...

Steffen: Prøv at forklare.

Christopher: Nej, fordi hun. Vi snakkede jo med hende. Vi skulle have hende her i 3g. Hun ville have mere sådan noget projekt og mindre hjemmeopgaver. Så i stedet for at have en hjemmeopgave hver evig eneste uge, som vi havde stort set hele andet år, så ville vi have hjemmeopgaver sådan måske hver tredje uge, som så var lidt mere omfattende. Det var sådan fire elevtimer, som hun mener, vi skulle bruge derhjemme på det og så flere projekter. Og det er meget bedre, synes jeg, fordi det er meget at skulle aflevere sådan en matematikhjemmeopgave hver eneste uge, synes jeg.

Interview 1 med Christopher, september 2011

Som det fremgår af Figur 18, når htx-klassen i løbet af deres gymnasiale uddannelse at have fire forskellige matematiklærere, og som det også vil fremgå af de kommende analysekapitler, betyder disse lærerskift for eleverne i htx-klassen samtidig skift i de lærerfaglige skrivekulturer på en række centrale områder.

---

<sup>34</sup> Ud fra sammenhængen forstås ved *hjemmeopgaver* i denne sammenhæng *traditionelle matematikopgaver*.

## 6 Analyse I: It som medie for skrivning i de gymnasiale matematikfag

Computere og computerteknologi griber ind i stort set alle aspekter af moderne livsførelse, og i løbet af de sidste tredive år er computere blevet det vigtigste og mest udbredte redskab til skrivning (O'Halloran, 2009). I relation til matematikfaget foreslår Misfeldt (2013) begreberne *matematisk værktøj*, *medie* og *undervisningsteknologi* som de tre grundlæggende metaforer for, hvad it er i matematikundervisningen.

Når it benyttes som redskab til at løse matematikopgaver i undervisningen, er der således tale om, at it fungerer som et *matematisk værktøj*. It benyttes imidlertid også til kommunikative processer i matematikundervisningen. Et eksempel på dette kunne være, når elever benytter it til at udtrykke matematikfaglig viden, eller omvendt, når elever benytter it til at søge matematikfaglig viden og information. I begge disse tilfælde indtager it rollen som *medie* i matematikundervisningen. Endelig kan it understøtte konkrete undervisningsprocesser i matematikundervisningen, hvorfor it også må forstås som en *undervisningsteknologi*. Som eksempler på sidstnævnte peger Misfeldt (2013: 426f.) fx på brugen af automatiserede ligningsløsningsprogrammer i undervisningen eller webbaserede platforme, hvor videogennemgang af matematikfaglige emner, udlevering af matematikopgaver i passende sværhedsgrader og automatiseret feedback forenes.

I dette kapitel rettes fokus mod it som medie for skrivning, og der søges svar på, *hvordan brugen af it som medie for skrivning bidrager til at forme eleveres skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag*. Omdrejningspunktet for de tre følgende afsnit 6.1, 6.2 og 6.3 er således i forlængelse af dette overordnede fokus en analyse af, (1) *hvad der kendetegner de matematikfaglige skrivekulturer i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen med hensyn til brugen af it som medie for matematikfaglig skrivning*, mens det efterfølgende afsnit 6.4 tager afsæt i spørgsmålet om, (2) *hvilke konsekvenser brugen af it som medie for matematikfaglig skrivning i de to matematikfaglige skrivekulturer har for elevernes skrivning og skriveudvikling, specielt udviklingen i elevbesvarelsernes form, indhold og brug*.

For at besvare (1) og (2) er der gennemført en analyse i tre trin, hvor analysestrategierne beskrevet i kapitel 4 er benyttet. Første trin består i denne sammenhæng af en analyse af de i casestudierne gennemførte klasserumsobservationer af henholdsvis htx- og stx-klassens matematikundervisning med særligt fokus på brugen af it som medie for matematikfaglig skrivning. Til denne analyse er anvendt Hamiltons matrix som analyseværktøj (se afsnit 4.7.1). Det andet trin af analysen består i en tematisk analyse af interviewsamtalerne med elevdeltagerne, hvor beskrivelserne af brugen af it som medie for skrivning i faget matematik gøres til genstand for en meningsanalyse (jf. afsnit 4.7.2). Tredje og sidste trin af analysen trækker på de gennemførte konstellationsanalyser af skriveordrer, elevbesvarelser og lærerrespons (se appendiks). Dette trin af analysen består således primært i at udtrække, sammenfatte og sammenligne de dele af konstellationsanalyserne, der er interessante i forhold til elevdeltageres brug af it som medie for matematikfaglig skrivning.

Som Misfeldt (2013) peger på, kan en forståelse af it som medie for skrivning ikke uden videre afskæres fra problemstillinger og overvejelser vedrørende it som værktøj eller it som undervisningsteknologi i matematikundervisningen, idet alle tre aspekter af brugen af it potentielt er til stede i en given undervisningssituation. Selv i konkrete skrivehændelser, hvor eleverne producerer matematikfaglige tekster, er det fx ikke svært at forestille sig, at elevernes mere eller mindre bevidste valg og brug af forskellige it-baserede medier for skrivning er tæt knyttet til disse mediers potentialer og begrænsninger som matematiske værktøjer til fx beregning og modellering.

It som medie for matematikfaglig skrivning tilbyder nogle udtryksformer og kommunikationsmuligheder, som ikke findes tilsvarende i andre medier for skrivning, som fx brugen af pen og papir. For matematikfaget er situationen imidlertid ikke ligetil, idet bevægelsen fra pen og papir til it som medie for skrivning samtidig er forbundet med nogle forhindringer, der i høj grad knytter sig til de semiotiske ressourcer, der kendetegner matematikfaget. En af de centrale udfordringer i relation til et skift fra pen og papir til it som medie for skrivning er således matematikfagets multisemiotiske natur. Matematikfaglige tekster, herunder elevbesvarelser i de gymnasiale matematikfag, indeholder typisk matematiske symboler og abstrakte visuelle diagrammer, og begge dele kan være vanskelige eller i det mindste ganske tidskrævende at producere ved hjælp af it sammenlignet med pen og papir som medie for matematikfaglig skrivning. Dette er formentlig en af de centrale grunde til, at brugen af it som medie for skrivning og ikke alene som matematisk værktøj til at gennemføre modelleringer og beregninger er relativt ny inden for de gymnasiale matematikfag. I en del sammenhænge, som fx skriftlige eksamener i faget matematik, anvendes da også stadig pen og papir som medie for skrivning af en større gruppe af den samlede population af elever.

Med tanke på det formulerede ministerielle mål om inden for de kommende år at gennemføre en fuld digitalisering af alle skriftlige eksamener i faget matematik på de gymnasiale uddannelser er der imidlertid ingen tvivl om, at it i løbet af de kommende år vil indtage en central rolle som medie for skrivning, også i de gymnasiale matematikfag. Den i skrivende stund af undervisningsministeriet udpegede fagkonsulent for faget matematik på stx og hf peger i den forbindelse således på at:

Evalueringerne af den skriftlige eksamen på stx og hf viser et tydeligt billede af, at elever med computer klarer sig bedre end elever med et håndholdt CAS-værktøj.<sup>35</sup> Andelen af computerbrugere er desuden støt stigende, så vi nærmer os et mere ensartet værktøjsgrundlag for besvarelse af eksamensopgaver. I løbet af de kommende år vil håndteringen af den skriftlige eksamen blive digitaliseret, dvs. elever skal have en computer for at kunne hente opgavesættet og aflevere deres besvarelse, ligesom distribueringen af elevbesvarelser til censor vil foregå digitalt.

Bruun (2013: 12)

I de fire casestudier varierede elevernes brug af it som medie for skrivning betydeligt. I hf-klassen anvendte således kun få af klassens elever computere som skriveredskaber i forbindelse med den daglige matematikundervisning eller i det skriftlige arbejde i faget matematik i det hele taget. I både

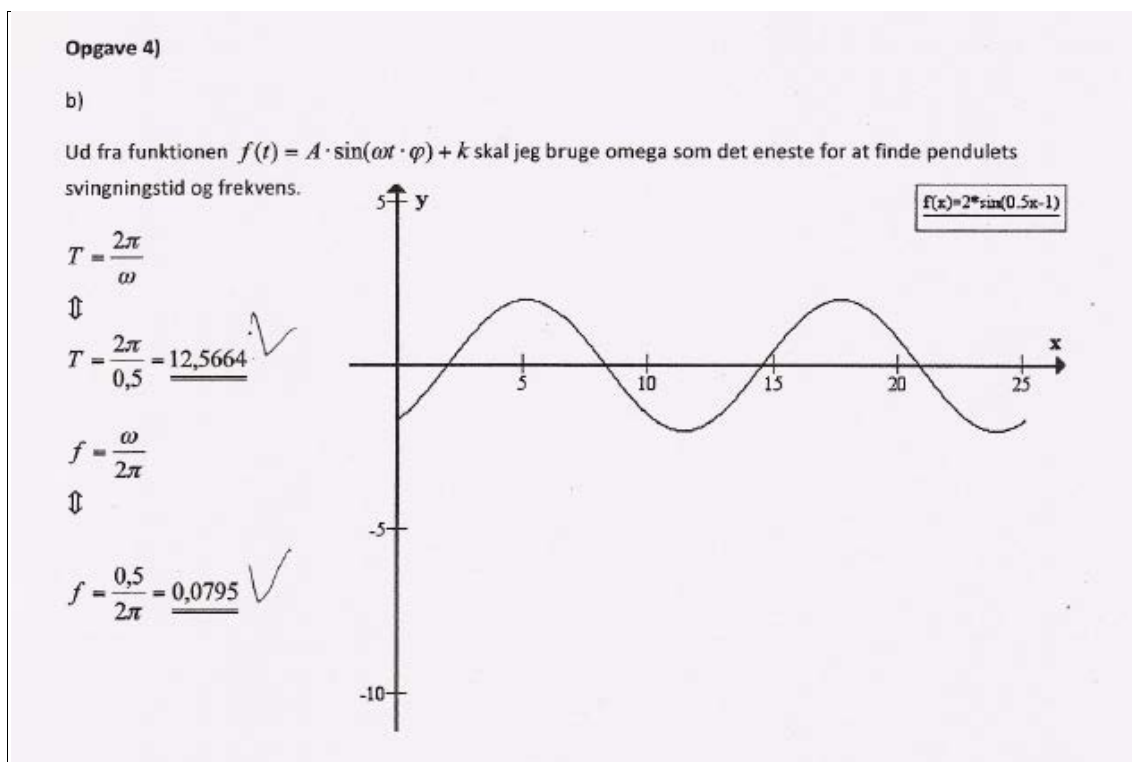
---

<sup>35</sup> Et CAS-værktøj er en form for avanceret lommeregner. Begrebet præciseres i den sidste del af dette afsnit.

stx-klassen og hhx-klassen medbragte alle klassens elever bærbare computere til alle undervisningsmoduler, og de fleste af klassernes elever benyttede dem regelmæssigt som skriveredskaber i selve matematikundervisningen og i forbindelse med det skriftlige arbejde i matematikfaget. Specielt i stx-klassen var denne form for skrivning dog typisk suppleret af skrivning med pen og papir. I disse tilfælde var der ofte tale om, at de forskellige medier for skrivning i praksis supplerede hinanden, snarere end egentlig udelukkede hinandens brug. Et eksempel på dette var, når stx-eleverne arbejdede med at løse matematikopgaver i undervisningsmodulerne. I sådanne tilfælde benyttede en stor del af klassens elever både computere og pen og papir som skriveredskaber, og fordelingen af brugen af disse medier varierede fra skrivehændelse til skrivehændelse. I den sidste af de fire gymnasieklasser, htx-klassen, var brugen af computere som skriveredskaber i den daglige undervisningspraksis mere opdelt blandt klassens elever, end det var tilfældet i de tre andre klasser. Enkelte af htx-klassens elever anvendte regelmæssigt computer som skriveredskab i selve undervisningen, mens andre af klassens elever ikke benyttede it som medie for skrivning på noget tidspunkt i de observerede undervisningsmoduler. Gennem samtaler med klassens matematiklærer stod det dog klart, at alle htx-klassens elever i større eller mindre udstrækning benyttede computer som skriveredskab i forbindelse med besvarelser af skriftlige afleveringsopgaver i faget matematik.

De fire elevdeltagere fra henholdsvis stx-klassen og htx-klassen, som er i fokus i afhandlingens analyser, benyttede sig alle konsekvent af computere som skriveredskaber, når de besvarede skriftlige afleveringsopgaver i faget matematik. De eneste undtagelser fra dette mønster er ganske få skriftlige besvarelser skrevet af den ene af stx-eleverne i starten af 1g (se Figur 22, side 133), samt enkelte af htx-elevernes besvarelser af skriftlige tests i løbet af de tre års matematikundervisning i htx-klassen.

De to elevdeltagere fra htx-klassen anvendte typisk *Microsoft Word* (MS-Word) når de skrev matematikfaglige tekster på deres computere. MS-Word er, som det vil være de fleste bekendt, et dokument- og tekstbehandlingsprogram, der specielt egner sig til produktion af skriftlige tekster, hvor der primært benyttes skriftligt verbalsprog. MS-Word er dog udstyret med redigeringsværktøjet *Microsoft Equation Editor* (herefter *MS-Equation*), som gør det muligt at indsætte matematiske symboler og udtryk i MS-Word dokumenter. MS-Equation er et redigeringsværktøj, hvor matematiske symboler og strukturer produceres, ved at man klikker sig gennem en række 'folde ud'-menuer med computerens mus, eller ved at man benytter sig af forskellige genvejstaster (se fx Gjøvik & Sanne, 2009). De fleste, der på et tidspunkt har prøvet at benytte MS-Word og MS-Equation til matematikfaglig skrivning, vil formentlig give Misfeldt ret, når han understreger, at "This type of system is fairly straightforward to use and sufficient for minor documents, but it is tedious and physically challenging to use the mouse as the main tool for writing." (Misfeldt, 2011: 241). I Figur 20 nedenfor er vist et uddrag fra elevdeltageren Christophers besvarelse af Htx2gMat8, hvor de matematiske symboler og tal, der optræder i figurens venstre side, er produceret ved hjælp af MS-Equation.

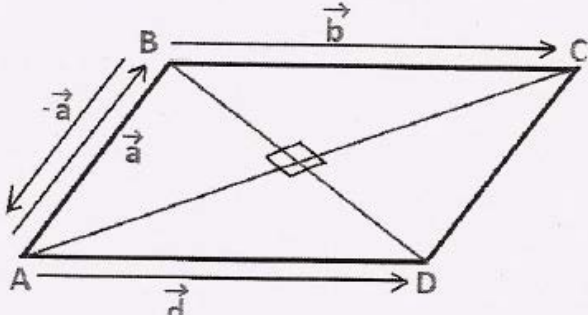


Figur 20 Uddrag Htx2gMat8 (Christopher)

I højre side af Figur 20 ses et matematisk diagram, en graf, som Christopher har produceret i et andet computerprogram ved navn *Graph* og efterfølgende indsat i sit MS-Word-dokument. *Graph* er en *Open Source* applikation, der er kompatibel med de fleste versioner af *Microsoft Windows* (MS-Windows). Som navnet på programmet antyder, kan *Graph* primært benyttes til at producere og eksperimentere med matematiske grafer og kurver, som den pågældende skriver så har mulighed for at overføre til sine elektroniske dokumenter, som Christopher har gjort det i uddraget vist på Figur 20.

Elevdeltagerne fra htx-klassen brugte også ofte redigeringsværktøjet *Paint*, som er en integreret funktion i MS-Windows, der kan anvendes til at tegne, farvelægge eller i det hele taget redigere billeder. Htx-eleverne brugte, som illustreret på Figur 21 nedenfor, fx *Paint* til at tegne abstrakte skitser eller diagrammer i deres matematikfaglige tekster eller til at føje skriftligt verbalsprog eller andre grafiske modificeringer til allerede eksisterende illustrationer, som fx grafer produceret i *Graph* eller matematiske diagrammer, der var indsat som skærmbillede fra skriveordrerne (se et eksempel på dette på Figur 29, s. 150).

3) Jeg indfører de 3 vektorer  $\vec{a}, -\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$  og finder deres koordinater:

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad -\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 14 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$


Vi ved at i en rombe vil gælde:  
vinkel A=vinkel C og vinkel B=vinkel D

Derfor behøver jeg kun udregne vinkel A og B for at finde alle vinkler. Dette bruger jeg mine 4 vektorer til.

Figur 21 Uddrag Htx2gMat5 (Emil)

Endelig anvendte elevdeltagerne fra htx-klassen matematikprogrammet *Maple*. Maple er et såkaldt *Computer Algebra System (CAS)*, det vil sige et computersystem, der kan udføre både numeriske og symbolske beregninger som fx løsning af ligninger, reduktion af symbolske udtryk, faktorisering af polynomier eller beregning af afledte funktioner og stamfunktioner. Maple er desuden velegnet til at visualisere matematiske objekter som fx grafer, kurver eller flader i henholdsvis to eller tre dimensioner. CAS findes både som computersoftware og i avancerede håndholdte lommeregner. Det er et krav til studentereksamen i skriftlig matematik på B- og A-niveau, at eleverne er i besiddelse af et it-værktøj, der indeholder CAS.<sup>36</sup> I modsætning til MS-Word er Maple ikke et tekstbehandlingsprogram, men netop et matematikprogram. Htx-eleverne skrev således ikke hele dokumenter i Maple, men indsatte i praksis udvalgte skærmbilleder fra Maple i deres MS-Word dokumenter (se et eksempel på dette i Figur 34, side 159).

Elevdeltagerne fra stx-klassen benyttede også i enkelte tilfælde MS-Word, inklusiv MS-Equation, som medie for skrivning i matematikundervisningen, fx i forbindelse med temaopgaver (se kapitel 7, afsnit 7.1). Når elevdeltagerne fra stx-klassen skrev besvarelser af traditionelle matematikopgaver, benyttede de imidlertid konsekvent computerprogrammet *TI-Nspire CAS*, der ligesom Maple er et matematikprogram, som indeholder CAS (se et eksempel på en sådan besvarelse i Figur 26, på s. 143). TI Nspire CAS har mange ligheder med Maple, men adskiller sig dog også på en række områder, ligesom forskellige tekstbehandlingsprogrammer tilsvarende ligner og adskiller sig fra hinanden.

I sin ph.d.-afhandling fra 2006 konkluderer Misfeldt "At most levels in mathematics education computers are only rarely used for writing: Computers are most often used as advanced

<sup>36</sup> Se Misfeldt (2013) for en mere udfoldet beskrivelse af brugen af CAS i det danske uddannelsessystem, herunder de didaktiske potentialer og begrænsninger, dette involverer.

calculators.” (Misfeldt, 2006: 6). Som casestudierne beskrevet ovenfor viser, så har praksis, i hvert fald inden for de gymnasiale matematikfag, formentlig ændret sig ganske radikalt i løbet af de sidste otte til ti år. Computere anvendes stadig og formentlig i større udstrækning end nogensinde før som avancerede lommeregner i matematikundervisningen, det vil sige som *matematiske værktøjer*, men det er samtidig blevet et udbredt medie for skrivning i de gymnasiale matematikfag, og det er dette aspekt, der forfølges i den resterende del af kapitlet.

## 6.1 Elevdeltagernes brug af computere som skriveredskaber i folkeskolen

I den første runde af interviewsamtaler med elevdeltagerne taler jeg med eleverne om deres skrivererfaringer fra folkeskolens afsluttende matematikundervisning. Både Anna og Kasper fra stx-klassen indleder deres gymnasiale uddannelse, umiddelbart efter at de har afsluttet folkeskolens 9. klasse.

Steffen: Havde I afleveringer eller hjemmeopgaver, eller hvad man nu kalder det?

Kasper: Ja, vi havde afleveringer. Det var så dele af en gammel eksamen, som vi så skulle regne og aflevere.

Steffen: Det var med blyant på papir?

Kasper: Det var med blyant.

Steffen: Brugte du computer til noget i den sidste del af [matematikundervisningen]?

Kasper: Nej, det gjorde vi ikke. Det var bare papir og blyant.

Interview 1 med Kasper, september 2011

Begge elevdeltagerne fra stx-klassen beskriver, hvordan der ikke blev benyttet it som medie for skrivning i matematikundervisningen i deres folkeskoleklasser. Brugen af computere som skriveredskaber i matematikundervisningen var således ny for både Anna og Kasper, og de udpeger da også begge dette fænomen som en af de markante forskelle mellem matematikfagenes skrivekulturer i henholdsvis folkeskolen og på deres stx-uddannelse.

De første interview med elevdeltagerne fra htx-klassen giver et tilsvarende billede, idet både Christopher og Emil beskriver, hvordan skriftligt arbejde i faget matematik i den afsluttende del af folkeskolen foregik med pen og papir som medie for skrivning. I det følgende uddrag fra den første interviewsamtale med Emil taler vi om brugen af skriveredskaber i den indledende del af matematikundervisningen på htx og desuden om brugen af skriveredskaber i den afsluttende del af folkeskolens matematikundervisning. Emils første replik henviser til hans start på htx.



- Emil: Jeg afleverede på papirform, for det har jeg det bedst med, synes jeg.
- Steffen: Hvor du skrev i hånden?
- Emil: Nej, altså jeg skrev ... jeg har altid skrevet mine ... det var det store skift fra folkeskole til gymnasiet, at jeg lærte at skrive matematikopgaver på computer.
- Steffen: Så det gjorde du sådan set ...
- Emil: Det har jeg gjort siden, ja. Det indførte den første lærer. Det var vel det, hun lige nåede at få indført.
- Steffen: Ja okay, så du har sådan set afleveret på computer hele vejen, men printet ud og afleveret.
- Emil: Ja, printet ud og afleveret.

Interview 1 med Emil, september 2011

For begge htx-elever var brugen af it som medie for skrivning således et nyt fænomen, der blev introduceret i de matematikfaglige skrivekulturer på htx-uddannelsen. Gennem alle tre år på htx-uddannelsen skriver begge elevdeltagere næsten alle deres matematikfaglige besvarelser på computer. De printer besvarelserne ud og afleverer dem til den pågældende matematiklærer i papirformat (jf. interviewuddrag med Emil ovenfor). I den afsluttende interviewsamtale med Emil i den sidste del af 3g beder jeg ham se tilbage på sin egen skriveudvikling gennem de tre års matematikundervisning på htx.

- Steffen: Vi nærmer os afslutningen, og der er ingen tvivl om, at du har udviklet dig i de tre år, jeg har kigget på den måde, du skriver på. Både med hensyn til projekter og hjemmeopgaver og så videre. Hvis du skulle pege nogle ting ud, som siger, det har i hvert fald præget den måde, jeg skriver på nu, der, hvor du har bevæget dig hen. I princippet kunne det være alt muligt.
- Emil: Altså, hvad som helst der kunne have præget...?
- Steffen: Ja, præget den måde du skriver matematik på nu.
- Emil: Helt klart software. Det at skrive på computer i forhold til at skrive i hånden, som jeg gjorde i folkeskolen. Og derfor var det også meget mærkeligt at aflevere sin første hjemmeopgave. Så selve udviklingen er kommet fra den allerførste hjemmeopgave til den der<sup>37</sup>. Bare på hvordan helt små tekniske ting som i Word. Der kommer selvfølgelig alle de programmer som Graph og Maple og selvfølgelig TI89.

Interview 5 med Emil, maj 2012

Af de fire elevdeltagere er Emil den, der i interviewsamtalerne tydeligst udpeger it som medie for skrivning som en afgørende del af hans matematikfaglige skriveudvikling. Computere og computerteknologi som skriveredskaber nævnes imidlertid af alle fire elever som betydningsfuldt i relation til skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag i interviewsamtalerne. I den anden interviewsamtale med Kasper fra stx-klassen taler vi om den tydelige udvikling i hans skriftlige besvarelser, som både han og jeg har bemærket, og som fremstår særlig markant ved en sammenligning af skriftlige tekster fra starten og fra slutningen af 1g. I den forbindelse peger Kasper selv på, at ”der er også noget af det, der har noget at gøre med, at jeg bliver sådan mere og mere fortrolig med at bruge programmerne og formlerne og sætte det op ordentligt og sådan. Det var jo noget anderledes end i folkeskolen” (Interview 2 med Kasper, november 2011).

## 6.2 Analyse af brugen af it som medie for skrivning i stx-klassen

I stx-klassen medbringer alle klassens elever konsekvent både papir, pen og bærbar computer i matematikundervisningen. Tidligt i 1g introduceres klassens elever af stx-læreren for computerprogrammet TI-Nspire CAS, og fra konstellation Stx1gMat6 er det et eksplicit formuleret krav til elevernes besvarelser af de traditionelle matematikopgaver, at de udarbejdes i TI-Nspire CAS. Begge elevdeltagere fra stx-klassen og antageligvis alle klassens elever benytter da også fra dette tidspunkt i 1g i udpræget grad TI-Nspire CAS som medie for skrivning i forbindelse med det skriftlige arbejde i matematikundervisningen.

---

<sup>37</sup> Emils besvarelse af Stx3gMat5.

Af observationerne af stx-klassens matematikundervisning fremgår det, at stx-klassens elever ofte benytter deres bærbare computere, når der arbejdes med at løse matematikopgaver i selve matematikundervisningen, men i de observerede tilfælde er der en betydelig variation med hensyn til, hvorvidt klassens elever anvender computeren som medie eller i stedet anvender den som matematisk værktøj til beregninger. I sidstnævnte tilfælde anvender stx-eleverne typisk pen og papir som medie for skrivning. I de observerede matematikmoduler overlader stx-læreren valget mellem forskellige skriveredskaber til eleverne selv i sådanne sammenhænge.

Med undtagelse af ganske få elever tager alle stx-klassens elever løbende individuelle skriftlige noter i forbindelse med matematikundervisningen, fx når stx-læreren skriver på whiteboardtavlerne i de forskellige klasserum, hvor matematikundervisningen finder sted. Også i sådanne sammenhænge overlader stx-læreren i de observerede tilfælde valget af skriveredskab til eleverne selv. Som det også var tilfældet i forbindelse med skrivning ved løsning af matematikopgaver, varierer brugen af henholdsvis computer eller pen og papir som medier for skrivning blandt klassens elever og fra gang til gang for den enkelte elev. I løbet af skoleåret, hvor jeg observerer stx-klassens matematikundervisning, er der dog flere og flere af klassens elever, der regelmæssigt skriver individuelle noter på deres bærbare computer ved hjælp af programmet TI-Nspire CAS.

Sammenfattende kan konkluderes, at brugen af it som medie for skrivning er ganske udpræget i stx-klassen, og i forlængelse heraf, at specielt brugen af computere som skriveredskaber i forbindelse med den del af det skriftlige arbejde, der involverer besvarelser af skriveordrer, som indleveres til stx-læreren, er præget af *homogenitet* blandt stx-klassens elever. I disse tilfælde fungerer TI-Nspire CAS som det altdominerende skriveredskab. Mere varieret er brugen af it som medie for skrivning i den daglige matematikundervisning i stx-klassen. Også her dominerer brugen af TI-Nspire CAS, når eleverne anvender it som medie for skrivning, men brugen af pen og papir som medie for skrivning fungerer samtidig som en ligeså udbredt måde at skrive på blandt stx-klassens elever.

Gentagne gange under mine observationer af matematikundervisningen i stx-klassen noterer jeg mig, hvordan den homogene brug af TI-Nspire CAS som skriveredskab gør det muligt for stx-læreren og klassens elever at tematisere skrivningens medie ganske eksplicit i undervisningen. Jeg illustrerer denne pointe med nedenstående uddrag af en observation i stx-klassen fra midten af 2g.

Modulet indledes med, at klassens lærer gennemgår en skriftlig afleveringsopgave, som er blevet leveret tilbage til klassens elever. Gennemgangen foregår via projektor, der viser TI-Nspire CAS-dokumenter skrevet af henholdsvis stx-læreren og nogle af klassens elever. De fleste elever følger med i deres egne elektroniske besvarelser ved hjælp af deres bærbare computere. Undervejs i gennemgangen diskuteres i plenum, hvordan man skriver i TI-Nspire CAS, fx hvordan billeder indsættes i elektroniske TI-Nspire CAS-dokumenter, eller hvordan matematiske diagrammer, der produceres i TI-Nspire CAS, tilpasses den øvrige tekst formmæssigt. Senere i modulet gennemgår stx-læreren et nyt fagligt emne, og alle klassens elever noterer. Cirka halvdelen af eleverne skriver på deres bærbare computer, resten skriver manuelt på papir. Sidst i modulet regnes der opgaver i mindre elevgrupper. De fleste elever skriver på deres bærbare computer, men enkelte benytter udelukkende blyant og papir. I disse tilfælde er der dog en computer i nærheden til at udføre beregninger på. Matematikopgavernes løsninger gennemgås i

plenum. Eleverne angiver mundtlige løsningsforlag i plenum, og stx-lærerens skriver dem ind i et TI Nspire CAS-dokument, som er vist i klasserummet via projektor.

Uddrag observation 8 i stx-klassen, april 2012

I den første interviewsamtale med Anna, hvorfra det nedenstående uddrag er hentet, taler vi om brugen af computere som skriveredskaber i matematikundervisningen. Læg mærke til, hvordan Anna i uddraget begrundet denne del af den lærerfaglige skrivekultur med det strategiske hensyn til en eventuelt kommende skriftlig eksamen i faget matematik.

Steffen: Det er så den første<sup>38</sup> fra 1g, og den har du besvaret på computer. Er der nogle regler med hensyn til det, skulle jeg til at sige, eller, hvad er retningslinjerne hos jer?

Anna: Altså [stx-lærerens navn] vil rigtig gerne have, at vi afleverer på computer, at vi har skrevet det på computer, og hun vil helst have, at vi har afleveret i matematikprogrammet Inspire, fordi det er det, vi skal aflevere i til eksamen. Så det er meget vigtigt for hende, at vi lærer det fuldstændigt at kende. Jeg tror ikke, hun ville have, at vi afleverede i hånden.

Steffen: Det er der ikke nogen, der gør?

Anna: Nej slet ikke. Vi laver dem alle sammen på computeren.

Interview 1 med Anna, oktober 2011

Interviewsamtalerne med Anna bekræfter således det billede af brugen af it som medie for skrivning, der kommer til syne i klasserumsobservationerne. Stx-elevens brug af TI-Nspire CAS som skriveredskab er præget af homogenitet, og den lærerfaglige skrivekultur kan derfor på dette punkt karakteriseres som *entydig*. I de første to skriveordrer fra 2g åbnes der for brugen af andre computerprogrammer som skriveredskaber, idet der i skriveordren står ”Skriv så vidt muligt i Nspire, men hvis det ikke kan lade sig gøre, så kan andre programmer (f.eks. Word) også bruges” (Skriveordre Stx2gMat1), men ingen af de to elevdeltagere benytter sig i dette tilfælde af denne mulighed.

I Figur 22 nedenfor er vist en oversigt over elevdeltagernes brug af it som medie for skrivning baseret på konstellationsanalyserne (se konstellationsanalyser i appendiks). Som vist i Figur 22, og som det fremgår af både de beskrevne klasserumsobservationer og i interviewuddraget gengivet ovenfor, så skriver begge elevdeltagere og antageligvis alle elever i stx-klassen næsten alle deres matematikfaglige besvarelser ved hjælp af TI-Nspire CAS. Undtaget herfra er dog nogle enkelte

---

<sup>38</sup> Ud fra sammenhængen forstår jeg *den første matematikaflevering* på dette sted.

besvarelser af temaopgaver og den tværfaglige studieretningsopgave (SRO), som eleverne skriver i 2g (se Figur 16, s. 115). Kasper skriver sine første besvarelser i 1g med pen og papir, mens Anna bruger MS-Word i to tilfælde i starten af 1g, indtil TI-Nspire CAS introduceres for klassens elever i matematikundervisningen. Fra dette tidspunkt af skriver de begge deres besvarelser af alle traditionelle matematikopgaver ved hjælp af TI Nspire CAS.

	Anna	Kasper
Stx1gMat2	MS-Word	Ingen brug af it som medie for skrivning
Stx1gMat6	Besvarelserne er skrevet ved hjælp af TI-Nspire CAS	
Stx2gMat6		
Stx3gMat9		
Stx3gEks	Ved delprøven uden hjælpemidler er der ikke benyttet it-værktøjer. Ved delprøven med hjælpemidler er teksten skrevet ved hjælp af TI-Nspire CAS	

Figur 22 Stx-elevernes brug af it som medie for skrivning, jf. konstellationsanalyserne

Gennem konstellationsanalyserne bliver det tydeligt, hvordan begge elevdeltagere fra stx-klassen indledningsvis møder udfordringer med hensyn til at håndtere TI-Nspire CAS som skriveredskab. For eksempel indsætter Kasper i besvarelsen af Stx1gMat6 det samme diagram, en udfyldt tabel, hele tre gange i forskellige delopgaver af den samme besvarelse (se appendiks). Efter få yderligere besvarelser ser sådanne tekniske problemer dog ikke ud til længere at spille nogen fremtrædende rolle i elevernes besvarelser.

Som det fremgik af beskrivelsen af klasserumsobservationerne ovenfor, adresseres TI-Nspire CAS løbende af stx-læreren eksplicit i *mundtlig* respons til elevernes skriftlige arbejde. Kun i ganske få tilfælde er noget tilsvarende gældende i stx-lærerens skriftlige respons til elevernes besvarelser, og når det er tilfældet, er der tale om skriftlig respons, der på én gang adresserer it som medie for skrivning og it som værktøj til løsning af matematiske problemer. Et eksempel på en sådan type af skriftlig respons er vist i Figur 23, hvor læreren i sin kommentar til Anna s besvarelse af Stx1gMat6 skriver ”Beregn dette skæringspunkt ved solve( $f(x)=g(x),x$ )”.

B) i denne opgave skal jeg indsætte funktionerne i et koordinatsystem og finde skæringspunktet.

$F(x)=4x+5$  hedder  $f_1(x)$  i koordinatsystemet og er rød.

$G(x)=-2x+12$  hedder  $g_1(x)$  i koordinatsystemet og er blå.

Skæringspunktet for de to grafer er: (1.17.9.67)

*Begynd dette skæringspunkt  
ved solve (fx) = solve(x)*

Figur 23 Uddrag Stx1gMat6 (Anna)

Indtil midten af 2g printer begge elevdeltagere fra stx-klassen deres skriftlige besvarelser ud og afleverer dem i papirformat til stx-læreren, men herfra bliver både ind- og tilbagelevering af skriveordrer, besvarelser og lærerrespons i stigende grad digitaliseret. Det åbner interessant nok nye muligheder for, hvilke typer af tekster der kan arbejdes med i de enkelte skrivehændelser, fx ville elevernes skriftlige besvarelser i en sådan sammenhæng kunne afleveres som dynamiske præsentationer. Noget sådant ser dog ikke ud til i praksis at være tilfældet i stx-klassens skriftlige arbejde. Udviklingen i den lærerfaglige skrivekultur bevæger sig mod en fuld digitalisering, men selve teksterne, der arbejdes med, forbliver i en vis forstand statiske i både form og indhold.

### 6.3 Analyse af brugen af it som medie for skrivning i htx-klassen

En af de mest iøjnefaldende forskelle mellem skrivekulturerne i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen er, at eleverne i htx-klassen benytter en række forskellige lommeregner og computerprogrammer i forbindelse med matematikundervisningens skriftlige dimension. I løbet af skoleåret, hvor matematikundervisningen i htx-klassen observeres, bliver det således klart, at der blandt htx-klassens elever er stor spredning i brugen af it som medie for skrivning af matematikfaglige tekster. Selvom enkelte af eleverne regelmæssigt benytter sig af bærbare computere i den daglige matematikundervisning, er brugen af computere langt mindre, end det var tilfældet i stx-klassen. Valget af, hvilke specifikke medier for skrivning htx-eleverne vil benytte sig af i det skriftlige arbejde i matematikundervisningen, er i de observerede matematikmoduler overladt til eleverne selv.

I modsætning til stx-klassen har htx-klassen som tidligere nævnt fire forskellige matematiklærere i løbet af deres treårige htx-uddannelse. Brugen af it i htx-klassen kan i forlængelse heraf ganske præcist beskrives som elevernes møde med tre, måske fire, forskellige lærerfaglige skrivekulturer. Jeg undlader i denne sammenhæng at beskrive brugen af it i den første af de fire læreres undervisning, idet htx-klassen kun i en ganske kort periode i starten af deres htx-uddannelse havde denne lærer som matematiklærer.

Gennem interviewsamtalerne med elevdeltagerne fra htx-klassen og gennem samtaler med andre af htx-klassens elever og htx-læreren, beskrives der et forløb, hvor krav og forventninger til elevernes brug af it som medie for skrivning er relativt homogene hen over de tre års matematikundervisning, mens krav og forventninger til elevernes brug af it som matematisk værktøj i matematikundervisningen varierer betydeligt hos klassens forskellige matematiklærere. Som det vil fremgå af de følgende afsnit, og som det allerede med Misfeldt blev påpeget indledningsvis i dette kapitel, kan de to aspekter af brugen af it i matematikundervisningen imidlertid ikke adskilles fuldstændigt.

Lærer 2 insisterer på, at de stillede matematikopgaver i så vid udstrækning, det er muligt, løses af htx-klassens elever *uden* brug af CAS. Lærer 3 insisterer på det præcis modsatte. Lærer 4 (htx-læreren) overlader typisk dette valg til eleverne.

Af klasserumsobservationerne fremgår det, at en del af htx-klassens elever ofte tager individuelle skriftlige noter i forbindelse med matematikundervisningen. I de tilfælde, hvor nogle af htx-klassens elever skriver individuelle noter, foregår det som oftest ved hjælp af pen og papir, men i enkelte tilfælde observerer jeg også at nogle, ofte ganske få, af htx-klassens elever benytter it som medie for skrivning i forbindelse med denne type af skriveskæb. I disse tilfælde benyttes der bærbare computere som skriveredskaber.

Som det var tilfældet i stx-klassen og antageligvis er tilfældet i langt de fleste gymnasiale matematikklasser, arbejdes der i htx-klassen ofte med at løse skriftlige matematikopgaver i den daglige undervisning. I de observerede matematikmoduler følger denne skriftpraktik typisk et velkendt mønster, hvor eleverne indledningsvis er placeret i mere eller mindre selvvalgte grupper og forsøger at løse opgaverne med læreren som konsulent, og efterfølgende samles der op i plenum med læreren som evaluator. Når eleverne skriver i forbindelse med løsning af matematikopgaver, foregår det i de observerede moduler i langt overvejende grad med pen og papir, og når der samles op i plenum, skrives der næsten udelukkende manuelt med kridt på tavlen. Sidstnævnte suppleres dog i enkelte tilfælde med fremvisning af forskellige matematiske grafer, som er produceret i computerprogrammet Graph, beskrevet i dette kapitels indledende afsnit, og som fremvises ved hjælp af lokalets projektor. Htx-klassens elever benytter, ligesom det var tilfældet i stx-klassen, CAS, når de løser matematikopgaver i matematikundervisningen, men i modsætning til stx-eleverne foregår dette ofte ved brug af håndholdte lommeregner. Nogle af klassens elever anvender bærbare computere til formålet, men i de observerede moduler har de bærbare computere i disse sammenhænge netop funktion som avancerede lommeregner, det vil sige som matematisk værktøj og ikke som medie for skrivning.

I det følgende uddrag fra analysen af observationer i htx-klassen sammenfattes en del af ovenstående pointer.

Cirka halvdelen af klassens elever medbringer bærbare computere, men kun i få tilfælde benyttes de til matematikfaglig skrivning i selve modulet. Undervejs regnes der matematikopgaver i mindre elevgrupper. De fleste elever skriver manuelt på papir og benytter håndholdte CAS-værktøjer (lommeregner) undervejs. Efterfølgende gennemgås løsningerne af opgaverne af

forskellige elever ved tavlen. Der skrives med kridt på tavle. Nogle elever tager noter til denne del af undervisningen. De fleste skriver manuelt på papir. Sidst i modulet introducerer htx-læreren den kommende skriftlige afleveringsopgave, som er et projekt, og dette diskuteres i plenum blandt lærer og elever. En elev spørger, om besvarelsen skal afleveres i papirform eller elektronisk. Htx-læreren svarer, at skriftlige afleveringer altid skal afleveres i papirform, men at eleverne selv må afgøre individuelt, om besvarelsen produceres manuelt eller elektronisk, og hvilke it-værktøjer de i givet fald vil benytte. Længere rapporter bør dog ifølge htx-læreren være produceret i elektronisk format.

Uddrag observation 1 i htx-klassen, august 2011

Som det fremgår af ovenstående, finder der i den periode, hvor htx-klassens matematikundervisning observeres, en ganske forskelligartet brug af it som matematisk værktøj og som medie for skrivning sted blandt htx-klassens elever. Den lærerfaglige skrivekultur er, i modsætning til i stx-klassen, *liberal* på dette område. Det er nærliggende at påstå en sammenhæng mellem denne *heterogenitet* i htx-elevernes brug af it som medie for skrivning og som matematisk værktøj i matematikundervisningen og det forhold, at skrivningens medie kun i meget begrænset grad tematiseres eksplicit i den observerede matematikundervisning i htx-klassen. Sidstnævnte forhold bliver ganske tydeligt gennem skoleårets forskellige observationer af htx-klassens matematikundervisning. Det er i praksis svært at adressere skriveværktøjer, når der er mange forskellige skriveredskaber, herunder forskellige computerprogrammer, i spil parallelt hos forskellige grupper af elever hele tiden.

Begge elevdeltagere fra htx-klassen skriver, som vist i Figur 24, næsten fra starten af 1g deres skriftlige besvarelser i MS-Word. Efterhånden inddrager begge elever dog hver især flere forskellige applikationer, tilføjelsesprogrammer og supplerende computerprogrammer, når de skriver deres matematikfaglige tekster.

	Christopher	Emil
<b>Htx1gMat3</b>	MS-Word, MS-Equation	MS-Word, MS-Equation
<b>Htx1gMat5</b>	MS-Word, MS-Equation	Microsoft Word, MS-Equation, Graph
<b>Htx2gMat9</b>	MS-Word, MS-Equation, Maple	MS-Word, MS-Equation, Maple
<b>Htx3gMat5</b>	MS-Word, MS-Equation, Graph	MS-Word, MS-Equation, Graph, MS- Paint, Maple
<b>Htx3gEks</b>	MS-Word, MS-Equation, Graph, MS- Paint	MS-Word, MS-Equation, Graph, MS- Paint, Maple

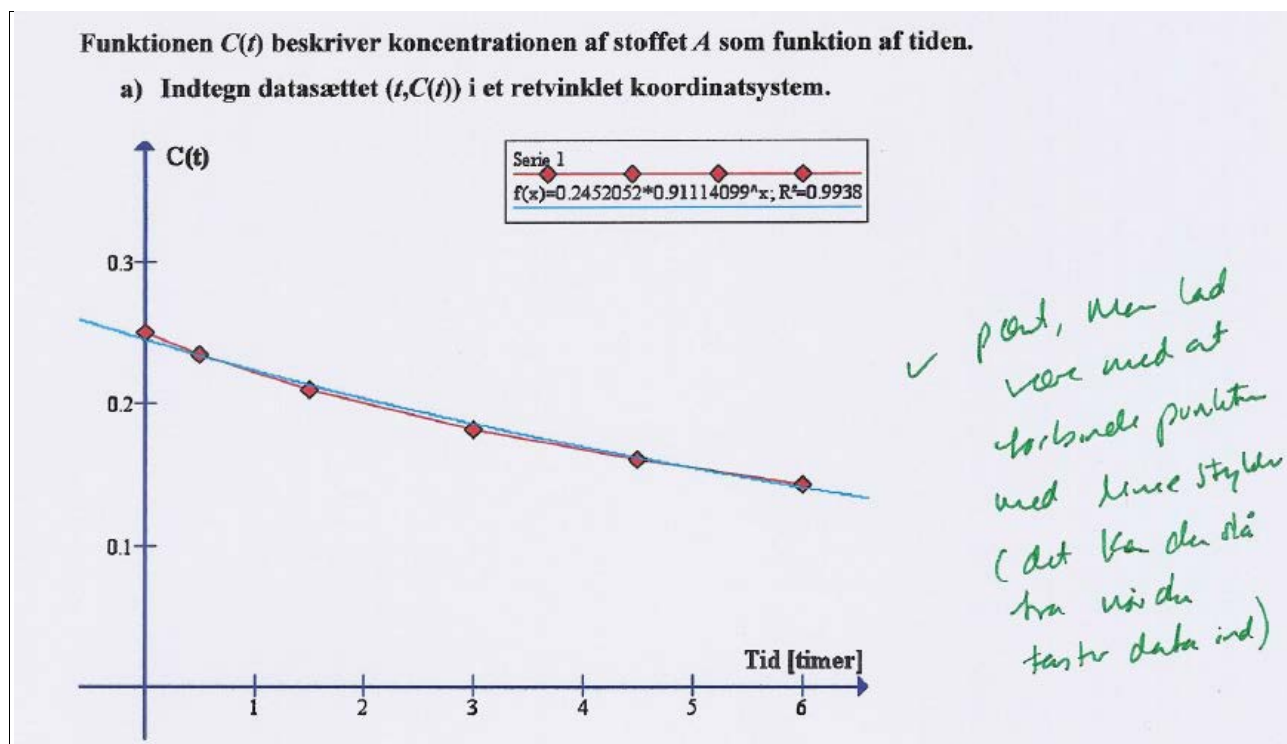
Figur 24 Htx-elevernes brug af it som medie for skrivning, jf. konstellationsanalyserne



Hvor stx-elevens skrived udvikling i relation til brugen af it som medie for skrivning altså kunne karakteriseres som en stigende beherskelse af ét program, TI-Nspire CAS, viser Figur 24, hvordan htx-elevens skrived udvikling i relation til brugen af it som medie for skrivning i stedet må forstås som en udvikling, hvor eleverne bliver i stand til at inddrage flere og flere forskellige programmer og applikationer i deres skrivning.

Når eleverne i htx-klassen får leveret skriftlige besvarelser tilbage af htx-læreren i matematikundervisningen, følges det typisk, som i stx-klassen, af en mundtlig respons fra htx-læreren rettet mod klassens elever som samlet gruppe. I de tilfælde hen over skoleåret, hvor jeg observerer aktiviteter af denne type i htx-klassens matematikundervisning, registrerer jeg på intet tidspunkt, at it som medie for skrivning adresseres eksplicit i dialogen mellem lærer og elever i htx-klassen. Dette er således en tydelig forskel i de lærerfaglige skrivekulturer i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen.

I den skriftlige respons til elevdeltagernes besvarelser findes der faktisk få eksempler på lærerkommentarer, der eksplicit adresserer it som medie for skrivning. I Figur 25 er vist et eksempel på en sådan.



Figur 25 Uddrag Htx3gMat5 (Christopher)

Som det ses af Figur 25, skriver htx-læreren i dette tilfælde som respons til Christophers besvarelse af opgaven: ”pænt, men lad være med at forbinde punkterne med linestykker (det kan du slå fra når du taster data ind)”. I dette tilfælde adresserer htx-læreren således it som medie for skrivning i den

afsluttende del af responsen, idet der eksplicit fokuseres på, hvordan diagrammet kan ændres i Graph, som er det computerprogram, Christopher anvender i dette tilfælde. Lærerrespons af denne type er yderst sjælden i elevdeltagernes besvarelser. Faktisk er eksemplet vist i Figur 25 det eneste 'klare' tilfælde, der blev identificeret gennem konstellationsanalyserne. En supplerende systematisk gennemlæsning af *alle* besvarelser af traditionelle matematikopgaver, de fire elevdeltagere havde skrevet hen over de tre års gymnasiale uddannelse, ændrede ikke dette billede. I flere tilfælde blev der i denne analyse og supplerende gennemlæsning af yderligere besvarelser identificeret eksempler, som i relation til it som medie påpegede, *at* noget i elevernes besvarelse burde ændres, og *hvad* der i givet fald skulle ændres, men næsten aldrig *hvordan* det skulle ændres i det anvendte softwareprogram eller lignende, som det eksempelvis var tilfældet i Figur 25.

## 6.4 Analyse af elevdeltagernes besvarelser

Efter i de to foregående afsnit at have fokuseret på, hvordan it bruges som medie for skrivning i de to klasser, rettes blikket i dette afsnit mod, hvilke konsekvenser disse former for brug har for elevdeltagernes matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. Ambitionen med denne del af analysen er ikke at indfange og redegøre for *alle* konsekvenser, hvis noget sådant overhovedet er muligt, men derimod at udpege *nogle* konsekvenser, som i de konkrete tilfælde fremstår som betydningsfulde for elevdeltagernes besvarelser i relation til brugen af it som medie for skrivning.

I denne del af analysen tages der således udgangspunkt i elevdeltagernes besvarelser af traditionelle matematikopgaver gennem de tre års matematikundervisning, idet de gennemførte konstellationsanalyser tjener som det analytiske grundlag, hvorpå dette afsnits konklusioner hviler.<sup>39</sup> Det afgrænsede fokus på traditionelle matematikopgaver muliggør en direkte sammenligning af, hvilke konsekvenser brugen af it som medie for matematikfaglig skrivning ser ud til at have for elevdeltagerne fra henholdsvis stx-klassen og htx-klassen. Hvor målet med de to foregående afsnit altså var at forstå, hvilke *videnskabelige teknologier* (O'Halloran, 2009: 99) og i forlængelse heraf hvilke *semiotiske ressourcer* der var tilgængelige for de to klassers elever i deres matematikfaglige skrivekulturer, er målet med dette afsnit af analysen at forstå, hvordan disse teknologier og semiotiske ressourcer er med til at forme elevernes matematikfaglige tekster. Afsnittets opbygning følger af forståelsen af skriftlige tekster, herunder elevbesvarelser, som ytringer, der altid på samme tid vil have en form, indholds- og brugsdimension. Det analytiske fokus er således, hvad brugen, herunder forskelligheden i brug i de to klasser, af it som medie for skrivning betyder for elevbesvarelsernes form, indhold og brug.

### 6.4.1 Aspekter knyttet til form

Formaspekter af elevbesvarelser kan, afhængig af analysens interesse, dække over en vifte af forskellige tekstuelle træk. I dette afsnit afgrænses formaspektet til fænomener, der knytter sig til elevbesvarelsernes *komposition* (jf. Kress & van Leeuwen, 2006: 175ff.). Mere præcist afgrænses den analytiske interesse til sammenhænge mellem elevdeltagernes brug af it som medie for

---

<sup>39</sup> Se appendiks.

skrivning og elevbesvarelsens udvikling i kompositionelle træk. Den overordnede konklusion på den følgende analyse er, at selvom både htx-elevernes og stx-elevernes formgivning af deres skriftlige besvarelser bevarer en kontinuitet henover de tre års matematikundervisning, er netop *ensartetheden* det slående element ved udviklingen i stx-elevernes besvarelser, mens brugen af flere forskellige 'designeksperimenter' præger htx-elevernes besvarelser.

I konstellationsanalyserne analyseres som beskrevet i kapitel 4, afsnit 4.7 udelukkende elevtekster, der er besvarelser af traditionelle matematikopgaver. Et kendetegn ved skriveordrer i netop denne opgavegenre er, at de i langt de fleste tilfælde har en *diskret*, i betydningen *adskilt*, struktur. Det vil sige, at der i skriveordren stilles et antal adskilte opgaver, som ofte er sat op i punktform. Selvom det således tydeligt fremgår af konstellationsanalyserne, at de skriveordrer, der blev anvendt i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen, og som tilhører denne opgavegenre, indeholdt så godt som ingen krav til elevbesvarelsens komposition, så vil jeg argumentere for, at der gennem skriveordrens diskrete opbygning dog blev formuleret en implicit forventning om en tilsvarende adskilt opbygning af elevbesvarelser. I alle tilfælde af konstellationsanalyserne imødekommer eleverne i hvert fald en sådan komposition i deres besvarelser, idet de enkelte dele af elevbesvarelserne typisk er adskilt af deloverskrifter eller lignende.

Som understreget indledningsvis bliver det gennem konstellationsanalyserne klart, at de besvarelser, elevdeltagerne fra stx-klassen producerer hen over de tre års matematikundervisning, er kendetegnet ved *ensartethed* med hensyn til besvarelsens overordnede komposition. I Figur 26 nedenfor er vist et uddrag af Kaspers besvarelse af Stx3gMat9. Uddraget illustrerer ganske tydeligt, hvordan begge elevdeltagere fra stx-klassen typisk formgiver deres besvarelser (se appendiks for en fuld konstellationsanalyse af Stx3gMat9).

## Opgave 9

Tabellen nedenfor viser sammenhørende værdier af vægt (målt i kg.), hvilestofskiftet (målt i kcal./døgn) for forskellige pattedyr.

I en model er hvilestofskiftet  $f(x)$  som funktion af vægten  $x$  af typen:

$$f(x) = b \cdot x^a$$

a)  $a$  og  $b$  i funktionen  $f(x)$  bestemmes.

Det ses at funktionen af typen  $f(x) = b \cdot x^a$  er en potensfunktion. Derfor laves der en potensregression på data (vha. et CAS-værtøj), som ses nedenfor, hvorved  $a$  og  $b$  bestemmes.

Det ses derved at  $a = 0,764626$  og  $b = 70,512$ . ✓

Derved fås en model der beskriver hvilestofskiftet som funktion af vægten, der ser således ud:

$$f(x) = 70,512 \cdot x^{0,764626}$$



(0)

b) Modellen benyttes til at bestemme hvilestofskiftet for et pattedyr der vejer 20 kg.

For at finde hvilestofskiftet for et pattedyr, der vejer 20 kg.

4.1

sættes  $x=20$  i modellen:

$$f(20) = 70.512 \cdot 20^{0.764626} \rightarrow f(20) = 696.73$$

Et pattedyr der vejer 20 kg. har derfor i følge modellen et hvilestofskifte på 696.73. ✓

9

c) Den procentvise ændring i hvilestofskiftet bestemmes ved en vægtforøgelse på 15%.

Dette kan udregnes ved at se på hvilestofskiftet for et pattedyr på 20 kg:

$$f(x) = 70.512 \cdot 20^{0.764626} \rightarrow f(x) = 696.73 \quad \checkmark$$

Ved at lægge 15% af de 20 kg. til 20 (hvilket giver 23 kg), og ved hjælp af modellen udregne hvilestofskiftet for et pattedyr, der vejer 23 kg:

$$f(x) = 70.512 \cdot 23^{0.764626} \rightarrow f(x) = 775.31 \quad \checkmark$$

Nu kan den procentvise ændring udregnes:

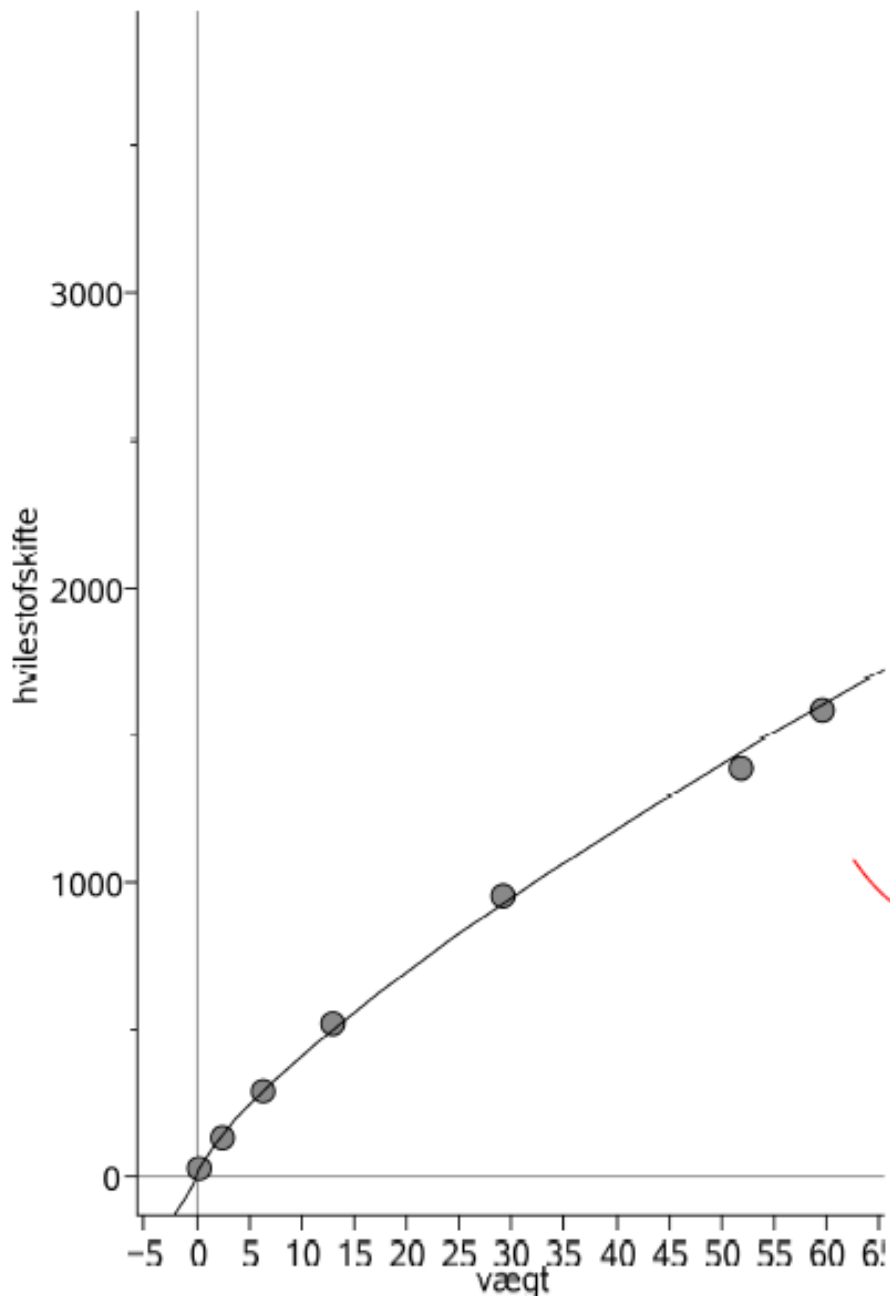
$$\frac{775.31 - 696.73}{696.73} \cdot 100 \rightarrow 11.2784 \quad \checkmark$$

Den procentvise ændring i hvilestofskiftet ved en vægtforøgelse på 15% er en stigning på 11,28% flere kcal/døgn. ✓

10

	A vægt	B hvilestofskifte	C	D
♦				
1	0.3	28		
2	2.4	135		
3	6.4	293		
4	13	520		
5	29.3	956		
6	51.8	1394		
7	59.6	1591		
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				

4.1



4.1

Figur 26 Uddrag Stx3gMat9, s. 8-11 (Kasper)

Som det ses i Figur 26, indleder Kasper sin besvarelse med en overskrift i fed skrift (**Opgave 9**), og herefter gengives den første del af skriveordrens formuleringer. Derefter følger tre adskilte afsnit, hvori de forskellige dele af skriveordren besvares. Hvert af disse afsnit er markeret med henholdsvis

a), b) og c) og desuden adskilt med linjeskift. Her imiterer Kasper således skriveordrens tilsvarende diskrete opbygning. I disse tre afsnit benyttes udelukkende skriftligt verbalsprog og matematiske symboler, inklusiv tal, og hele teksten er venstrejusteret. I de fleste tilfælde er længere udtryk, der involverer matematiske symboler, adskilt fra skriftligt verbalsprog ved linjeskift. Opbygningen af disse afsnit er således kendetegnet ved ensartethed og linearitet.

Efter de tre tekstafsnit følger en tabel, der på trods af dens begrænsede indhold udfylder en hel A4-side. Tabellen er en gengivelse af en tabel med tilsvarende talværdier, som optræder i skriveordren. Som det ses af Figur 26, er tabellen ikke tilpasset de talværdier, der faktisk optræder i tabellen, idet en mængde celler efterlades tomme i Kaspers besvarelse. Dette aspekt af Kaspers besvarelse kommenteres ikke af stx-læreren, og jeg forstår det som en indikation af, at besvarelsens visuelle komposition i denne sammenhæng ikke vægtes højt i den lærerfaglige skrivekultur.

Kaspers besvarelse afsluttes med endnu et matematisk diagram, en graf, hvor data fra den foregående tabel og en modellering af disse illustreres grafisk. Igen kan man fra et kompositionelt perspektiv pege på, at diagrammet ikke er tilpasset de data, der optræder i diagrammet, idet førsteaksen (den lodrette akse i diagrammets venstre side) indeholder talværdier, der langt overstiger de talværdier, der er aktuelle for illustrationen af den konkrete matematiske sammenhæng. Det er imidlertid vigtigt samtidig at understrege, at dette, som det også var tilfældet med den foregående tabel, i lærerresponsen ikke markeres som en mangel ved elevbesvarelsen, men derimod via 'fluebenet' anerkendes som legitimt i den givne sammenhæng. Bemærk, at de matematiske diagrammer optræder *efter* de tre afsnit bestående af skriftligt verbalsprog og matematiske symboler på trods af, at begge diagrammer fra et indholdsmæssigt perspektiv hører til det første af de tre delafsnit, dvs. afsnit a).

En sådan komposition for skriftlige besvarelser er helt typisk for elevdeltagerne i stx-klassen gennem hovedparten af de tre års matematikundervisning. Undtaget herfra er dog nogle besvarelser, som Anna producerer i slutningen af 3g. I disse besvarelser placerer hun i flere tilfælde de matematiske diagrammer, typisk tabeller og grafer, i umiddelbar forlængelse af det tekstafsnit, hvor de pågældende diagrammer omtales. I Annas besvarelse af den opgave, som Kasper besvarer i Figur 26, har hun således placeret en tabel mellem afsnit a) og b). Et sådant skift i komposition optræder imidlertid ikke i Annas besvarelser før sidst i 3g, og det optræder ikke i Kaspers besvarelser på noget tidspunkt. På intet tidspunkt finder en yderligere grafisk integration af skriftligt verbalsprog, matematiske symboler og matematiske diagrammer sted i stx-elevernes besvarelser (for et eksempel på, hvad der her menes med *yderligere grafisk integration*, se Figur 29 nedenfor). Der kan være flere grunde til dette, men jeg vil argumentere for, at en af de afgørende grunde hertil er, at det medium for skrivning, som elevdeltagerne fra stx-klassen benytter sig af, det vil sige computerprogrammet TI-Nspire CAS, *ikke* lægger op til en sådan grafisk integration af forskellige semiotiske ressourcer i matematikfaglige tekster. Den dokumentskabelon i TI-Nspire CAS, som Anna og Kasper benytter sig af, når de skriver deres besvarelser, lægger derimod op til en linearitet som illustreret i uddraget af Kaspers besvarelse i Figur 26. I den tredje interviewsamtale med Kasper taler vi om dette fænomen og desuden om, hvilke tekstnormer der ifølge hans opfattelse hersker for elevbesvarelsernes layout i den lærerfaglige skrivekultur i stx-klassen.



Steffen: Hvad med layout? Har du nogen idé om, hvordan hun [vægter det]? Jeg ved det ikke selv, skal jeg sige ...

Kasper: Nej nej, det ved jeg ikke helt. Altså, jeg ved ikke, hvor højt layout er vægtet i matematikken i matematikafleveringer. Altså, jeg tror ikke lige, det er det, hun hæfter sig ved faktisk overhovedet. Og nu er det sådan rimeligt sat op. Nu skriver vi et program. I Inspire, der kommer det jo bare ud i den rækkefølge, skrift og graf for eksempel.

Interview 3 med Kasper, marts 2012

Som det fremgår af interviewuddraget, knytter Kasper netop opbygningen ("den rækkefølge") af sine besvarelser til brugen af TI-Nspire CAS, der således ifølge Kasper er med til at forme de kompositionelle rammer for formgivningen af elevernes besvarelser. Interviewuddraget bekræfter i den forstand det analytiske indtryk, der efterlades af konstellationsanalyserne med hensyn til dette aspekt af stx-elevernes besvarelser. Det *er* i teknisk forstand muligt at ændre på en sådan komposition for elevbesvarelserne, men TI-Nspire CAS lægger, som det pointeres af Kasper ovenfor, ikke umiddelbart op til sådanne ændringer. Samtidig bliver det dog også klart, at skriveredskabet ikke gør det alene. I Figur 26 så vi, at besvarelsens komposition ikke så ud til at have afgørende betydning for stx-lærerens bedømmelse af besvarelsen, og Kasper giver, som det fremgår af interviewuddraget ovenfor, udtryk for en tilsvarende forståelse af den lærerfaglige skrivekultur. Der er således ikke tale om nogen direkte, måske lige frem kausal, sammenhæng, hvor brugen af bestemte skriveredskaber *nødvendigvis* fører til bestemte former for kompositioner af elevbesvarelserne. Der er derimod tale om, at brugen af bestemte it-baserede skriveredskaber, som fx TI-Nspire CAS, indgår som ét af flere elementer, der bidrager til konstruktionen af en matematikfaglig skrivekultur, hvorigennem rammerne for elevbesvarelsernes komposition sættes.

I en interviewsamtale med Anna sidst i 3g bekræftes en sådan forståelse af sammenhængen mellem brugen af it som medie for skrivning og elevbesvarelsernes komposition i stx-klassen. I det følgende uddrag fra interviewsamtalen er udgangspunktet for samtalen en af Annas besvarelser, som hun skrev i den sidste halvdel af 3g.

- Steffen: Tænker du over sådan noget som layout for eksempel?
- Anna: Nej, ikke rigtig. Vi får jo ikke layout [karakterer] ... eller layout tæller jo ikke rigtig noget i matematik, så det betyder ikke så meget for mig, men jeg vil da gerne have, det ser sådan nogenlunde pænt ud, og det ikke bare er tekst i tekst i tekst, at man lige laver nogle afstande engang imellem, ikke? For det bliver lidt mere overskueligt. Det er også derfor, jeg har lavet skriften lidt større, så der ikke står... altså hvis man får sådan en af de her sider, hvor der bare kun er tekst. Det ser bare så øv ud. Så laver man lige lidt mellemrum.
- Steffen: Som på side 4?
- Anna: Ja.
- Steffen: Der har du lavet afsnit?
- Anna: Ja, der har jeg bare lavet sådan lidt større mellemrum ikke?
- Steffen: Jo. Så det er jo faktisk en layout-ting, ikke? For man kan jo sige, du har jo ikke ændret på teksten altså...
- Anna: Men ellers så tænker jeg ikke så meget over det, fordi Nspire er meget overskueligt at skrive i.
- Steffen: Ja, det sekvenserer.
- Anna: Det er noget andet end Word, hvor det hele bare fortsætter, hvis du bare bliver ved med at skrive. I Nspire, der ser det bare lidt bedre ud, synes jeg. I Word ville der jo stå ti gange så meget tekst. Det kunne der have stået, ikke?
- Steffen: Ja?
- Anna: Så derfor har jeg også bare valgt at lave skriften lidt større.

Interview 5 med Anna, maj 2013

Som det var tilfældet i interviewsamtalen med Kasper, peger også Anna på, at layout 'ikke tæller noget i matematik', idet hun henviser til, at det ikke spiller ind i forhold til en given karakterbedømmelse. Samtidig peger Anna dog på, hvordan hun i en vis forstand arbejder med netop dette element i sine besvarelser, fx ved at benytte linjeskift til at lave afsnit i teksten eller ved at ændre på skriftstørrelser. Vi ser også hvordan Anna, som Kasper, knytter sine designmæssige valg til den specifikke brug af TI-Nspire CAS, og desuden hvordan dette skriveredskab efter hendes opfattelse har nogle bestemte fordele i forhold til skrivning af matematikfaglige tekster.

Selvom der kan identificeres variation i stx-elevernes mere eller mindre bevidste kompositionelle valg hen over de tre års matematikundervisning, efterlader konstellationsanalyserne et overordnet indtryk af ensartethed og kontinuitet, og interviewsamtalerne med de to elevdeltagere er med til at knytte dette forhold til brugen af TI-Nspire CAS som medie for skrivning. At stx-elevernes besvarelser over tid netop er præget af kontinuitet, bliver yderligere klart ved en sammenligning med htx-elevernes kompositionelle valg over de tre års htx-uddannelse. Som det var tilfældet med stx-elevernes besvarelser, viser konstellationsanalyserne igen, at der i en vis forstand er tale om kontinuitet med hensyn til elevbesvarelsens komposition, men samtidig bliver det dog gennem konstellationsanalyserne ligeledes klart, at elevdeltagerne fra htx-klassen i langt højere grad end elevdeltagerne fra stx-klassen i løbet af de tre år eksperimenterer med formgivningen af deres besvarelser.

I det følgende vil jeg give nogle eksempler på dette element af htx-elevernes besvarelser. Fælles for disse eksempler er, at de optræder i flere forskellige besvarelser skrevet af de to elevdeltagere fra htx-klassen, og desuden, at jeg ikke har kunnet identificere lignende eksempler i stx-elevernes besvarelser. Alle eksemplerne er i overensstemmelse med præmisserne for konstellationsanalyserne og for at muliggøre komparation med stx-elevernes besvarelser hentet i de af htx-elevernes besvarelser, der indgår i konstellationsanalyserne.

Det første eksempel omhandler *indramninger* eller *brug af forskellige grafiske bokse* i elevbesvarelserne og er hentet fra henholdsvis Christophers (Figur 27) og Emils (Figur 28) besvarelser af skriveordrens første opgave i Htx1gMat3. Der er således tale om en af de første besvarelser, htx-eleverne skriver i deres htx-uddannelse.

**Opgave 1)**  
 Reducer følgende mest muligt

*Kassen væk!*

$$z = \frac{a+b}{c} + \frac{2a+b}{3c} + \frac{5a+2b}{12c}$$

*dette er ikke et gange-tegn. Du skal ikke skrive noget imellem 5 og a, blot: 5a*

$$z = \frac{12 \cdot a + 12 \cdot b}{12 \cdot c} + \frac{4 \cdot 2a + 4 \cdot b}{4 \cdot 3c} + \frac{5 \cdot a + 2 \cdot b}{12 \cdot c}$$

*Husk biimplikationstegn.*

$$z = \frac{12a+12b}{12c} + \frac{8a+4b}{12c} + \frac{5a+2b}{12c} = \frac{25a+18b}{12c}$$

$$y = (5n+2m)(a-b) - (a+b)(5n-2m)$$

$$y = 5na - 5nb + 2ma - 2mb - 5na + 2ma - 5nb + 2mb = \underline{\underline{-10nb + 4ma}}$$

$$k = \frac{6a}{b} + \frac{2a}{3b} + \frac{a}{5b}$$

$$k = \frac{15 \cdot 6a}{15b} + \frac{5 \cdot 10a}{5 \cdot 3b} + \frac{3 \cdot a}{3 \cdot 5b} = \frac{103a}{15b}$$

Figur 27 Uddrag Htx1gMat3 (Christopher)

Som det ses af Christophers indledende parafrasering af skriveordren øverst i Figur 27, skal htx-eleverne i den pågældende opgave reducere nogle forskellige algebraiske udtryk mest muligt. Læg mærke til, hvordan Christopher i sin besvarelse har indrammet de algebraiske udtryk, der er givet i skriveordren, og som dermed er udgangspunktet for hans besvarelser. Hvorfor Christopher har valgt at benytte sig af grafiske bokse i denne sammenhæng, fremgår ikke af hans besvarelse, og det fremgår heller ikke af de gennemførte interviewsamtaler. Besvarelsens tidsmæssige placering taget i betragtning, starten af Christophers htx-uddannelse, forstår jeg dog Christophers brug af grafiske bokse som en *afprøvning af* eller *eksperimenteren med* matematikfagets formmæssige udtryk. Som det fremgår af den tilhørende skriftlige lærerrespons ("Kassen væk!"), overskrider Christopher i dette tilfælde de diskursive forventninger til skriftlige besvarelsers komposition, som de kommer til udtryk i den pågældende lærerfaglige skrivekultur. Christopher gentager da heller ikke en tilsvarende brug af bokse i sine senere besvarelser.

Emil bruger i sin besvarelse af den tilsvarende opgave også grafiske bokse, men som det fremgår af Figur 28, indrammer han ikke de algebraiske udtryk i sin tekst, men derimod de tilhørende forklaringer formuleret i skriftligt verbalsprog.

### Opgave 1

Reducer følgende mest muligt uden brug af TI89

$$z = \frac{a+b}{c} + \frac{2a+b}{3c} + \frac{5a+2b}{12c}$$

⇕

$$z = 12 \left( \frac{a+b}{c} \right) + 4 \left( \frac{2a+b}{3c} \right) + 1 \left( \frac{5a+2b}{12c} \right)$$

⇕

$$z = \frac{12a + 12b + 8a + 4b + 5a + 2b}{12c}$$

⇕

$$z = \frac{25a + 18b}{12c} \quad \checkmark$$

1) Multipliser med 12, 4 og 1 for at få fællesnævner

2) Sæt på fælles brøkstreg

3) Reducer

Figur 28 Uddrag Htx1gMat3 (Emil)

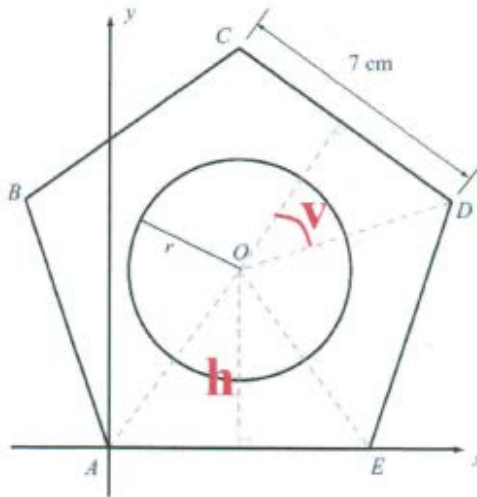
I modsætning til i Christophers besvarelse giver læreren i sin skriftlige respons ikke udtryk for at boksene i Emil besvarelse 'rammer ved siden af' en forventelig komposition for besvarelsen. I praksis kommenterer den pågældende lærer slet ikke Emils brug af grafiske bokse. Emil fortsætter da også med at anvende lignende indramninger i sine besvarelser gennem alle tre år i matematikundervisningen. I interviewsamtalerne med Emil beskriver han, hvordan han bruger bokse og indramninger med forskellige formål i sine forskellige besvarelser. Han beskriver, hvordan boksene i nogle tilfælde er henvendt direkte til læseren, det vil i praksis sige den lærer, der giver respons til hans besvarelser, mens de i andre tilfælde ifølge Emil også er brugt i besvarelserne for hans egen skyld. Som et eksempel på sidstnævnte beskriver Emil, hvordan han i nogle tilfælde har valgt at indramme bestemte regneregler, som anvendes i konkrete beregninger i hans besvarelser, og peger i forlængelse heraf på, at sådanne indramninger øger hans egne muligheder for at læse og forstå sine tekster, når han tager dem frem i senere sammenhænge.

Det næste uddrag vist i Figur 29 er hentet fra Emils besvarelse af Htx3gMat5, og stammer således fra midten af det tredje år på htx-uddannelsen. Uddraget er valgt, fordi det sammenfatter en række eksempler på kompositionelle 'eksperimenter', der optræder i forskellige besvarelser skrevet af elevdeltagerne fra htx-klassen. I skriveordren til den pågældende opgave optræder et billede af en højtaler, der består af 12 regulære femkantede flader, et såkaldt *dodekaeder*. I midten af hver femkant er placeret cirkulære huller, hvori selve højtalerenhederne er placeret. I uddraget vist i Figur 29 nedenfor ses netop en skitse af en sådan femkant.

For at finde procentdelen af arealet, skal vi kende til pladerestens areal samt femkantensareal.  
Pladerestens areal findes let ved formlen for en kvadrat:

$$A_{\text{plade}} = l^2 = (12\text{cm})^2 = 144\text{cm}^2$$

For at finde arealet af femkanten, ønsker vi at bestemme længden af højden  $h$ . For at finde denne betragtes vinklerne  $v$ . Denne er en del af den indre cirkel med vinkelsummen  $360^\circ$ . Vinkel  $v$  kan derfor findes som:



$$v = \frac{360^\circ}{n} = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

Hvor  $n$  er antallet af gange  $v$  findes.

Ud fra en trekants betragtning kan vi se at sammenhængen mellem  $v$  og  $h$  kan findes som:

$$\tan(v) = \frac{\frac{1}{2}|AE|}{h}$$

Da  $|AE|$  er lig  $|CD|$  (grundet at figuren er regulær), kan vi finde  $h$  i den opstillede ligning:

$$h = \frac{\frac{1}{2}|AE|}{\tan(v)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 7\text{cm}}{\tan(36^\circ)} = 4,81\text{cm}$$

*4,82 afrundning!*

Arealet af 1 trekant er givet ved formlen:  $A = \frac{1}{2} \cdot \text{højde} \cdot \text{grundlinje}$

Da femkanten består af 5 trekanter, kan hele dens areal findes som:

$$A_{\text{femkant}} = 5 \left( \frac{1}{2} \cdot |AE| \cdot h \right) = 5 \left( \frac{1}{2} \cdot 7\text{cm} \cdot 4,81\text{cm} \right) = 84,304\text{cm}^2$$

Procentdelen af pladen er derfor:

$$A\% = \frac{A_{\text{femkant}}}{A_{\text{plade}}} \cdot 100\% = \frac{84,304\text{cm}^2}{144\text{cm}^2} \cdot 100\% = 58,545\%$$

*Man... her  
du tænkt over  
om villet skulle  
med eller ikke...*

Figur 29 Uddrag Htx3gMat5 (Emil)

Det første der springer i øjnene, når uddraget fra Emils besvarelse vist i Figur 29 sammenlignes med fx Kaspers besvarelse vist i Figur 26 er, hvordan de forskellige semiotiske ressourcer, skriftligt verbalsprog, matematiske symboler og matematisk diagrammer, i de to tilfælde er organiseret på forskellig vis. I Emils besvarelse er det matematiske diagram grafisk indlejret i resten af teksten, mens matematiske diagrammer i Kaspers besvarelse, som vi så ovenfor, er placeret efter resten af teksten. Jeg vil i forlængelse af interviewuddragene ovenfor med Anna og Kasper argumentere for, at en af grundene hertil er Kaspers og Emils brug af forskellige it-baserede skriveredskaber, idet MS-Word i modsætning til TI-Nspire CAS i højere grad lægger op til en sådan omorganisering af sidernes elementer ved at gøre noget sådant teknisk lettilgængeligt. Man kunne hertil indvende, at diagrammets grafiske indlejring i Emils besvarelse ikke primært skyldes brugen af et bestemt skriveredskab, men derimod diagrammets *funktion* i teksten: altså det forhold, at diagrammet i

Emils besvarelse har sin funktion og derfor kommenteres netop på det sted i besvarelsen, hvor den er placeret rent grafisk (se Figur 29 Uddrag Htx3gMat5 (Emil) ovenfor). Heri ligger der utvivlsomt en pointe. Sagen er imidlertid den, at vi ovenfor så, at Kasper også kommenterer sine diagrammer på et bestemt sted i sin besvarelse, nemlig i afsnit a), men på trods af dette er de alligevel placeret efter resten af tekstafsnittene (se Figur 26).

Pointen er i denne sammenhæng ikke at argumentere alene ud fra de to konkrete eksempler vist i henholdsvis Figur 26 og Figur 29, men derimod at fremhæve disse netop som *eksempler* på nogle mere generelle træk ved de fire elevdeltageres besvarelser. Generelle træk, som bliver synlige gennem konstellationsanalyserne. Elevdeltagerne fra stx-klassen arbejder typisk med en komposition for deres besvarelser, der følger den 'skriveskabelon', TI-Nspire CAS lægger op til, og som bl.a. involverer linearitet og venstrejustering, som vi så ovenfor, mens elevdeltagerne fra htx-klassen i højere grad eksperimenterer med forskellige kompositionelle aspekter som fx grafisk integration af diagrammer, brug af flere kolonner og centrering af besvarelsernes centrale udsagn.

Et eksempel på sidstnævnte ses også i uddraget af Emils besvarelse vist i Figur 29, hvor han har centreret næsten alle de matematiske formler og beregninger, der optræder i besvarelsen. En sådan praksis opstår i løbet af det første år på htx-uddannelsen for Emils vedkommende og i løbet af det andet år for Christophers vedkommende. Brugen af centrering er interessant i denne sammenhæng, både fordi det er et eksempel på, hvordan elevdeltagerne fra htx-klassen foretager kompositionelle valg, som er nemme at realisere i MS-Word, i deres besvarelser, og som ikke systematisk benyttes af stx-eleverne; men samtidig fordi det gennem interviewsamtalerne med htx-eleverne bliver klart, at dette valg netop er et *bevidst* valg fra elevdeltagerens side.

Christopher: Den måde jeg bruger at centrere på, (...) det er for at sige: det er den her formel, det, jeg bruger, det er en generel formel, som jeg skal anvende, og derfor så har jeg centreret den, fordi den er generel, det er ikke kun mig, der kan bruge den. Og så i det, jeg indsætter, det, jeg selv har valgt, så kører det selv ude i venstre side.

Steffen: Okay, så der er forskel på det generelle og det, du selv...?

Christopher: Det er det jeg mener med det at centrere noget, der er en generel formel.

Steffen: Så der ligger meget mening i layout, kan man sige?

Christopher: Ja det ... sådan prøver jeg i hvert fald at gøre det.

Steffen: Ja, det forstår jeg godt. Og det er vel også der, du har udviklet dig?

Christopher: Ja meget, det synes jeg virkelig. Også det der med ... jeg skriver i Equations<sup>40</sup>, jeg er ikke så god til det der ligning, og i Equations, der kan du også skrive tekst<sup>41</sup>, men så bliver det sådan skråt, og det er meget bøvlet, fordi hver gang du skal have mellemrum, skal du trykke kontrol mellemrum, for ellers kan den ikke ... og jeg skrev tit sådan ... når du havde sådan en af de der biimplikationstegn, så skrev jeg typisk teksten sådan ind imellem der, og ja, det blev sgu ikke særligt pænt, fandt jeg ud af med tiden. Så det har jeg også gået væk fra igen.

Interview 5 med Christopher, maj 2012

I uddraget fra interviewsamtalen med Christopher er der flere centrale pointer. For det første, hvordan Christopher knytter formgivningen af sine tekster, i dette tilfælde brug af centrering, til den meningskabelse, der foregår i teksterne: i dette tilfælde generalitet af de anvendte matematiske udsagn. I Figur 30 er vist et uddrag fra Christophers egen besvarelse af Htx3gMat5, hvor han netop benytter sig af den bevidste brug af centrering af generelle formler og venstrejustering af partikulære beregninger, som han beskriver i interviewuddraget.

---

<sup>40</sup> Redigeringsværktøjet *MS-Equation* som blev beskrevet i kapitlets indledning.

<sup>41</sup> Ud fra sammenhængen forstår jeg ved brugen af ordet *tekst* eller *teksten* i dette tilfælde *skriftligt verbalsprog*.



c) Bestem lampefodens volumen

Til at beregne det bruger jeg formlen der beskriver omdrejning omkring x-aksen:

$$\pi \int_a^b f(x)^2 dx \quad \checkmark$$

Så indsætter jeg de to funktioner og ligge deres integraler sammen:

$$V = \pi \int_{14}^{22} (0,046875(x-14)^2 + 5,1) dx + \pi \int_{22}^{23,5} (7,3 + \sqrt{1-(x-22,6)^2}) dx = \underline{\underline{1270,58cm^3}} \quad \checkmark$$

Figur 30 Uddrag Htx3gMat5 (Christopher)

Samtidig bliver det dog også gennem interviewuddraget klart, at sammenhængen mellem formgivning og matematikfaglig meningsskabelse ifølge Christopher ikke udspiller sig i et 'frit rum' med hensyn til brugen af it som medie for skrivning. Vi ser i uddragets sidste del, hvordan skriveudvikling, specielt formgivning af tekster, for Christopher også har involveret en læreproces, der knytter sig tæt til de specifikke skriveredskaber, i dette tilfælde MS-Word og MS-Equation, der er involveret i de konkrete skrivehændelser.

Det sidste eksempel på kompositionelle eksperimenter, der optræder i forskellige udgaver i begge htx-elevernes besvarelser, og som vil blive fremhævet i denne analyse, er elevernes brug af *modificerede diagrammer*. Et tilbageblik på det matematiske diagram vist i Figur 29's venstre side, femkanten, tjener som illustration af denne eksperimenteren. Gennem konstellationsanalysen af Htx3gMat5<sup>42</sup> bliver det klart, at diagrammet optræder i selve skriveordren, og Emil beskriver i en interviewsamtale, hvordan han har overført dette diagram til sin egen besvarelse som et skærmbillede. Den version af diagrammet, der optræder i Emils egen besvarelse, er imidlertid ikke identisk med den version af diagrammet, der optræder i skriveordren for Htx3gMat5. Emil har i første omgang kopieret diagrammet fra skriveordren, som altså i dette tilfælde var tilgængelig i digitalt format, og indsat det i programmet MS-Paint, og ved hjælp af dette redigeringsværktøj har han efterfølgende modificeret diagrammet ved at tilføje bogstaverne *h* og *v* samt en vinkelbue ved bogstavet *v* (se Figur 29). I den originale version af Emils besvarelse er der benyttet farven rød til disse modificeringer af diagrammet, hvorved de træder tydeligt frem for læseren, som jo i dette tilfælde er htx-læreren.

Modificerede diagrammer er semiotiske fænomener, der i en del tilfælde optræder i begge htx-elevernes besvarelser i løbet af de tre års matematikundervisning. Ofte involverer de forskellige modificeringer ved hjælp af redigeringsværktøjet Paint, som det også var tilfældet i eksemplet vist i

<sup>42</sup> Se appendiks.

Figur 29 ovenfor. Modificerede diagrammer af denne type optræder imidlertid ikke i nogen tilfælde i stx-elevernes besvarelser i de tre års matematikundervisning.

I interviewsamtalerne med elevdeltagerne fra htx-klassen beskriver eleverne, hvordan de benytter modificerede diagrammer i deres besvarelser for at fremhæve eller understrege bestemte matematikfaglige pointer. I uddraget vist i Figur 29 indgår det oprindelige diagrams modificeringer (bogstaverne  $h$  og  $v$  samt vinkelbuen ved bogstavet  $v$ ) således eksplicit som referencepunkter i det argument, der føres i skriftligt verbalsprog og matematiske symboler i den resterende del af uddraget.

Som beskrevet ovenfor, benytter stx-eleverne i deres besvarelser ikke modificerede diagrammer. En fortolkning af denne forskel mellem elevernes besvarelser kunne være, at sammenhængen mellem formgivning af og meningsskabelse i matematikfaglige tekster er et fænomen, der blev adresseret mere eksplicit i den lærerfaglige skrivekultur i htx-klassen, end det var tilfældet i den lærerfaglige skrivekultur i stx-klassen. Selvom en sådan forklaring ikke fuldstændigt kan afvises, har det i praksis ikke været muligt, hverken i konstellationsanalyserne eller i analyserne af klasserumsobservationer, at bekræfte en markant forskellighed i de to lærerfaglige skrivekulturer på dette punkt.

I forlængelse af dette vil jeg i stedet på baggrund af ovenstående analyse konkludere, at de fire elevs forskellige brug af it-baserede skriveredskaber må forstås som en helt central del af forklaringen på, hvorfor elevdeltagerne fra htx-klassen i højere grad end elevdeltagerne fra stx-klassen benytter sig af kompositionelle eksperimenter i deres besvarelser. Det er i praksis nemmere at konstruere modificerede diagrammer og at omorganisere de enkelte siders design, når man arbejder med de it-baserede medier for skrivning, som htx-eleverne benytter sig af, end når man som elevdeltagerne fra stx-klassen udelukkende skriver sine besvarelser i et matematikprogram som TI-Nspire CAS.

Prisen for et sådant øget potentiale med hensyn til at formgive matematikfaglige tekster er imidlertid umiddelbar. Når de kompositionelle rammer ikke er tilpasset det matematikfaglige indhold, der skrives om, som det er tilfældet, når htx-eleverne benytter MS-Word, så øges uvilkårligt mængden af de valg, der skal træffes af den enkelte elev i forbindelse med besvarelsens komposition. Og som det blev illustreret gennem Christophers indledende brug af bokse vist i Figur 27 ovenfor, er rammerne for besvarelsers komposition måske nok til forhandling lærer og elever imellem, men de er, qua deres *faglige* natur, ikke frie. På den måde betyder øgede muligheder og potentialer for den enkelte elev samtidig en øget kompleksitet og i forlængelse heraf øgede matematikfaglige udfordringer.

Analysen af elevdeltagerens formgivning af deres besvarelser peger i forlængelse heraf således ikke nødvendigvis på, at bestemte it-baserede skriveredskaber er mere hensigtsmæssige som medier for matematikfaglig skrivning end andre. I stedet peger analysen på, at også når det kommer til it som *medie for skrivning* og altså ikke alene som *matematisk værktøj*, har forskellige it-baserede skriveredskaber forskellige *affordansere*, det vil sige potentialer og begrænsninger (Gibson, 1986; Kress & van Leeuwen, 2006; Maagerø, 2012), og disse potentialer og begrænsninger kan realiseres

mere eller mindre hensigtsmæssigt i forskellige lærerfaglige skrivekulturer. Den afgørende indsigt og konklusion, der knytter sig til ovenstående analyse, er således, at brugen af forskellige it-baserede skriveredskaber *langt* er *neutral* og *betydningsløs* for elevers arbejde med og muligheder for at formgive skriftlige matematikfaglige tekster, og i forlængelse heraf, at it-baserede skriveredskaber må forstås som et væsentligt aspekt af elevers matematikfaglige skrivning: et aspekt, der således er med til at forme lærerfaglige skrivekulturer og elevers skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag.

#### 6.4.2 Aspekter knyttet til indhold

I dette afsnit rettes blikket mod indholdsaspektet af elevdeltagernes besvarelser, idet brugen af it som medie for skrivning og elevdeltagernes brug af forskellige notationssystemer, dvs. systemer af matematiske symboler, vil være omdrejningspunkt for analysen. Der tages således udgangspunkt i en analytisk adskillelse mellem to forskellige former for, eller systemer af, matematisk notation, som i afhandlingen betegnes som henholdsvis *algebraisk notation* og *CAS-notation*. CAS er i denne sammenhæng, som det også er tilfældet ovenfor, en forkortelse for *Computer Algebra System*.

Der findes flere forskellige lægmandsbetegnelser for den brug af matematiske symboler, som knytter sig til brugen af CAS-værktøjer i faget matematik: *maskinsprog*, *lommeregnersprog* eller *kommandosprog* er tre i gymnasial sammenhæng velkendte bud. I det følgende benyttes betegnelsen CAS-notation om dette semiotiske fænomen, dels for at undgå u hensigtsmæssige konnotationer - lommeregnersprog giver for eksempel problemer i forhold til at en del af elevdeltagerne primært arbejder på computer - og dels fordi brugen af CAS peger det forhold ud, som er i fokus i det følgende; nemlig elevdeltagernes brug af it-baserede skriveredskaber *med* eller *uden* CAS.

Indledningsvis præciseres, hvad der i det følgende forstås ved CAS-notation, og hvorved dette fænomen adskiller sig fra den brug af matematiske symboler, der traditionelt har kendetegnet de gymnasiale matematikfag, og som trods også denne form for notations historiske variation i denne sammenhæng altså sammenfattes under betegnelsen *algebraisk notation*. Et uddrag hentet fra Annas besvarelse af den skriftlige studentereksamen i matematik (Stx3gMatEks) vist i Figur 31 kan i den forbindelse tjene som eksempel på nogle afgørende forskelle mellem de to former for matematikfaglig notation. Læg mærke til, hvordan den centrale formel, der benyttes i løsningen af opgaven i uddraget, vist i venstre side af Figur 31, er angivet på to forskellige måder i henholdsvis linje 4 og linje 6.

b. I denne opgave skal jeg bestemme koordinatsættet til projektionen af  $\vec{AB}$  på  $\vec{a}$ .

Jeg benytter følgende formel:

$$\vec{AB}_a = \frac{\mathbf{Ab} \cdot \mathbf{a}}{(|\mathbf{a}|)^2} \cdot \mathbf{a}$$

Jeg beregner vha. Nspire:

$$\frac{\text{dotP}(\mathbf{Ab}, \mathbf{a})}{(\text{norm}(\mathbf{a}))^2} \cdot \mathbf{a} \rightarrow \begin{bmatrix} -5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Altså er koordinatsættet til projektionen af  $\vec{AB}$  på  $\vec{a}$  lig  $\{-5, 10\}$

Figur 31 Uddrag af Stx3gMatEks, opgave 7 (Anna)

I de første to linjer parafraserer Anna skriveordrens formuleringer, og herefter angiver hun den matematiske formel, der skal anvendes for at løse den stillede opgave. Formlen er i dette første tilfælde angivet med algebraisk notation, som den typisk optræder i formelsamlinger og læremidler i gymnasial sammenhæng. En afvigelse herfra er dog, at Anna angiver de vektorer, der indgår i formelen (til højre for lighedstegnet) med fed skrift ( $\mathbf{Ab}$  og  $\mathbf{a}$ ). Som det ses af de to første linjer, der som nævnt er en parafrasering af eksamenssættet fra Undervisningsministeriet, angives vektorer konventionelt ved hjælp af små vandrette pile over bogstaver ( $\vec{AB}$  og  $\vec{a}$ ). Vi kan ikke vide, hvorfor Anna har truffet dette notationsvalg, men det skyldes antagelig, at hun tidligere i samme besvarelse af opgaven har defineret  $\vec{a}$ , så TI-Nspire CAS kan 'genkende' denne specifikke vektor. Med det formål for øje har Anna omdøbt  $\vec{a}$  til  $\mathbf{a}$ , fordi TI-Nspire CAS ikke benytter betegnelsen  $\vec{a}$  i sit notationssystem, det vil sige CAS-notation (se Figur 32 der viser et uddrag fra den indledende del af Annas besvarelse af den specifikke matematikopgave).

### Opgave 7

I et koordinatsystemet i planen er givet to punkter A(20,5) og B(5,10)

samt en vektor  $\mathbf{a} := \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

Figur 32 Uddrag af Stx3gMatEks, opgave 7, indledende del (Anna)

Man kan således argumentere for, at den øverste formel i uddraget gengivet i Figur 31 *allerede* er et eksempel på CAS-notation og ikke algebraisk notation, men her fremhæves formelen på trods af dette som et eksempel på algebraisk notation. Det er i den forbindelse værd at huske på, at heller ikke inden for den delmængde af matematikfaglig notation, der her refereres til som algebraisk notation, findes entydige regler for, hvordan matematiske objekter skal repræsenteres. Der er tale om ofte ganske faste tekstuelle normer og konventioner, men selv i disse tilfælde er der et diskursivt spillerum, der benyttes i forskellige udgaver af skriftlige matematikfaglige tekster, som for eksempel danske og internationale læremidler.

Når formelen i linje 4 i Figur 31 fremhæves som et eksempel på algebraisk notation, er det ikke mindst, fordi en sammenligning af denne udgave af formelen med den efterfølgende *resemiotiserede* (Iedema, 2001) udgave af samme formel, vist i linje 6 i Figur 31, illustrerer nogle afgørende forskelle mellem algebraisk notation og CAS-notation. I det sidste tilfælde er  $\mathbf{Ab} \cdot \mathbf{a}$  erstattet af  $\mathbf{dotP}(\mathbf{Ab}, \mathbf{a})$ , og  $|\mathbf{a}|$  er erstattet af  $\mathbf{norm}(\mathbf{a})$ . Herudover benyttes en mindre trekant mellem selve formelen og det udregnede resultat, hvor der med algebraisk notation typisk ville være anvendt et lighedstegn (=). En sådan måde at angive en formel eller en beregning på, indfanger således i høj grad, hvad der i dette afsnit og i afhandlingen generelt forstås ved betegnelsen CAS-notation.

Pointen er i denne sammenhæng *ikke*, at CAS-notation er en form for mere eller mindre meningsløst kodesprog sammenlignet med algebraisk notation, men derimod at de to former for notation *hver især* er med til at konstruere *forskellige* systemer af matematikfaglig mening. Længden af en vektor angives med algebraisk notation typisk som  $|\vec{\mathbf{a}}|$  og betegnes i den matematikfaglige litteratur som *normen* af en vektor, hvilket således giver matematikfaglig mening til den tilsvarende CAS-notation  $\mathbf{norm}(\mathbf{a})$ . Påstanden er altså i første omgang udelukkende, at CAS-notation er *anderledes* end algebraisk notation. Det er en anden måde at repræsentere matematiske objekter på. Og det er en måde, som elever må beherske på et mere eller mindre avanceret niveau, når de skal kommunikere skriftligt om matematiske forhold på gymnasialt niveau, som det for eksempel er tilfældet ved en skriftlig studentereksamen i faget matematik.

Man kunne hertil indvende, at CAS-notation udelukkende anvendes i elevers skriftlige besvarelser, når der gennemføres matematiske beregninger, og at CAS-notation af denne årsag derfor udelukkende er et kommandosprog, der knytter sig til de skriftlige ordrer, elever giver til CAS-værktøjer. Eksemplet ovenfor hentet fra Annas besvarelse af Stx3gMatEks (Figur 31 og Figur 32) viser imidlertid, at dette er for simpel en opfattelse af de roller, som CAS-notation spiller i elevdeltagernes besvarelser. Vi så ovenfor, hvordan også den udgave af den matematiske formel, der var angivet ved hjælp af algebraisk notation, tydeligt var præget af en sammenblanding af algebraisk notation og CAS-notation.

Gennem konstellationsanalyserne bliver det klart, at alle fire elevdeltagere i varierende grad benytter sig af CAS-notation i deres skriftlige besvarelser hen over de tre års matematikundervisning, og desuden, hvilket er centralt i denne sammenhæng, at brugen synes at være knyttet til, hvilke computerprogrammer de fire elevdeltagere hver især benytter som skriveredskaber i matematikfaget (se Figur 33 og Figur 37).

Brug af CAS-notation	Christopher	Emil
Htx1gMat3	Udelukkende brug af algebraisk notation	Udelukkende brug af algebraisk notation
Htx1gMat5	Udelukkende brug af algebraisk notation	Udelukkende brug af algebraisk notation
Htx2gMat9	Der veksles mellem algebraisk notation og CAS-notation, men den algebraiske notation dominerer	Der veksles mellem algebraisk notation og CAS-notation, men CAS-notation er dominerende i flere opgaver
Htx3gMat5	Klar dominans af algebraisk notation, næsten ingen brug af CAS-notation	Der veksles mellem algebraisk notation og CAS-notation
Htx3gMatEks	Klar dominans af algebraisk notation, enkelte eksempler på CAS-notation	Der veksles mellem algebraisk notation og CAS-notation

Figur 33 Htx-elevernes brug af CAS-notation, jf. konstellationsanalyserne

I de første to besvarelser, der indgår i konstellationsanalyserne for htx-elevernes vedkommende (Htx1gMat3 og Htx1gMat5), anvender begge elevdeltagere udelukkende algebraisk notation. Dette forhold er antagelig en direkte konsekvens af, at den matematiklærer, der underviste htx-klassen i den pågældende periode, Lærer 2, i skriveordrerne for de traditionelle matematikopgaver eksplicit gjorde opmærksom på, at lommeregneren, TI-89, kun måtte anvendes til kontrol af de beregnede resultater (se analyse af constellation Htx1gMat3 og constellation Htx1gMat5 i appendiks). Ved skiftet til Lærer 3 i midten af 2g ændres denne praksis, som beskrevet ovenfor i afsnit 6.3, idet matematikprogrammet *Maple* introduceres og anvendes hyppigt i klassens matematikundervisning. Således optræder der for begge htx-elevers vedkommende en betydelig mængde CAS-notation i deres besvarelser af Htx2gMat9 fra perioden med Lærer 3 og frem (se fx Figur 34 nedenfor).

## Opgave 2

En partikel bevæger sig i planen, så den til tidspunktet  $t$  befinder sig i punktet med koordinaterne

$f(t)$ , hvor  $f(t) = \begin{pmatrix} (t-1)^2 \\ t^2 - 2t \end{pmatrix}$ . Bestem de tidspunkter  $t$ , for hvilke

- a)  $f'(t) \cdot f''(t) = \mathbf{0}$
- b)  $f'(t) \perp f''(t)$
- c)  $f'(t) \parallel f''(t)$

A) Først differentier vi  $f(x)$  to gange for at finde den afledte og dens dobbelte afledte. Vi anvender maple:

$$f(t) := [(t-1)^2, t^2 - 2t] \quad t \rightarrow [(t-1)^2, t^2 - 2t]$$

$$\text{diff}(f(t), t) \quad [2t-2, 2t-2]$$

$$g(t) := [2t-2, 2t-2] \quad t \rightarrow [2t-2, 2t-2]$$

$$\text{diff}(g(t), t) \quad [2, 2]$$

$$h(t) := [2, 2] \quad t \rightarrow [2, 2]$$

Herefter kan vi løseligning, når prikproduktet af  $g(t)$  og  $h(t)$  skal blive nul.

$$\begin{pmatrix} 2t-2 \\ 2t-2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$2(2t-2) + 2(2t-2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$4t - 4 + 4t - 2 = 0$$

$$8t = 8$$

$$t = 1 \quad \checkmark$$

$$\text{eller i maple} > t = \text{solve} \left( \begin{bmatrix} 2t-2 \\ 2t-2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = 0, t \right) \quad t = 1$$

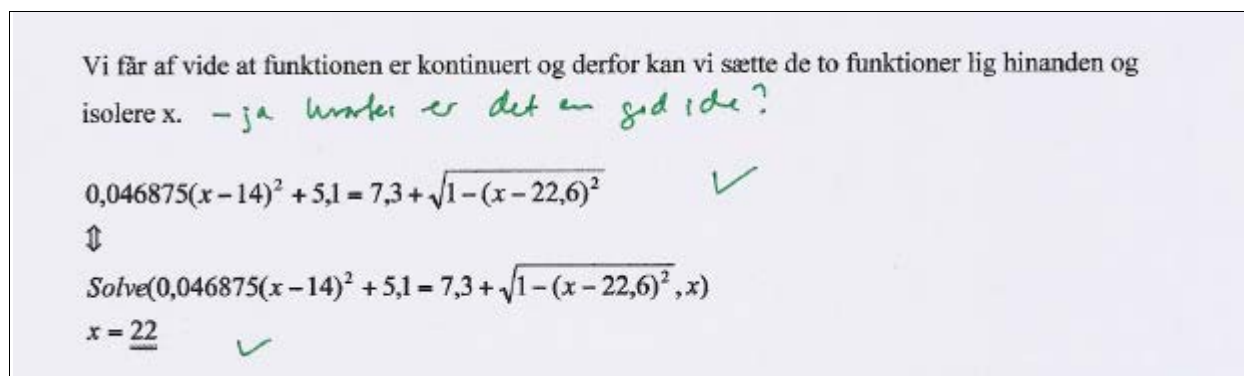
Figur 34 Uddrag Htx2gMat9 (Emil)

Uddraget vist i Figur 34 stammer fra Emil besvarelse af Htx2gMat9. Det fremgår af uddraget, hvordan Emil på dette tidspunkt har taget Maple til sig og benytter det i sin skrivning. Emil anvender stadig MS-Word som sit primære medie for skrivning og importerer via skærmmklip elementer fra programmet Maple til sine besvarelser.

I uddraget vist i Figur 34 er skriveordrens formuleringer angivet øverst med fed skrift, og herefter følger Emils løsning af den første delopgave A). Besvarelsen indledes med en forklaring formuleret i skriftligt verbalsprog, og der henvises til brugen af Maple. Det efterfølgende afsnit, hvor den første del af den stillede opgave løses, består af et importeret skærmmklip fra Maple, hvor der udelukkende benyttes CAS-notation. Herefter følger endnu et forklarende udsagn formuleret i skriftligt verbalsprog, hvorefter Emil angiver to måder at løse den resterende del af opgaven på. Nederst til venstre ses en løsning af opgaven, hvor Emil anvender algebraisk notation, mens der nederst til højre ses en løsning, hvor han benytter CAS-notation. Når den nederste del af Emils besvarelse betragtes, bliver det tydeligt, hvor betydelig en forskel der er på at kommunikere matematikfagligt indhold ved hjælp af henholdsvis algebraisk notation og CAS-notation, men det bliver samtidig også tydeligt, at denne forskel ikke alene vedrører den kommunikative del af de gymnasiale matematikfag. Opgaven, der stilles i skriveordren, løses i uddraget af Emil på to forskellige måder, som hver især afhænger af, hvilke it-baserede redskaber der er tilgængelige, og af elevens evne til at sætte de forskellige værktøjer i spil i den konkrete situation.

Som i tilfældet med Emils besvarelse indeholder også Christophers besvarelse af Htx2gMat9 flere steder CAS-notation, men det er i en mere afmålt mængde end det er tilfældet i Emils besvarelse. Og mens Emil også i de efterfølgende besvarelser benytter sig af Maple, vælger Christopher med tiden at opgive brugen af Maple igen. Det ser i konstellationsanalyserne ud til at have den direkte betydning, at omfanget af CAS-notation i Christophers besvarelser også minimeres sammenlignet med Emils brug af CAS-notation (se Figur 33).

De følgende to uddrag er hentet fra de to htx-elevers besvarelse af Htx3gMat5, og uddragene illustrerer den voksende forskellighed i htx-elevernes videre brug af CAS-notation i deres besvarelser (se Figur 35 og Figur 36). I de to uddrag skal eleverne ifølge skriveordren bevise, at førstekoordinaten for et bestemt skæringspunkt mellem to grafer har talværdien 22.



Figur 35 Uddrag Htx3gMat5 (Christopher)

Det ses i uddraget i Figur 35, hvordan Christopher i sin besvarelse indledningsvis opstiller den ligning, der skal løses, ved hjælp af algebraisk notation (linje 3), og herefter formulerer beregningen, der skal udføres, i CAS-notation (linje 5). Christopher forbinder de to udsagn med det matematiske symbol for biimplikation ( $\Leftrightarrow$ ) og antyder gennem denne brug af notation, at udtrykkene er logisk ækvivalente. Eksemplet er interessant af mindst to årsager. For det første, fordi det tydeligt viser en sammenblanding af algebraisk notation og CAS-notation, altså en form for sammensmeltning af to forskellige matematiske notationssystemer, der følger hver sin logik, fx med hensyn til grammatik, men samtidig fordi Christophers matematiklærer i dette tilfælde gennem sin respons, to flueben, tilkendegiver, at dette er en anerkendelsesværdig eller i det mindste ikke forkert måde at formulere sig på i de gymnasiale matematikfag.

Uddraget i Figur 36 viser den tilsvarende del af Emils besvarelse af Htx3gMat5, og som det fremgår af uddraget, benytter Emil sig, sammenlignet med Christopher, i dette tilfælde og i resten af hans besvarelse i øvrigt i mere udpræget grad af CAS-notation i sin besvarelse.



Punktet  $x_A$  må opfylde at begge regneforskrifter har samme funktions værdi i punktet. Derfor kan punktet findes ved at sætte de 2 regneforskrifter lig hinanden. Anvender maple (regneudtryk 1 defineret som  $g(x)$ , regneudtryk 2 defineret som  $h(x)$ ): *OK*

$$g := x \rightarrow 0.046875(x - 14)^2 + 5.1$$

$$x \rightarrow 0.046875(x - 14)^2 + 5.1$$

$$h := x \rightarrow 7.3 + \sqrt{1 - (x - 22.6)^2}$$

$$x \rightarrow 7.3 + \sqrt{1 - (x - 22.6)^2}$$

✓  $\text{solve}(0.046875(x - 14)^2 + 5.1 = 7.3 + \sqrt{1 - (x - 22.6)^2}, x)$

Herved ses det at punktet  $x_A = \underline{\underline{22}}$ . *✓ OK*

*pas på ved anvendelse af ordet "punkt" et punkt har både en x og en y koordinat*

Figur 36 Uddrag Htx3gMat5 (Emil)

Ved den afsluttende skriftlige studentereksamen i faget matematik fortsætter det ovenfor skitserede mønster fra Htx3gMat5 for de to elevdeltagere fra htx-klassen med hensyn til brugen af CAS-notation. Både Christophers og Emils besvarelser af Htx3gMatEks indeholder således eksempler på CAS-notation, dog er disse klart i overtal omfangsmæssigt i Emils besvarelse (se også Figur 33). Herved tydeliggøres en sammenhæng mellem forskellen i de to htx-elevs brug af CAS-notation i deres besvarelser over tid, og det forhold, at Emil fortsætter med at bruge Maple, når han skriver matematikfaglige tekster, mens Christopher i stedet typisk benytter sin håndholdte lommeregner som CAS-værktøj. I en af interviewsamtalerne med Emil sidst i 3g taler vi blandt andet om betydningen af, at han bruger programmet Maple i sin matematikfaglige skrivning.

Steffen: Har det ændret den måde, du skriver på i matematik at få Maple med?

Emil: Ja det har det ... men på hvilken måde?

Steffen: Det har givet mulighed for at tegne nogle andre ting?

Emil: Ja, men ud over tegningerne? Jeg tror, noget af det første, der kom, det var, at tingene blev mere implicite. Så regner vi det bare lige ud i Maple, og det gør vi fordi, det ved vores læser godt, hvorfor vi lige gør. Og der var måske ikke så mange mellemtrin, fordi TI-89, den kunne kun give mig resultatet. I Maple kan jeg kopiere både den kommando, jeg skriver, og det svar, jeg får.<sup>43</sup>

Interview 5 med Emil, maj 2012

<sup>43</sup> TI-89 er en bestemt type af håndholdt lommeregner, som en del af htx-klassens elever, herunder Christopher, benytter i matematikundervisningen. TI-89 er udstyret med CAS.

Jeg læser den sidste del af interviewuddraget som en støtte til påstanden om, at Emils fortsatte brug af Maple er medvirkende til, at han sammenlignet med Christopher med tiden i højere grad benytter CAS-notation i sine skriftlige besvarelser. Hvor den håndholdte lommeregner, TI-89, 'kun' kunne give ham resultatet, tilbyder brugen af Maple en teknisk overkommelig mulighed for at inddrage egentlige beregninger formuleret ved hjælp af CAS-notation i de endelige besvarelser. Emil kopierer simpelthen bare "den kommando, jeg skriver, og det svar, jeg får" ved hjælp af skærmblik.

I den første del af interviewuddraget ovenfor slår Emil fast, at inddragelsen af Maple *har* været med til at ændre den måde, han skriver sine besvarelser på, og han konkluderer efterfølgende, at brugen af Maple og i forlængelse heraf brugen af CAS-notation har betydet at "tingene blev mere implicite". Her berører Emil en af de centrale didaktiske udfordringer ved inddragelsen af it i matematikundervisningen: nemlig *black box effekten* (Winsløw, 2003: 281), det vil sige det forhold, at nogle af matematikfagets centrale processer, beregningerne, i en vis forstand bliver gemt væk bag mere eller mindre pædagogiske brugerflader, hvorved indsigten i selve processerne vanskeliggøres for både elever og undervisere. Det er en aktuell problemstilling, som har været diskuteret gennem lang tid inden for matematikkens didaktik, specielt med fokus på it som matematisk værktøj til at udføre matematikfaglige beregninger. Det interessante i denne sammenhæng er derfor primært, at både uddragene fra elevernes skriftlige tekster og fra interviewsamtaler peger på, at det er en problemstilling, hvor også det kommunikative aspekt af brugen af it i matematikundervisningen må medtænkes.

Maple er som TI-Nspire CAS et computerprogram, hvori det for elevdeltagerne *er* muligt at skrive hele sin besvarelse. Med tanke på den ovenfor i afsnit 6.3 beskrevne lærerfaglige skrivekultur i htx-klassens matematikundervisning i 3g, kan det undre, hvorfor Emil på trods af sin begejstring for brugen af Maple alligevel gennem hele htx-uddannelsen fastholder MS-Word-dokumenter som sin grundskabelon for matematikfaglige besvarelser. Kun i ét enkelt tilfælde producerer Emil en hel tekst ved hjælp af programmet Maple, som han efterfølgende indleverer til htx-læreren. Det drejer sig om en skriftlig besvarelse af et forberedelsessæt til terminsprøven i 3g, og i dette tilfælde består Emils besvarelse næsten udelukkende af matematiske diagrammer og CAS-notation.

- Emil: Det specielle er, at den er skrevet helt i Maple, og det var, fordi meget tidligt, da jeg arbejdede med den, da kunne jeg se sådan nogle her,<sup>44</sup> og så tænkte jeg, at så kan vi lige så godt skrive sådan nogle 3D-figurer. Og i stedet for at ... jeg plejer jo bare at sidde og kopiere ind fra Maple i Word ... jamen, hvorfor ikke prøve at regne den? Det, der er sværest ved Maple, det er at skrive sådan nogle omskrivninger af noget
- Steffen: Symbolske omskrivninger?
- Emil: Ja.
- Steffen: Hvor man ikke skal gøre noget?
- Emil: Ja, hvor den ikke skal smide et resultat tilbage (...) så sætter man kolon bagefter, og så svarer den ikke igen. Det burde være et biimplikationstegn måske, men ... jeg synes det er lidt bøvlet at skrive omskrivninger og sådan noget, og i en normal type hjemmeopgave, også i den her, der vil der oftest være meget af sådan noget og ikke bare noget, hvor man skal have den til at svare.

Interview 5 med Emil, maj 2012

Når han vælger at skrive besvarelsen af netop det pågældende forberedelsessæt ved hjælp af Maple, er en af grundene hertil, at Maple tilbyder muligheder for at producere nogle matematiske 3D-figurer på måder, som hverken MS-Word eller Graph muliggør, jf. interviewuddrag med Emil ovenfor. Omvendt peger han på Maples begrænsninger i forhold til at "skrive omskrivninger og sådan noget" og understreger, at netop dette element "vil der oftest være meget af" i en "normal type hjemmeopgave", hvilket kan tjene som en af forklaringerne på, hvorfor han gennem de tre års matematikundervisning fastholder sin brug af MS-Word-dokumenter som de grundlæggende skriveskabeloner for sine skriftlige besvarelser. På den måde udpeger Emil de forskellige it-baserede skriveredskabers affordanser (Tønnessen, 2012) i relation til matematikfaglig skrivning, men samtidig udpeger han også implicit de forskellige semiotiske ressourcers, i dette tilfælde forskellige former for matematisk notation, affordanser i relation til matematikfaglig skrivning.

Det er oplagt, at der må skelnes mellem forskellige *medier*, som fx MS-Word, TI-Nspire CAS eller Maple, og deres affordanser på den ene side og forskellige *semiotiske ressourcer*, som fx algebraisk notation og CAS-notation, og deres affordanser på den anden side. Samtidig vil jeg dog argumentere for, at de to fænomener i det konkrete tilfælde knyttes til hinanden. Når Emil peger på vanskelighederne med skriftligt at formulere omskrivninger, det vil typisk sige algebraiske manipulationer, ved hjælp af Maple, skyldes det formentlig, at Maple privilegerer brugen af CAS-notation frem for brugen af algebraisk notation, og at CAS-notation som semiotisk ressource

---

<sup>44</sup> Emil peger på nogle 3D-figurer i teksten på bordet foran ham.

betragtet, har klare begrænsninger i forhold til at *udtrykke*, ikke nødvendigvis *gennemføre*, de enkelte skridt i algebraiske manipulationer.

Brugen af forskellige medier for skrivning i matematikfaget er på den måde med til at forstærke eller formindske brugen af forskellige semiotiske ressourcer i elevernes besvarelser, fordi forskellige medier privilegerer brugen af forskellige semiotiske ressourcer. Omvendt er netop behovet for at udtrykke bestemte typer af matematikfaglig mening, som fx at redegøre for de enkelte skridt i en algebraisk manipulation, med til at forstærke brugen af bestemte medier, der netop privilegerer de semiotiske ressourcer, hvori denne matematikfaglige mening mest hensigtsmæssigt lader sig kommunikere.

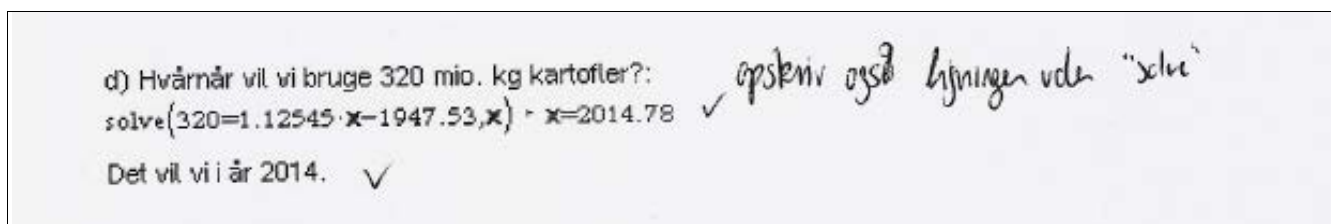
Som det var tilfældet for elevdeltagerne fra htx-klassen, indeholder stx-elevernes første besvarelser heller ikke nogle eksempler på CAS-notation. Som det dog fremgår af Figur 37, som er produceret på baggrund af konstellationsanalyserne, gælder dette udelukkende for de første to af stx-elevernes besvarelser fra 1g.

Brug af CAS-notation	Anna	Kasper
<b>Stx1gMat2</b>	Udelukkende brug af algebraisk notation	Udelukkende brug af algebraisk notation
<b>Stx1gMat6</b>	Primært algebraisk notation. Enkelte eksempler på CAS-notation	Primært algebraisk notation. Enkelte eksempler på CAS-notation
<b>Stx2gMat6</b>	Udpræget brug af CAS-notation, dog også brug af algebraisk notation	Udpræget brug af CAS-notation, dog også brug af algebraisk notation
<b>Stx3gMat9</b>	Udpræget brug af CAS-notation, dog også brug af algebraisk notation	Udpræget brug af CAS-notation, dog også brug af algebraisk notation
<b>Stx3gMatEks</b>	<u>Delprøven med hjælpemidler</u> Der veksles mellem algebraisk notation og CAS-notation	<u>Delprøven med hjælpemidler</u> Der veksles mellem algebraisk notation og CAS-notation

Figur 37 Stx-elevernes brug af CAS-notation, jf. konstellationsanalyserne

Som det dog også fremgår af Figur 37, optræder CAS-notation i stx-elevernes besvarelser første gang i konstellationsanalyserne allerede i forbindelse med Stx1gMat6, hvorfra uddraget vist i Figur 38 er hentet. I uddraget af Kaspers besvarelse parafraserer han indledningsvis skriveordrens formuleringer (linje 1), og derefter foretager han den relevante matematiske beregning (linje 2). I sidstnævnte tilfælde benyttes udelukkende CAS-notation. Det er værd at bemærke, hvordan stx-

læreren i sin skriftlige respons eksplicit efterlyser, at Kasper også formulerer den matematiske sammenhæng *uden* brug af CAS-notation ("opskriv også ligningen uden "solve"). Her signaleres således en tekstnorm, hvor CAS-notation, suppleret med skriftligt verbalsprog, ikke alene kan udgøre en besvarelse af den stillede opgave. Af konstellationsanalyserne fremgår det, at denne type af lærerrespons optræder i flere af stx-elevernes besvarelser i løbet af de tre års matematikundervisning.



Figur 38 Uddrag Stx1gMat6 (Kasper)

Fra midten af 1g bliver brugen af CAS-notation i begge stx-elevernes besvarelser mere udbredt, og i modsætning til htx-eleverne, som hen over de tre år tog hver sin skriverbane med hensyn til brugen af CAS-notation i de skriftlige besvarelser, følges stx-eleverne ad, som det fremgår af Figur 37. Brugen af CAS-notation øges således for begge stx-elevens vedkommende hen over de tre år i deres besvarelser.

I Figur 39 er vist et uddrag fra Annas besvarelse ved den afsluttende studentereksamen i skriftlig matematik i 3g (Stx3gMatEks). I den pågældende opgave er der indledningsvis givet en funktion med forskriften  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x$ , og i den del af Annas besvarelse, som er vist i uddraget nedenfor i Figur 39, skal der i forlængelse heraf bestemmes en ligning for en tangent til denne funktion, samt talværdier for nogle konstanter  $b$  og  $c$ , som indgår i forskriften for en anden funktion  $g(x)$  (se den øverste del af uddraget vist i Figur 39).

En anden funktion  $g$  er bestemt ved

$$g(x) = -x^2 + bx + c,$$

hvor  $b$  og  $c$  er konstanter. Det oplyses, at graferne for  $f$  og  $g$  har en fælles tangent  $t$  i punktet  $P(1, f(1))$ .

c. I denne opgave skal jeg bestemme den ligning for tangenten  $t$ , og bestemme konstanterne  $b$  og  $c$ .

Jeg starter med at finde tangents forskrift:

$$f(x) := x^3 + 6x^2 + 9x \rightarrow \text{Udført}$$

Jeg benytter et Cas-værktøj kaldet tangentline til at finde tangenten:

$$\text{tangentLine}(f(x), x=1) \rightarrow 24 \cdot x - 8$$

Altså er ligningen for tangent  $t$   $y = 24x - 8$

Nu bestemmes konstanterne  $b$  og  $c$  for  $g(x)$ :

Jeg beregner først  $f(1)$ :

$$f(1) \rightarrow 16$$

Nu vides det, at grafen for  $g$  har en tangent i  $(1, 16)$ . Jeg bestemmer nu  $b$  og  $c$  vha. Nspire:

$$\text{solve}(-1 \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 16 \text{ and } -1 \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0, \{b, c\}) \rightarrow b = 17 \text{ and } c = 0$$

Altså er konstanten  $b$  lig 17 og konstanten  $c$  lig 0.

Figur 39 Uddrag Stx3gMatEks (Anna)

Den skriftlige studentereksamen i faget matematik for stx på A-niveau bestod i dette tilfælde<sup>45</sup> af en delprøve *uden* hjælpemidler, herunder CAS-værktøjer, hvortil der var afsat én klokke time, og en delprøve *med* hjælpemidler, hvortil der var afsat fire timer. I den første delprøve havde eleverne således ingen hjælpemidler til rådighed ud over papir og pen. I den anden delprøve havde eleverne derimod 'alle' hjælpemidler til rådighed inklusiv CAS-værktøjer. Uddraget vist i Figur 39 stammer således fra Annas besvarelse af den anden delprøve, og selv om der kun er tale om et kort uddrag (Annas samlede besvarelse af delprøven med hjælpemidler er på i alt 23 sider), giver uddraget et

<sup>45</sup> Maj 2013.

retvisende indtryk af, hvilken markant funktionel tyngde brugen af CAS-notation har i hendes besvarelse i dette tilfælde. Et tilsvarende billede opnås ved analysen af Kaspers besvarelse af delprøven med hjælpemidler (se konstellationsanalyse af Stx3gMatEks i appendiks).

I modsætning til de andre konstellationer, der blev analyseret i konstellationsanalyserne, findes der i tilfældet Stx3gMatEks (og Htx3gMatEks) ingen detaljeret lærerrespons, idet disse elevbesvarelser udelukkende er bedømt af anonyme censorer, hvis samlede skriftlige respons består af én samlet eksamenskarakter. Vi kan således ikke vide, hvilken betydning stx-elevernes markante brug af CAS-notation i praksis har haft for bedømmelsen af deres besvarelser. Anna modtager imidlertid karakteren 10 for sin besvarelse, og det synes på den baggrund rimeligt at antage, at en så udpræget brug af CAS-notation, som der benyttes i hendes besvarelse, opfattes som anerkendelsesværdig i den eksamensrelaterede matematikfaglige skrivekultur.<sup>46</sup>

I forbindelse med udviklingsprojektet om *Den nye skriftlighed i matematikundervisningen* gennemført i et samarbejde mellem *Institut for Naturfagenes Didaktik*, Københavns Universitet, og *Matematiklærerforeningen for gymnasiet* blev der af den nedsatte projektgruppe udarbejdet en uofficiel *Vejledning til bedømmelse af eksamensopgaver i matematik*<sup>47</sup>. På vejledningens side 3 står blandt andet om CAS-notation, at ”Maskinsproget” (...) hører ikke til almindelig matematisk notation og kan derfor ikke stå alene.” Jeg læser i dette tilfælde begrebet *almindelig* matematisk notation som en betegnelse, der forsøger at indfange den brug af matematikfaglig notation, som i dette kapitel betegnes *algebraisk notation*. Når jeg vælger at inddrage formuleringen fra projektgruppens vejledning i denne sammenhæng, er det ikke for at argumentere imod dens påbud, men derimod for i forlængelse af det analytiske blik på de fire elevdeltageres brug af CAS-notation i deres besvarelser at pege på det i en vis forstand kunstige ved at forstå algebraisk notation som *almindelig* og dermed ’maskinsprog’ eller CAS-notation som *ualmindelig*. Selvom CAS-notation i et matematikhistorisk perspektiv bestemt kan betegnes som ualmindeligt, virker betegnelsen ualmindelig om CAS-notation utidssvarende i relation til de fire elevdeltageres matematikfaglige tekster. CAS-notation er, som det blev illustreret i uddraget af Annas eksamensbesvarelse vist i Figur 39, ikke unormalt for den måde, hun anvender matematisk notation i sine besvarelser, tværtimod.

Med tanke på den stigende andel af gymnasieelever, der benytter sig af it som medie for skrivning i matematikfaget, er det værd at spørge sig om, hvorvidt CAS-notation med tiden vil indtage positionen som den *almindelige* matematiske notation i de gymnasiale matematikfags skriftlige dimension. En sådan bevægelse ville, som påpeget i forbindelse med htx-elevernes brug af CAS-notation, ikke alene berøre de kommunikative aspekter af matematikfaget, men samtidig gribe afgørende ind i andre dimensioner af matematikundervisningen. Som bl.a. Kolstø (2010) og Vollmer (2009) peger på, er det at lære et fags sprog tæt knyttet til at lære det pågældende fags tænke- og handlemåder. Den algebraiske notations styrke som semiotisk ressource er således tæt

---

<sup>46</sup> 10 er den næsthøjeste karakter i det danske uddannelsessystem, kun overgået af karakteren 12. De mulige karaktertrin er -3, 0, 2, 4, 7, 10 og 12, hvor 12 altså er den højeste bedømmelse.

<sup>47</sup> Se [http://uvmat.dk/skrift/SkriftlighedStxAogB/Vejledning\\_til\\_bedømmelse\\_010409.pdf](http://uvmat.dk/skrift/SkriftlighedStxAogB/Vejledning_til_bedømmelse_010409.pdf) (besøgt april 2014).

forbundet med dens potentiale som værktøj til at manipulere logiske sammenhænge via en dynamisk grammatik, der bevarer de oprindelige logiske relationer (O'Halloran, 2005: 128). Og det er netop manglen på dette potentiale, der, som vi så ovenfor, for Emil er medvirkende til, at han fravælger Maple, der privilegerer brugen af CAS-notation, som sit primære medie for skrivning af matematikfaglige tekster. En radikal forskydning i vægtningen mellem algebraisk notation og CAS-notation har således ikke kun betydning for elevernes kommunikationsmuligheder, men også for elevers og læreres måder at gøre fag på i den daglige undervisningspraksis.

### 6.4.3 Aspekter knyttet til brug

I dette tredje og sidste afsnit af analysen af elevdeltagernes besvarelser er fokus rettet mod besvarelsernes brugsaspekt, dvs. mod hvilke konsekvenser brugen af it som medie for matematikfaglig skrivning har for elevdeltagernes besvarelser betragtet som sociale handlinger i de to skrivemiljøer. I det følgende peges der således på tre aspekter, der knytter sig til elevbesvarelsernes brug.

Det første aspekt står frem gennem analysen af de gennemførte observationer af matematikundervisningen i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen og er derfor allerede omtalt ovenfor i afsnit 6.2 og 6.3. Det drejer sig om sammenhængen mellem den forskellige brug af it som medie for skrivning i de to klasser og de muligheder for at adressere it *som* medie for skrivning eksplicit i den daglige undervisningspraksis i de to klasserum.

I afsnit 6.2 ovenfor blev der argumenteret for, at den homogene brug af TI-Nspire CAS som medie for skrivning i stx-klassen gjorde det muligt for stx-læreren at adressere TI-Nspire som skriveredskab eksplicit, når der blev arbejdet med skrivning og skriftlige tekster i stx-klassens matematikundervisning. Elevernes homogene brug af it som medie for skrivning gav således i stx-klassen mulighed for tekstnær respons, der fokuserede på det specifikke skriveredskab, hvilket blev tydeligt i observerede skrifthændelser, hvor stx-læreren leverede elevernes besvarelser tilbage til eleverne i matematikundervisningen og efterfølgende kommenterede disse besvarelser i plenum.

I modsætning hertil blev der i afsnit 6.3 beskrevet, hvordan et tilsvarende eksplicit fokus på it som medie for skrivning og ikke alene som redskab til at gennemføre beregninger ikke blev observeret i htx-klassens matematikundervisning, og der blev i forlængelse heraf argumenteret for, at den heterogene brug af it som medie for skrivning blandt htx-klassens elever i praksis besværliggjorde en sådan eksplicitering af fokus på skriveredskaber *som* skriveredskaber i htx-klassen.

Påstanden er dermed ikke, at homogenitet i brugen af bestemte it-baserede skriveredskaber blandt en given classes elever nødvendigvis vil betyde et eksplicit fokus på it som medie for skrivning i selve matematikundervisningen, men derimod at en sådan homogenitet i de to studerede cases så ud til i praksis at give stx-læreren bedre muligheder for at sætte fokus på it som medie for skrivning, end det var tilfældet for htx-læreren. Med andre ord synes den enkelte elevs muligheder for at få konkret hjælp til at anvende it som medie for matematikfaglig skrivning at være tydeligere til stede i en lærerfaglig skrivekultur, der fordrer en homogenitet blandt eleverne med hensyn til brugen af it som skriveredskaber.



Det andet aspekt, der knytter sig til elevernes besvarelser betragtet som sociale handlinger, omhandler relationen mellem brug af forskellige it-baserede skriveredskaber som medier for skrivning og elevernes tidsforbrug knyttet til selve skriveprocessen. Dette aspekt af elevbesvarelsernes brug er identificeret gennem interviewsamtalerne med de fire elevdeltagere.

Enhver, der har skrevet en matematikfaglig tekst ved hjælp af MS-Word og MS-Equation, ved, at selve skriveprocessen kan være tidskrævende. Konstruktionen af MS-Equation, hvor man for at skrive matematiske symboler må klikke sig gennem en række 'folde ud'-menuer, gør, som Misfeldt (2011: 241) peger på, ofte skriveprocessen langtrukken og fysisk udfordrende.

Som det fremgik af oversigten vist i Figur 22 ovenfor, skrev Anna fra stx-klassen sine første besvarelser ved hjælp af MS-Word og MS-Equation, hvorefter hun, som resten af stx-klassens elever, skiftede til at bruge TI-Nspire CAS som det faste skriveredskab i forbindelse med det skriftlige arbejde i matematikundervisningen. I den første interviewsamtale med Anna taler vi med udgangspunkt i nogle konkrete besvarelser, Anna har skrevet i starten af 2g, blandt andet om dette skift i hendes brug af skriveredskaber.

Steffen: Og er det lavet i Inspire det hele?

Anna: Ja.

Steffen: Også teksten?<sup>48</sup>

Anna: Ja, jeg kan bedst lide at bruge Inspire, for det er meget let, hvis man skal opløfte og lave ligninger, og hvis du lige vil lave et tegn for division. Det er super let, når man lærer det. Det er meget lettere end i Word, hvor man skal ind og sige, indsæt objekt, og så først skrive det. Det tager hundrede år. Herinde kan man bare gøre det direkte.

Interview 1 med Anna, oktober 2011

Det er indlysende, at sammenhængen mellem brugen af et specifikt computerprogram og selve skriveprocessens tidsforbrug ikke alene vil afhænge af, hvilket program der skrives i, men også af den pågældende skrivers erfaring med at skrive matematikfaglige tekster i netop dette program. Som det blev beskrevet ovenfor i kapitlets indledning, indeholder redigeringsværktøjet MS-Equation muligheden for at arbejde med genvejstaster, hvorved antal nødvendige klik med computermusen kan reduceres, og skriveprocessens samlede tidsforbrug i forlængelse heraf formentlig kan reduceres.

Gennem interviewsamtalerne med de fire deltagere bliver det imidlertid klart, at der på trods af denne mulighed for at arbejde med genvejstaster i MS-Equation alligevel synes at være en markant

---

<sup>48</sup> Ud fra sammenhængen forstår jeg ved *teksten* i dette tilfælde den del af Annas besvarelse der udgøres af skriftligt verbalsprog.

forskel i det nødvendige tidsforbrug, der knytter sig til brugen af henholdsvis MS-Word/MS-Equation og TI-Nspire CAS som medier for matematikfaglig skrivning. Observationen af, at en del af stx-klassens elever i praksis ofte anvendte TI-Nspire CAS, når de skrev noter i den daglige matematikundervisning, mens næsten ingen af htx-eleverne benyttede it som medie for skrivning i forbindelse med skrivning af individuelle noter i matematikundervisningen, er for mig at se med til at bekræfte en sådan formodning om forskellighederne i tidsforbrug de forskellige it-baserede medier imellem. En konsekvens af dette er tilsyneladende, at hvor de to elevdeltagere fra stx-klassen typisk skriver én version af deres besvarelser, som de så redigerer i flere omgange, skriver de to elevdeltagere fra htx-klassen typisk to versioner af deres besvarelser: først en kladde skrevet med pen på papir og derefter en elektronisk version, som så redigeres i flere omgange. I den første interviewsamtale med Christopher taler jeg om denne skriveproces.

Steffen: Lad mig lige stille et spørgsmål. Jeg så du havde noget /håndskrift/ på den hjemmeopgave, vi kiggede på. Den er printet ud, men havde du regnet den først i hånden?

Christopher: Ja.

Steffen: Så du regner det først i hånden, og så skriver du det ind?

Christopher: Ja, jeg sidder og arbejder lidt med det heroppe [i skolen], fordi jeg ikke vil bruge for meget tid. Altså, når jeg har tiden heroppe, vil jeg gerne udnytte den. Hvis jeg skal have tid til et eller andet, så kan jeg godt bare lige få det skrevet ned på papir, og så går jeg hjem og sætter det ind og sætter det pænt op. Det kan godt kræve en del tid at sætte det pænt op med formler og tekst og sådan lidt. Så jeg plejer bare at lave opgaverne på papiret. Også fordi det er nemt lige at viske ud og rette. Og så skriver jeg det ind, når jeg kommer hjem. De opgaver, der er her, det er sådan lidt kludret, og når jeg kommer hjem, så kan jeg bare indsætte det i Word.

Interview 1 med Christopher, september 2011

Det kan synes af mindre betydning, om eleverne først skriver en kladde med pen på papir for efterfølgende at "sætte det pænt op med formler og tekst og sådan lidt", eller om de fra start udelukkende arbejder med én elektronisk version af deres besvarelser, men casestudierne viser, at det i praksis *har* betydning for de skrivepraktikker, de forskellige elever benytter sig i det skriftlige arbejde i matematikundervisningen. Et eksempel på dette er, som nævnt ovenfor, skrivning af individuelle noter i selve matematikundervisningen. Et andet eksempel, som måske er mere afgørende i denne sammenhæng, er elevernes valg af forskellige medier for skrivning i forbindelse med test og eksamen. Hvor elevdeltagerne fra stx-klassen benytter TI-Nspire CAS som medie for skrivning i de tilfælde, hvor det er muligt i forbindelse med test og eksamen, veksler begge elevdeltagerne fra htx-klassen mellem henholdsvis it eller pen og papir som medie for skrivning i forbindelse med deres skriftlige test og eksamen i faget matematik. I den sidste interviewsamtale

med Christopher, få dage før den afsluttende skriftlige studentereksamen i matematik i 3g, taler vi om denne problemstilling med udgangspunkt i nogle af hans tidligere besvarelser.

Steffen: Der kan man sige, en helt oplagt forskel her er jo, at her er det lavet i hånden, og den anden er på computer.<sup>49</sup> Til eksamen, hvordan kommer det der til at foregå?

Christopher: Det skal jeg stadig lige have tænkt over, fordi det bliver pænere på computeren, men det kræver meget tid, og man skal vide, at det virker.

Interview 5 med Christopher, maj 2012

Som nævnt finder den interviewsamtale, hvorfra ovenstående uddrag er hentet, sted få dage før den afsluttende skriftlige studentereksamen i matematik i 3g. I løbet af de tre år på htx-uddannelsen har Christopher skrevet tæt ved 40 matematikfaglige besvarelser, som han har indleveret til sine matematiklærere og fået skriftlig respons på. I det næsten fuldkomne korpus af disse besvarelser, der er indsamlet i forbindelse med casestudiet af htx-klassen, er der ingen indikationer på, at én eneste af disse besvarelser er skrevet med pen på papir. Dette forhold får på mange måder Christophers pointering af, at han ”stadig lige skal have tænkt over”, hvorvidt han vil bruge it som medie for skrivning i forbindelse med den kommende skriftlige eksamen, til at virke paradoksalt, og det understreger i det mindste, hvor afgørende betydning tidsfaktoren er i forbindelse med elevernes valg af skriveredskaber i forbindelse med deres matematikfaglige skrivning, om ikke andet, så i eksamenssammenhæng.

Det tredje aspekt knyttet til brug tager som det første aspekt, der blev diskuteret ovenfor, udgangspunkt i den heterogenitet i brugen af it som medie for matematikfaglig skrivning, der præger htx-klassens elever. Ovenfor blev der peget på, at en sådan heterogenitet var med til at besværliggøre et eksplicit fokus på skriveredskaber *som* skriveredskaber i den daglige matematikundervisning. Det er nærliggende at forstå dette forhold som medvirkende til Christophers beslutning om over tid *ikke* at benytte sig af programmet Maple i sin matematikfaglige skrivning. Som det fremgår af det følgende uddrag fra den afsluttende interviewsamtale med Christopher, havde han svært ved at håndtere Maple og programmets store kompleksitet.

---

<sup>49</sup> Betegnelsen 'Her' henviser i denne sammenhæng til en specifik besvarelse af en test, som Christopher har skrevet tidligere på skoleåret, mens betegnelsen 'den anden' henviser til en besvarelse af en hjemmeopgave, som Christopher også har skrevet tidligere på året.

Christopher: Der er sådan en forskel i folks måde at skrive på, og folk, der bruger Maple til det, de har jo også små afsnit og sætter ind (...), det gjorde jeg også i et projekt, vi skulle lave. Noget med vektorer, og der havde vi lige fået at vide, at vi kunne bruge Maple, og så kunne du kopiere nogle udregninger ind i det. Og jeg gik så væk fra det. Det var alt for besværligt for mig, det der Maple. Det orkede jeg simpelthen ikke at sætte mig ind i.

Steffen: Så hvad bruger du?

Christopher: Jeg bruger bare, hvad er det, det hedder, Graph, til det.

Steffen: Hvad bruger du til at regne på? Bruger du lommeregneren?

Christopher: Jeg bruger lommeregneren.

Steffen: Har du noget på computeren?

Christopher: Jeg har Maple, men jeg bruger lommeregneren.

Interview 5 med Christopher, maj 2012

Htx-klassens elever blev introduceret til Maple midtvejs i 2g af Lærer 3, og i den periode spillede Maple ifølge interviewsamtalerne med elevdeltagerne fra htx-klassen en central rolle i htx-klassens matematikundervisning. Fra starten af 3g, hvor htx-læreren, Lærer 4, overtager klassen, overlades valget af, hvilke it-redskaber klassens elever ønsker at bruge som matematiske værktøjer og medier for skrivning, som beskrevet i afsnit 6.3 ovenfor, i høj grad til htx-eleverne selv. I modsætning til Christopher tager Emil Maple til sig og benytter det både som et matematisk værktøj til beregninger og som et medie for skrivning i den resterende del af matematikundervisningen. Gennem interviewsamtalerne med Emil bliver det klart, at denne fortsatte insisteren på at bruge Maple for ham ikke alene rækker ind i matematikfaget på htx, men samtidig peger ud over hans gymnasiale uddannelse og frem mod de videregående uddannelsesinstitutioner, hvor han forestiller sig at fortsætte sit uddannelsesforløb. Det fremstår, som Emil formulerer det i vores afsluttende interviewsamtale, for ham som "en god idé at lære det" for så at have "et endnu bedre fundament fra starten af" på sin kommende videregående uddannelse (Interview 5 med Emil, maj 2012). Ovenfor har heterogeniteten i brugen af it som medie for skrivning blandt htx-klassens elever primært været kædet sammen med *begrænsninger*, men i dette tilfælde ser vi altså, hvordan der sideløbende hermed findes en anden side af en sådan heterogenitet, som er kendetegnet ved *muligheder*. Den liberale lærerfaglige skrivekultur giver således også Christopher og Emil mulighed for at vælge de medier for skrivning, som de hver især behersker i den givne sammenhæng, og som passer ind i deres fortsatte udviklingsbaner som deltagere i matematikfaglige skrivehændelser.

## 6.5 Delkonklusion analyse I

I dette kapitel har det analytiske fokus været rettet mod brugen af it som medie for skrivning med udgangspunkt i spørgsmålet om, hvordan brugen af computere og computerteknologier kan være med til at forme elevers skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag. I de første afsnit af kapitlet blev der i forlængelse heraf søgt svar på, hvad der kendetegner de matematikfaglige skrivekulturer i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen med hensyn til brugen af it som medie for matematikfaglig skrivning.

Analysen viser, at der i stx-klassen i høj grad er tale om en *entydig* lærerfaglig skrivekultur, og brugen af it som medie for skrivning er blandt stx-klassens elever præget af *homogenitet*. I de fleste matematikmoduler medbringer klassens elever en bærbar computer, og elevdeltagerne fra stx-klassen skriver næsten alle deres individuelle skriftlige besvarelser ved hjælp af computerprogrammet TI-Nspire CAS. Der arbejdes desuden løbende med skrivning i netop dette computerprogram i den daglige undervisningspraksis i faget matematik i stx-klassen.

I modsætning hertil er den lærerfaglige skrivekultur i htx-klassen præget af *omskiftelighed* med hensyn til brugen af it som medie for skrivning, hvilket ikke mindst skyldes, at htx-klassen i løbet af deres treårige htx-uddannelse har fire forskellige matematiklærere. Brugen af it som medie for skrivning er blandt eleverne i htx-klassen kendetegnet ved *heterogenitet*. Enkelte af htx-klassens elever anvender bærbare computere i de observerede matematikmoduler, mens andre udelukkende anvender pen, papir og håndholdte lommeregner. De to elevdeltagere fra htx-klassen anvender i næsten alle tilfælde computerprogrammet MS-Word som deres grundlæggende medie for skrivning, når de skriver besvarelser, der skal indleveres til deres matematiklærer, og de bruger herudover en række forskellige redigeringsværktøjer, applikationer og andre computerprogrammer, hvorfra de fx importerer matematiske beregninger eller diagrammer til deres MS-Word dokumenter.

I forlængelse af denne forskel i skrivekulturer mellem stx-klassen og htx-klassen peges der i analysen på, at skriveudvikling i en vis forstand er to forskellige ting i de to klasserum i relation til brugen af it som medie for skrivning. Mens skriveudvikling for eleverne i stx-klassen hovedsageligt involverer en øget forståelse og beherskelse af ét it-baseret skriveredskab, involverer skriveudvikling for eleverne i htx-klassen i højere grad en øget bevidsthed om og beherskelse af en række forskellige it-baserede skrive- og redigeringsredskaber, der fremstår mere eller mindre hensigtsmæssige at benytte i forskellige skrivehændelser.

På baggrund af denne første del af analysen blev der i den resterende af kapitlet spurgt til, hvilke konsekvenser brugen af it som medie for matematikfaglig skrivning og specielt den *forskelligartede* brug af it som medie for skrivning i de to matematikfaglige skrivekulturer havde for elevernes skrivning og skriveudvikling; specielt elevbesvarelsernes form, indhold og brug.

Med hensyn til formaspektet af elevbesvarelserne viste analysen, at selvom både htx-elevernes og stx-elevernes formgivning af deres besvarelser bevarede en vis kontinuitet hen over de tre års matematikundervisning, var netop ensartetheden det karakteristiske element ved kompositionen af stx-elevernes besvarelser, mens brugen af flere forskellige kompositionelle eksperimenter var med

til at præge htx-elevernes besvarelser. I analysen blev *omorganisering af sideres overordnede komposition, indramninger og grafiske bokse, centrering af centrale udtryk og brugen af modificerede diagrammer* præsenteret som eksempler på brud i ensartetheden i htx-elevernes besvarelser, og der blev på baggrund af interviewsamtaler med elevdeltagerne argumenteret for, at mulighederne for at foretage sådanne ændringer i formgivningen af besvarelser var knyttet til de specifikke skriveredskaber, htx-eleverne anvendte i deres skrivning. Når stx-elevernes besvarelser i løbet af de tre år i modsætning til htx-elevernes besvarelser udviste en udpræget grad af ensartethed og kontinuitet, må dette derfor forstås i sammenhæng med elevernes kontinuerlige brug af TI-Nspire CAS som det primære medie for skrivning i matematikfaget.

I forbindelse med elevbesvarelsernes indholdsaspekt blev der i analysen fokuseret på elevdeltagerens brug af henholdsvis algebraisk notation og CAS-notation i deres besvarelser. Analysen viste, hvordan alle fire elevdeltagere i varierende grad benyttede sig af begge disse notationsformer i deres besvarelser, men samtidig viste analysen også, at der netop var tale om, at de fire elevers brug *varierede*. For begge stx-elevers vedkommende intensiveredes brugen af CAS-notation i deres besvarelser hen over de tre år, og der blev i den forbindelse argumenteret for, at dette havde en klar sammenhæng med, at stx-eleverne som deres medie for skrivning i langt overvejende benyttede sig af TI-Nspire CAS, der netop privilegerer brugen af CAS-notation. Denne påstand søgte blandt andet støtte i det forhold, at de to elevdeltagere fra htx-klassen over tid skilte sig fra hinanden med hensyn til omfanget af CAS-notation i deres respektive besvarelser. Emil, som fra midten af 2g ud over MS-Word også benyttede programmet Maple som medie for skrivning, gennemgik en skriveudvikling, hvor CAS-notation spillede en fortsat central rolle hen over de tre års matematikundervisning. Det samme gjorde sig imidlertid ikke gældende for Christopher, som valgte ikke at benytte sig af Maple i det afsluttende år af hans htx-uddannelse. I dette tilfælde forblev brugen af CAS-notation i de skriftlige besvarelser betydeligt mindre fremtrædende, end det var tilfældet for de andre tre elevdeltageres besvarelser. Det blev således i denne del af analysen klart, hvordan forskellige medier for skrivning er med til at privilegere og forme brugen af forskellige notationssystemer i elevdeltagerens besvarelser, men det blev samtidig også klart, at denne forbindelse mellem forskellige medier og semiotiske ressourcer i praksis er dialektisk. Emil fravalg af Maple som sit primære medie for skrivning blev brugt som eksempel på denne gensidige afhængighed mellem semiotiske ressourcer og it-baserede medier for skrivning. De lærerfaglige skrivekulturers krav om inddragelsen af algebraiske manipulationer i elevernes besvarelser betød således for Emil, at MS-Word blev bevaret som det primære medie for skrivning, idet de enkelte skridt i algebraiske manipulationer var svære at kommunikere til læseren, når Maple blev anvendt som det primære skriveredskab.

Det er med afsæt i konkrete eksempler som dette, at de mere grundlæggende konsekvenser af forskellige skriveredskabers privilegering af forskellige notationssystemer kommer til syne. Analysen viser, fx gennem den problemstilling Emil i dette tilfælde befinder sig i, hvordan brugen af forskellige skriveredskaber har en direkte betydning for, på hvilke måder det for eleverne er muligt at konstruere matematikfaglig kommunikation. Med en forståelse som den, der abonneres på i afhandlingen, hvor fag og faglighed betragtes som en udpræget kommunikativ praksis (Ongstad, 2004), virker brugen af forskellige medier for skrivning således direkte ind på, hvad vi må forstå

som faget matematik. Hvis en fortsat stigning i andelen af elever, der anvender programmer som fx TI-Nspire CAS eller Maple som skriveredskaber i matematikundervisningen, rent faktisk vil betyde, at CAS-notation med tiden vil blive en, eller ligefrem *den*, dominerende form for matematikfaglig notation i det skriftlige arbejde i de gymnasiale matematikfag, så viser den i kapitlet gennemførte analyse, hvordan brugen af it som medie for skrivning gennem privilegering af forskellige semiotiske ressourcer kan have afgørende indvirkning på den fortsatte evolution af matematikfagets faglighed.

I den sidste del af analysen blev tre aspekter, der knytter sig til elevbesvarelsene som sociale handlinger, behandlet. Det første af disse aspekter var sammenhængen mellem den henholdsvis homogene eller heterogene brug af it som medie for skrivning i de to klasser, og læreres og elevers muligheder for at tematisere de forskellige skriveredskaber *som* medier for skrivning i den daglige undervisningspraksis. Der blev i den sammenhæng argumenteret for, at den homogene brug af skriveredskaber blandt stx-klassens elever så ud til at give stx-læreren bedre muligheder for at sætte fokus på it som medie for skrivning, end det var tilfældet for htx-læreren i htx-klassen, hvor brugen af skriveredskaber blandt klassens elever var præget af heterogenitet. Det andet brugsaspekt, der blev fremhævet i analysen, var sammenhængen mellem brugen af forskellige it-baserede skriveredskaber og det tidsforbrug, der for elevdeltagerne var forbundet med selve skriveprocessen. Der blev her, bl.a. på baggrund af interviewsamtalerne med elevdeltagerne, argumenteret for, at specielt brugen af MS-Word fremstod som tidskrævende for elevdeltagerne, og at dette aspekt havde klare konsekvenser for elevernes valg af skriveredskaber i forskellige skrivehændelser, som fx den skriftlige studentereksamen i faget matematik. Endelig blev der i analysen som det sidste af de tre aspekter af elevbesvarelsenes brug peget på, at den observerede heterogenitet i brugen af skriveredskaber blandt htx-klassens elever ikke kun, som antydte gennem det første brugsaspekt, resulterede i begrænsede muligheder i den daglige undervisningspraksis, men også samtidig åbnede for, at klassens forskellige elever kunne tilpasse deres brug af forskellige medier for skrivning, både til de konkrete skrivehændelser i htx-klassen, men også til deres forventninger til fremtidige uddannelsesvalg.

I relation til kapitlets overordnede forskningsspørgsmål kan det på baggrund af analysen sammenfattende konkluderes, at brugen af it som medie *er* med til at forme elevers skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag. Og i forlængelse heraf, at it-baserede skriveredskaber, som fx TI-Nspire CAS, Maple eller MS-Word, *er* med til at konstruere faglige skrivekulturer i de gymnasiale matematikfag. Teknologi er i den forstand en betydningsfuld faktor i formningen af *det semiotiske landskab* (O'Halloran, 2009), hvori de matematikfaglige skrivekulturer udfolder sig.

Analysen viser i den sammenhæng, at matematikfaglig skriveudvikling i de studerede cases involverer en udvikling i elevers *forståelse og beherskelse af, forskellige it-redskabers muligheder og begrænsninger som medier for matematikfaglig skrivning*. I forbindelse med brugen af it som værktøj i matematikundervisningen konkluderer Misfeldt (2013: 425), at:

Værktøjet gør ikke bare opgaven lettere, det ændrer på, hvilke strategier det giver mening at forfølge. Det ændrer potentielt på, hvad der kan betragtes som et matematisk problem, og på, hvilke matematiske begreber der står i centrum, når et problem løses.

På baggrund af den i kapitlet gennemførte analyse vil jeg argumentere for, at en tilsvarende påstand gør sig gældende, når fokus er rettet mod it som medie for skrivning i matematikundervisningen. Brugen af forskellige it-baserede skriveredskaber gør ikke bare skrivningen lettere eller sværere for eleverne, den ændrer mere fundamentalt på, *hvad* der kan betragtes som matematikfaglig skrivning, og på, *hvilke* skrivestrategier der i konkrete skrivehændelser giver mening for de enkelte elever at forfølge. Et ganske illustrativt eksempel på dette forhold findes fx i casestudiet af stx-klassen, hvor elevdeltageren Anna i den sidste del af 3g i de fleste tilfælde skriver sine matematikfaglige besvarelser på måder, der tydeligt understøtter Kress' påstand om, at man kan tale om *design*, snarere end *skrivning* (Kress, 2000; Kress & van Leeuwen, 2006). Når Anna skriver, eller designer, sine besvarelser i denne periode af sin stx-uddannelse, så foregår det ved, at hun digitalt sammenstykker sin fremtidige besvarelse ved at hente forskellige tekstuddrag fra sine egne tidligere besvarelser eller fra skriveordren ind i besvarelsen, og gennem en række rekursive skriveprocesser transformeres denne tekst til hendes kommende, i den lærerfaglige skrivekultur fuldt ud anerkendte, besvarelse.

Matematikfaget og matematikken mere generelt har til alle tider være præget af brugen af redskaber eller værktøjer (Katz, 1998), og der er i den matematikdidaktiske forskning stor opmærksomhed på de muligheder og begrænsninger, it som matematisk værktøj introducerer i matematikundervisningen. Analysen peger imidlertid på, at dette aspekt af brugen af it må suppleres med et fokus på it som medie for skrivning i matematikundervisningen. Nutidens elever har således brug for at udvikle *både* tekstuelle og tekniske skrivekompetencer for at begå sig i de faglige skrivekulturer i de gymnasiale matematikfag, og, ikke mindst, for at begå sig i deres fremtidige uddannelses- og arbejdsliv.



## 7 Analyse II: Ikke-traditionelle opgavegenrer

Emnet for afhandlingens anden analyse er brugen af *ikke-traditionelle opgavegenrer* i de gymnasiale matematikfag. Gennem kapitlets analyser søges der svar på, hvorvidt brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i faget matematik kan åbne for læringsmuligheder, der knytter sig til elevers matematikfaglige skrivning og skriveudvikling, og som ikke ser ud til at være til stede, når eleverne arbejder med traditionelle matematikopgaver.

Betegnelsen *ikke-traditionel* dækker i denne sammenhæng over de dele af det skriftlige arbejde i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen, hvor eleverne arbejdede med skriveordrer, der ikke udelukkende bestod af *traditionelle matematikopgaver*, dvs. matematikopgaver der med hensyn til form, indhold og brug mindede om eller var de skriftlige opgaver, som stilles ved de skriftlige studentereksamener i matematik i de gymnasiale uddannelser. Både i vejledningen for matematik A på htx og den tilsvarende vejledning for stx dukker betegnelsen *traditionel* op, når der refereres til den sidstnævnte type af skriftlige opgaver.

I vejledningen for matematik A på htx skelnes der således mellem ”noteskrivning, synopsis, traditionelle opgavebesvarelser, projekter eller ”undervisningsmaterialer” som formelsamling, artikel eller et kapitel til en lærebog.” (Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, Skriftlighed), og i forbindelse med beskrivelsen af skriftlige *projekter* understreges det, at projektoplæggene ikke må ligne ”traditionelle matematikopgaver, hvor alle oplysninger er givet, og eleven ledes gennem besvarelsen med konkrete spørgsmål.” (Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, Skriftlighed). I vejledningen for matematik A på stx gøres det i beskrivelsen af *temaopgaver* klart, at ”Elevernes temarapporter skal ikke nødvendigvis læses og rettes til bunds af læreren. Nogle dele som anvendelser af teori på skriftlige opgaver kan være rettet som traditionelle skriftlige opgaver.” (Vejledning / Råd og vink for Matematik A, stx, 2010, 2.7). Herved understreges det indirekte, at temaopgaver *ikke* er traditionelle matematikopgaver. De er altså med afhandlingens begrebsbrug *ikke-traditionelle skriftlige opgaver*.

Selvom der i begge vejledninger omtales forskellige opgavegenrer ud over de traditionelle matematikopgaver, er der samtidig i hver af de to vejledninger specielt én type af ikke-traditionelle skriftlige opgaver, der løftes frem. I vejledningen for htx-uddannelsen er den centrale ikke-traditionelle opgavegenre, der fremhæves, *projekter* eller *projektopgaver*, mens det i vejledningen for stx er *temaopgaver*. Det er derfor disse to opgavegenrer, der er omdrejningspunkt for dette kapitels analyser. I forbindelse med casestudiet af htx-klassen var der imidlertid en konkret skrivehændelse, der gjorde krav på opmærksomhed i relation til det ovenfor stillede forskningsspørgsmål. Som en af de sidste skriftlige opgaver i deres treårige matematikundervisning arbejdede eleverne fra htx-klassen således med en kombineret mundtlig og skriftlig besvarelse, hvor de individuelt skulle formidle et matematikfagligt emne for resten af klassens elever. I den afsluttende del af kapitlet analyseres denne *formidlingsopgave*, som altså i kapitlet forstås som endnu et eksempel på en ikke-traditionel skriftlig matematikopgave.

I kapitel 5 ovenfor blev der præsenteret en oversigt over de tre års skriftlige arbejde i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen, herunder brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer. Det er indledningsvis vigtigt at understrege, at ambitionen for kapitlets analyser *ikke* er at besvare det formulerede forskningsspørgsmål i relation til *den samlede mængde* af ikke-traditionelle skriftlige opgaver, som eleverne arbejder med i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen. Med andre ord antages det uden videre, at der ville kunne identificeres skrivehændelser i datamaterialet, der involverede brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer, men som *ikke* åbnede for tydelige læringsmuligheder i relation til elevers matematikfaglige skriveudvikling. Derfor afsluttes kapitlet heller ikke med et forsøg på at argumentere for, at ikke-traditionelle skriftlige opgaver *altid* eller *aldrig* vil åbne for bestemte former for læringsmuligheder. I stedet søges der gennem situerede analyser af autentiske skrivehændelser efter tegn på, at arbejdet med ikke-traditionelle opgavegenrer i netop disse tilfælde faktisk åbnede for læringsmuligheder, der knytter sig til elevers matematikfaglige skriveudvikling. Der argumenteres i forlængelse heraf for, at hvis en sådan åbning af læringsmuligheder kunne forekomme i det konkrete tilfælde, vil den også *have mulighed for* at forekomme i beslægtede skrivehændelser. Der søges altså efter *eksistensbeviser*. Af samme grund er målet heller ikke i sig selv at identificere *de samme* læringsmuligheder i de tre forskellige skrivehændelser, der analyseres nedenfor.

I det følgende fokuseres der efter tur på henholdsvis *temaopgaver* (afsnit 7.1), *projekter* (afsnit 7.2) og *formidlingsopgaven* (afsnit 7.3). I hvert af disse tilfælde indledes med en tematisk analyse af, hvordan den pågældende opgavegenre fremstilles i læreplaner og vejledninger, og herefter rettes fokus mod en konkret skrivehændelse, hvor eleverne arbejdede med netop denne opgavegenre. De tre skrivehændelser, der analyseres, er udvalgt, fordi de hver især er empirisk veldokumenterede gennem casestudierne, og fordi det gennem de indledende læsninger af det samlede datamateriale stod klart, at de hver især kunne tjene som *nøglehændelser* (Erickson, 1977) i relation til det ovenfor formulerede forskningsspørgsmål.

Som det var tilfældet i kapitel 6, er der også i dette kapitels analyser blevet anvendt Hamiltons matrix til at analysere observationer, der knytter sig til de udvalgte nøglehændelser. Herudover trækkes der på de tematiske meningsanalyser af interviewsamtalerne med elevdeltagerne, jf. kapitel 4, afsnit 4.7.2. Forståelsen af de skriftlige tekster, der indgår i de analyserede nøglehændelser, indrammes, som det også er tilfældet i afhandlingens øvrige analyser, af den elaborerede konstellationsmodel (se kapitel 4, afsnit 4.7.3), men i dette tilfælde nedtones en egentlig skematisk tekstanalyse, og i stedet fokuseres der på de skriftlige teksters *intertekstualitet*, dvs. hvordan forskellige skriftlige tekster, der indgår i nøglehændelserne, er med til at forme elevernes skrivning.

## 7.1 Temaopgaver

I stx-klassen arbejder eleverne i løbet af de tre års matematikundervisning med i alt 14 konstellationer i kategorien ikke-traditionelle opgavegenrer, og 7 af disse betegnes i skriveordrerne selv som temaopgaver. Det første år arbejder eleverne med to forskellige temaopgaver, hvoraf den ene, *Vækst* (Stx1gMat14), analyseres nedenfor i afsnit 7.1.2. Temaopgaven *Vækst* omhandler

matematiske modeller for vækst (lineær vækst, eksponentiel vækst og potensvækst), og af stx-læreren karakteriseres den i en interviewsamtale som en *typisk* temaopgave.<sup>50</sup>

### 7.1.1 Begrebet temaopgaver i læreplan og vejledning (stx)

Temaopgaver er en nyskabelse som institutionaliseret opgavegenre i faget matematik i stx-uddannelsen. Begrebet temaopgave optræder således første gang i de reviderede læreplaner og vejledninger for matematik i stx fra år 2010.<sup>51</sup> I denne udgave af læreplanen optræder betegnelsen to gange. I det første tilfælde i afsnit 3.2 om arbejdsformer, hvor det slås fast, at:

En betydelig del af undervisningen tilrettelægges som projektforbøb eller større temaopgaver over forskellige dele af kernestoffet og det supplerende stof eller problemstillinger, der er genstand for fagsamarbejde.

Læreplan for matematik A, stx, juni 2010, 3.2

Af læreplanens afsnit 4.2 om prøveformer fremgår det, at den mundtlige prøve skal inddrage gennemførte projektforbøb og temaopgaver, og desuden at ”En betydelig del af eksamensspørgsmålene skal være udformet således, at det er muligt at inddrage gennemførte projektforbøb og temaopgaver med tilhørende elevrapporter.” (Læreplan for matematik A, stx, juni 2010, 4.2). Der er flere interessante aspekter ved formuleringen. For det første, at den mundtlige eksamen knyttes til temaopgaver, og for det andet, at der her angives en genrebetegnelse for de tekster, som elever skal skrive, når de arbejder med temaopgaver: nemlig *elevrapporter*. Af læreplanens afsnit 4.3 om bedømmelseskriterier fremgår det dog, at ”Ved den mundtlige prøve indgår en eventuel rapport ikke i bedømmelsen. Der tages alene hensyn til den mundtlige præstation.” (Læreplan matematik A, stx, juni 2010, 4.3).

I vejledningen har temaopgaver fået tildelt sit eget afsnit (2.7 *Temaopgaver*), hvori det fra start slås fast, at ”Temaopgaver repræsenterer en måde at organisere stoffet på.” (Vejledning / Råd og vink for Matematik A, stx, 2010, 2.7). Denne noget abstrakte beskrivelse konkretiseres efterfølgende, hvor det fremgår, at temaopgaver ”... formuleres af læreren ...” og ”... besvares af eleverne i form af en temarapport.” (Vejledning / Råd og vink for Matematik A, stx, 2010, 2.7). Og desuden, at en temarapport kan være produceret i et samarbejde mellem flere elever. Rapportgenren er ikke en historisk veletableret skriftlig genre i matematikfaget i modsætning til fx de naturvidenskabelige fag i de gymnasiale uddannelser, og da betegnelsen *temarapport* eller *elevrapport* ikke uddybes yderligere i hverken læreplan eller vejledning, åbnes der således i styredokumenterne for en ganske åben fortolkning af genren i denne sammenhæng. På det indholdsmæssige plan understreges det, at temaopgaver altid bør ”rumme både matematisk ræsonnement (som det forventes på et A-niveau),

---

<sup>50</sup> Interview med stx-lærer, oktober 2011.

<sup>51</sup> Når betegnelserne *læreplan* eller *vejledning* benyttes i det følgende, henviser det til de versioner af læreplaner og vejledninger for faget matematik på A-niveau i stx, der udkom i år 2010. De nyeste versioner af læreplaner og vejledninger for faget matematik i stx kan findes på <http://www.uvm.dk/Uddannelser/Gymnasiale-uddannelser/Studieretninger-og-fag/Fag-paa-stx/Matematik-stx> (besøgt april 2014).

anvendelser gennem opgaveregning og behandling af mere komplekse problemer.” (Vejledning / Råd og vink for Matematik A, stx, 2010, 2.7), men det specificeres ikke, hvordan og i hvilken udstrækning dette konkret skal realiseres i elevernes besvarelser.

I vejledningen beskrives to grundlæggende måder, hvorpå der kan arbejdes med temaopgaver i undervisningen. Temaopgaver kan være (1) koncentreret om et *afgrænset fagligt emne* og knyttet til et bestemt undervisningsforløb eller (2) konstrueret *på langs* af det samlede undervisningsforløb med udgangspunkt i et bestemt fagligt emne eller en bestemt matematikfaglig kompetence, der optræder flere gange i undervisningen i forskellige sammenhænge (Vejledning / Råd og vink for Matematik A, stx, 2010, 2.7). Af disse to tilrettelæggelsesformer er det i vejledningen temaopgaver ’på langs’, der fremstilles som den mest hensigtsmæssige, idet denne arbejdsform netop vil være i stand til at løse nogle af de problemer, der knytter sig til ’afgrænsede’ temaopgaver, jf. det følgende uddrag fra vejledningen.

Den første type afgrænsede temaopgave kan have den fordel, at man så at sige gør emnerne færdige efterhånden. En sådan lineær tilgang giver et overblik, mens man er på vej gennem stoffet. En af svaghederne kan være, at man ikke så let får et samlet overblik over stoffet. Og ved den mundtlige prøve kan der være stor forskel i sværhedsgraden på de enkelte spørgsmål.

Den anden type temaopgaver på langs kan have den fordel, at der skabes sammenhæng i hele forløbet for eleverne, og at det giver muligheder for at organisere den mundtlige prøve, så stof fra den indledende undervisning integreres med det mere komplekse stof fra den senere undervisning. Sværhedsgraden af de enkelte spørgsmål vil være mere ækvivalente, og samtidig vil hver temaopgave give både den svagere og den stærkere elev muligheder for at præstere på sit eget niveau. En af vanskelighederne er, at det for læreren kræver at større planlægningsarbejde fra starten, og at man i planlægningen har et overblik over hele pensum. Derfor vil denne form være sværere at anvende på tilvalghold.

Vejledning / Råd og vink for stx, Matematik A, 2010, 2.7

Arbejdet med afgrænsede temaopgaver beskrives her som havende to fordele. For det første peges der på, at ’man’ gør de forskellige matematikfaglige emner ”færdige efterhånden” og en sådan tilgang skaber overblik *undervejs* i undervisningsforløbet. Målet for undervisningen er jo imidlertid aldrig, at eleverne kun opnår overblik *undervejs* i et undervisningsforløb, så disse fordele kan siges at være sammenfaldende med den svaghed, der samtidig peges på i uddraget: nemlig at ’man’, hvilket må betyde eleverne i denne sammenhæng, ”ikke så let får et samlet overblik over stoffet.” (Vejledning / Råd og vink for Matematik A, stx, 2010, 2.7). Herudover peges der, som det ses ovenfor, på, at der ved den mundtlige prøve kan være stor spredning i sværhedsgraden på de enkelte spørgsmål, når disse skal baseres på afgrænsede temaopgaver.

Begge disse ’svagheder’ eller ’mangler’ kan dog, jf. uddraget ovenfor, løses ved i stedet at benytte temaopgaver *på langs*. Herved kan der konstrueres sammenhæng for eleverne i undervisningsforløbet, og dermed gives der mulighed for at skabe et samlet fagligt overblik for eleverne. Samtidig åbner temaopgaver på langs mulighed for at konstruere spørgsmål til den mundtlige prøve, der *ikke* udviser en stor spredning i sværhedsgraden, hvilket må antages at være til

fordel for både den fagligt svage og den fagligt stærke elev ved selve eksaminationen, idet begge, som det præciseres i uddraget ovenfor, derved får mulighed for "(...) at præstere på sit eget niveau." (Vejledning / Råd og vink for Matematik A, stx, 2010, 2.7).

I modsætning til beskrivelsen af afgrænsede temaopgaver peges der i tilfældet temaopgaver på langs ikke på nogen deciderede svagheder, men derimod på nogle vanskeligheder, idet temaopgaver på langs ifølge vejledningen kræver et større planlægningsarbejde, hvilket kan være vanskeligt i praksis, specielt i forbindelse med valghold, hvor eleverne samles fra forskellige tidligere matematikhold. Denne vanskelighed er således i første omgang en vanskelighed for matematiklæreren snarere end for eleverne.

### 7.1.2 Temaopgaven *Vækst* (Stx1gMat14)

Stx-klassens elever arbejder med temaopgaven *Vækst* (Stx1gMat14) midtvejs i 1g (se Figur 16, s. 115). Skriveordren blev i dette tilfælde uddelt til klassens elever umiddelbart før undervisningsforløbets begyndelse og indeholder bl.a. en plan for det undervisningsforløb, hvorom temaopgaven danner rammen. Det samlede forløb strækker sig ifølge skriveordren over ca. 10 matematikmoduler. Af skriveordren fremgår det, at den første del af forløbet er afsat til "lidt teori om de tre funktionstyper"<sup>52</sup> (Skriveordre, Stx1gMat14), og der optræder desuden kortfattede noter til hvert af disse undervisningsmoduler. Resten af modulerne i forløbet er afsat til gruppearbejde, hvor de enkelte af læreren sammensatte grupper skal "Arbejde med projekt" (Skriveordre, Stx1gMat14). Dette afsluttende gruppearbejde skal så munde ud i en *temarapport* eller *temaopgave*, som skal afleveres til læreren ved forløbets afslutning. Der optræder ikke en entydig genrebetegnelse for elevbesvarelsen, idet der i skriveordren både bruges *temarapport* og *temaopgave* om det skriftlige produkt, eleverne skal skrive.

I skriveordren er formuleret en række krav og forventninger både til indholdsaspekter og brugsaspekter af elevernes besvarelser, mens formaspektet alene adresseres i en enkelt formulering. Her slås det fast, at "Gruppen bestemmer selv hvordan temaopgaven udformes og hvordan delopgaverne fordeles." (se Figur 40 nedenfor). I modsætning til dette er forventninger til elevbesvarelsens indhold, som det fremgår af Figur 40 nedenfor, ganske udførligt beskrevet.

---

<sup>52</sup> De tre funktionstyper er i denne sammenhæng: *lineære funktioner*, *eksponentialfunktioner* og *potensfunktioner*.

### Produktkrav:

I skal i grupper aflevere en temaopgave, der indeholder følgende 3 dele:

1. Beskrivelse af de tre funktionstyper:

- Lineære funktioner
- Eksponentialfunktioner
- Potensfunktioner.

Denne beskrivelse *kan* f.eks. indeholde forskriften,  $a$  og  $b$ 's betydning, grafens forløb og beregning af  $a$  og  $b$  ud fra to punkter. Dog *skal* beviserne for formlerne til bestemmelse af  $a$  og  $b$  ud fra to punkter på grafen for lineære funktioner og eksponentialfunktioner indgå.

2. Besvar følgende opgaver:

- Øvelse 263. Desuden: bestem  $f(8)$ , find  $x$  når  $f(x)=1$  (uden brug af solve). Find grafens skæringspunkt med  $x$ -aksen.
- Øvelse 268. Desuden: bestem  $f(8)$ , find vha. solve i Nspire  $x$  når  $f(x)=4$ .
- Øvelse 273. Desuden: bestem  $f(15)$ , find  $x$  når  $f(x)=23$  (uden brug af solve i Nspire).
- Øvelsen om høstudbytte og gødning.
- Øvelsen om befolkningstal i DK.
- Øvelsen om data fra Saturns måner.

3. I skal behandle datasættet om atletikrekorder på en passende måde. Snak sammen i gruppen om hvad der kunne være relevant at gøre ved tallene. I skal som minimum lave 3 forskellige typer af regression, som skal bruges til en forudsigelse af verdensrekorden for maratonløb. Husk at vurdere modellerne kritisk.

Gruppen bestemmer selv hvordan temaopgaven udformes og hvordan delopgaverne fordeles. Det er derfor vigtigt at I laver klare aftaler og at alle i gruppen overholder deadline for individuelle opgaver. Temaopgaven afleveres ad to omgange og I får tid i dele af flere moduler i forløbet til at arbejde med opgaven.

Figur 40 Uddrag skriveordre Stx1gMat14

Første del af elevbesvarelsen, svarende til 1. i Figur 40, beskrives senere i skriveordren som "(...) noget teori om de tre funktionstyper, en slags referat af det vigtige (...) " (Skriveordre, Stx1gMat14), mens den anden del, svarende til 2., beskrives som en "besvarelse af konkrete opgaver" (Skriveordre, Stx1gMat14). Den tredje del, svarende til 3., beskrives som "en mere åben opgave, hvor et talsæt skal behandles på en måde I selv synes er hensigtsmæssig (på baggrund af det I har lært)" (Skriveordre, Stx1gMat14).

Krav og forventninger til elevbesvarelsernes brugsaspekt er ligeledes beskrevet i flere omgange. Der optræder således både brugsaspekter, der knytter sig til *arbejdsformer* i forbindelse med udarbejdelsen af elevbesvarelserne, og brugsaspekter, der retter sig mod temaopgavers *rolle i eksamenssammenhæng*. I relation til eksamen understreges det, at det er "vigtigt at alle forstår det

hele da I alle skal til mundtlig eksamen efter 2g i jeres egen rapport”<sup>53</sup> (Skriveordre, Stx1gMat14). Med hensyn til arbejdsformer peges der på, at elevernes besvarelse *afslutter* forløbet om vækst, at der i forløbet afsættes undervisningstid til, at eleverne kan arbejde med deres besvarelse, at elevbesvarelsen skal udarbejdes i grupper, hvor eleverne selv må fordele delopgaver imellem gruppens medlemmer, og desuden, at elevbesvarelsen skal afleveres i to omgange.

De to elevdeltagere fra stx-klassen er af stx-læreren placeret i samme firemandsgruppe. I den første runde af interviewsamtaler taler jeg med Anna og Kasper om Stx1gMat14, der som nævnt ovenfor var den første temaopgave, eleverne i stx-klassen arbejdede med. Af interviewsamtalerne bliver det klart, hvordan skriveordrens krav og forventninger til elevbesvarelsens brugsaspekt var med at forme gruppens skriveproces.

Steffen: Hvordan fordelte I arbejdet mellem jer i gruppen?

Kasper: Nogen tog noget teori og nogle af de opgaver der hang sammen med, og nogle tog en anden del af teorien. Og så var der selvfølgelig mange opgaver, som vi delte imellem os. Og selvfølgelig forklarede vi det til hinanden bagefter, fordi vi skulle forstå det hele, eller fordi vi skulle alle sammen være med på, hvad der er blevet lavet. Så jeg tror nok, at vi alle sammen skulle lave opgaverne.

Steffen: Skrev I så noget hver især og så satte det sammen rent elektronisk, eller var der én, der skrev, eller hvordan fungerer det?

Kasper: Vi sad sammen og skrev. Så havde vi delt nogle forskellige emner under forskellig teori, og så sad vi og skrev det og sad og snakkede lidt sammen. Så vi vidste godt, præcis hvad der skulle stå, og så viste vi det til hinanden, og folk læste hinandens, og så satte vi det sammen.

Interview 1 med Kasper, september 2011

Ligesom Kasper beskriver Anna også gruppens arbejde i forbindelse med Stx1gMat14 som en udpræget kollektiv skriveproces.

---

<sup>53</sup> For denne klasse er den mundtlige eksamen i faget matematik placeret ved afslutningen af 3g, det vil sige efter tre års undervisning. En anden formulering i skriveordren, der også omtaler det samlede undervisningsforløb som toårigt, indikerer, at skriveordren har været brugt tidligere i en anden klasse.

Steffen: Hvordan greb I det an?

Anna: Jamen altså, nu havde vi ligesom fået et papir. Jeg kan ikke lige huske, hvad det hed, men vi havde fået opstillet den opgave, vi skulle besvare, så det var ikke sådan, hvor vi skulle sidde kreativt og finde på noget. Vi fik bare stillet nogle opgaver, og så skulle vi regne dem ud og helst i fællesskab ikke?

Steffen: Lykkedes det? Gjorde I det i fællesskab?

Anna: Vi gjorde det i fællesskab i den forstand, at vi havde delt det ud. Men vi gjorde det sådan, at vi alle sammen forklarede, hvad vi havde gjort, så alle var med på, hvordan man skulle have løst den opgave, hvis man nu ikke havde løst den. For eksempel skrev jeg rigtig meget teori, hvor der så var nogle, der løste nogle opgaver i stedet for at skrive teori, og så snakkede vi så om det til sidst, hvor vi havde sat det hele sammen. Så gik vi det hele slavisk igennem.

Steffen: I fællesskab alle fire?

Anna: Ja, det gjorde vi.

Interview 1 med Anna, oktober 2011

Gennem interviewsamtalerne bliver det således klart, hvordan elevernes arbejde i dette tilfælde involverede kollektive skriveprocesser. Anna og Kaspers gruppe afleverer som påkrævet i skriveordren deres besvarelse i to omgange. Den første udgave af besvarelsen havde et samlet omfang på 15 sider og bestod af tre dele. Dermed fulgte elevbesvarelsens komposition skriveordrens implicite forventning til en tredelt opbygning, som blev beskrevet ovenfor. Første del af gruppens besvarelse, en beskrivelse af de tre funktionstyper, var skrevet i MS-Word som vist i Figur 41 nedenfor.



## Temaopgave

ELEVERNES NAVNE

### Lineære funktioner:

En lineære funktion er en funktion der beskrives ved  $F(x) = ax + b$ , hvor  $a$  og  $b$  er reelle tal.  
 $a$  = hældningskoefficienten og  $b$  = skæring med  $y$ -aksen.

### $a$ og $b$ 's betydning for grafen:

Hvis  $a > 0$  = så er grafen voksende.

Hvis  $a < 0$  = så er grafen aftagende.

Hvis  $a = 0$  = så er grafen konstant (vandret linje)

Hvis  $b = 0$  = så er det en proportional (dvs. en ret linje der går gennem  $(0,0)$ )

### Forskrifter:

Der er to forskellige måder at finde forskriften for en lineær funktion, de kræver dog begge, at man kender mindst ~~to~~ <sup>to</sup> punkter eller et punkt og hældningskoefficienten  $a$ .

Den ene måde er at man skal kende to punkter  $(x_1, y_1)$  og  $(x_2, y_2)$  dette er to <sup>vilkårlige</sup> forskellige punkter på linjen. Når man har disse punkter kan man ud fra <sup>disse</sup> ~~denne~~ <sup>formel</sup> finde hældningskoefficienten. *og skæring med  $y$ -aksen ( $b$ )*

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$* b = y_1 - a \cdot x_1$$

### Værdimængde, definitionsmængde, afhængig og uafhængig:

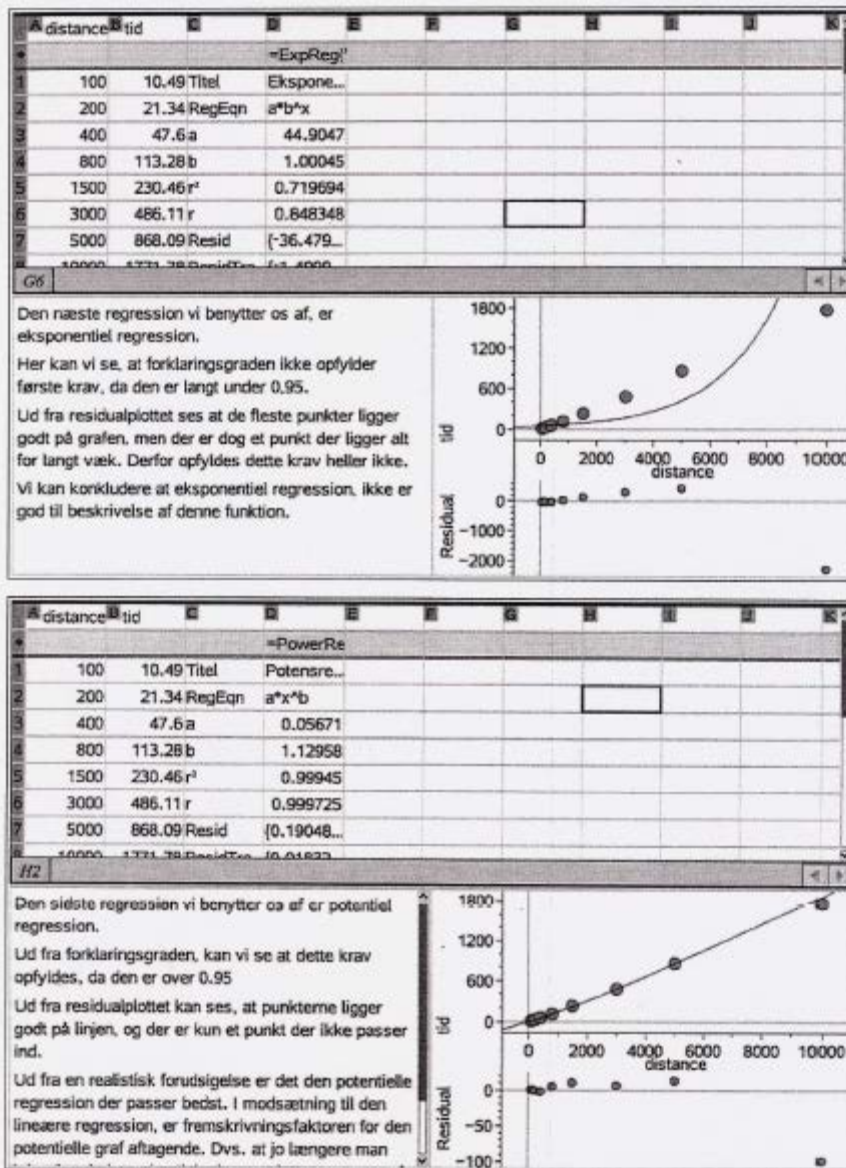
Værdimængde også kaldet  $V_m(f)$  angiver en mængde af værdier, som en funktion kan returnere  $V_m(f)$   
(når man indsætter elementer fra definitionsmængden)

Definitionsmængde også kaldet  $D_m$ , angiver de værdier som variabelen  $x$  må antage, for en  $D_m(f)$   
funktion giver mening (dvs. at den kan udregnes)

Indenfor lineære funktioner, har vi en afhængig og uafhængig variable.  $X$  er altid den uafhængige, og  $y$  er altid den der afhænger af  $X$ .

Figur 41 Uddrag af elevbesvarelse inklusiv elevrespons, Stx1gMat14, første udgave, 1. del (teoridelen)

I modsætning til besvarelsens første del er de to efterfølgende dele skrevet ved hjælp af TI-Nspire CAS, og disse dele består da også af gruppens løsninger til de i skriveordren stillede matematikopgaver (se Figur 42).



Figur 42 Uddrag af elevbesvarelse Stx1gMat14, første udgave, 2. del (opgavedelen)

I den første udgave af elevbesvarelsen består de to sidste dele næsten udelukkende af skærmbilleder fra TI-Nspire CAS. De adskiller sig derfor betydeligt fra besvarelsens første del, både med hensyn til fagligt indhold, tekstuel form og brug af it-baserede skriveredskaber. De to sidste dele ligner således i høj grad de besvarelser af traditionelle matematikopgaver, som elevdeltagerne fra stx-klassen skriver i den tilsvarende periode (se fx kapitel 6, afsnit 6.4). Da udgangspunktet for dette kapitels analyser er spørgsmålet om, hvorvidt brugen af *ikke-traditionelle* opgavegenrer kan åbne for læringsmuligheder, fokuseres der i det følgende på elevbesvarelsens første del: *teoridelen*.

I den første udgave af elevbesvarelsen består teoridelen af i alt fire sider, og den er opdelt i tre afsnit, der hver især er markeret med deloverskrifter. Det faglige indhold af de tre afsnit er beskrivelser af henholdsvis lineære funktioner, eksponentielle funktioner og potensfunktioner. Der benyttes ikke nogen matematiske diagrammer i denne første udgave, hvilket på sin vis er påfaldende, når det faglige emne netop omhandler relationer mellem de forskellige funktionstyper forskellige repræsentationsformer.

Skriveordren for Stx1gMat14 indeholder enkelte redegørende afsnit, hvor nogle af egenskaberne ved de tre funktionstyper, som eleverne arbejder med, beskrives. Herudover angives i skriveordren relevant kildemateriale, de facto bestemte afsnit i elevernes lærebøger, som elevbesvarelsen kan tage udgangspunkt i. Ved at sammenligne elevbesvarelsen med disse to typer af kilder, bliver det tydeligt, at Anna og Kaspers gruppe har anvendt både skriveordren og lærebøgerne som grundlag for deres besvarelse, jf. Figur 43 nedenfor. Gennem denne sammenligning bliver det imidlertid også tydeligt, at der *ikke* er tale om plagiat, idet ingen af formuleringerne i elevbesvarelsen genfindes ordret i de nævnte kilder.

Formulering i lærebogen <sup>54</sup>	Formulering i elevbesvarelsen (første udgave) <sup>55</sup>
<p>Lineære funktioner</p> <p>En <i>lineær funktion</i> er en funktion af typen <math>f(x) = ax + b</math>, hvor <math>a</math> og <math>b</math> er reelle tal.</p> <p><i>Graf og skæringspunkter</i></p> <p>Grafen for en lineær funktion er en ret linje, der har <math>a</math> som hældningskoefficient. Enhver ret linje, der ikke er lodret, er graf for en lineær funktion.</p> <p>Grafen for <math>f(x)</math> skærer y-aksen i punktet <math>P(0, b)</math>, da <math>f(0) = a \cdot 0 + b = b</math>.</p>	<p><u>Lineær funktioner:</u></p> <p>En lineære funktion er en funktion der beskrives ved <math>f(x) = ax + b</math>, hvor <math>a</math> og <math>b</math> er reelle tal.</p> <p><math>a</math> = hældningskoefficienten og <math>b</math> = skæring med y-aksen.</p>
Formulering i skriveordren	Formulering i elevbesvarelsen (første udgave)
<p>Grafen skærer ikke x-aksen, nærmer sig men rører aldrig. X-aksen er asymptote, dvs. en ret linje som grafen nærmer sig men aldrig rører.</p>	<p>For en eksponentiel funktion er x-aksen en asymptote. En asymptote er en ret linje (x-aksen), som grafen nærmer sig men aldrig rammer.</p>

Figur 43 Sammenligning af formuleringer, første udgave, Stx1gMat14

<sup>54</sup> Clausen et al. (2005: 86).

<sup>55</sup> Se Figur 41.

I begge eksempler vist i Figur 43 er formuleringerne fra henholdsvis lærebog og skriveordre fra et matematikfagligt synspunkt mere præcise og i lærebogens tilfælde også mere informative end de tilsvarende formuleringer i elevbesvarelsen. Det er i forlængelse heraf værd at overveje, om elevernes besvarelse alene er en 'dårlig gengivelse' af skriveordre og lærebøger. En sådan opfattelse overser imidlertid, at eleverne i en vis forstand er på en håbløs mission. Gode sætninger er vanskelige at skrive om. De beskrivelser,<sup>56</sup> der efterspørges i skriveordren, findes allerede i lærebøgerne og til dels i skriveordren, og i disse tilfælde er der tale om specialiserede, kondenserede skriftlige tekster, hvor formuleringerne er kortfattede og matematikfagligt præcise. Samtidig er der både gennem skriveordren og i den lærerfaglige skrivekultur i stx-klassen etableret en mere eller mindre implicit forventning om, at eleverne ikke 'bare' plagierer lærebøger og skriveordrer i deres besvarelser. Det kan således ikke alene være i lyset af kriterier som *precision* eller *kondensering*, elevbesvarelsen skal læses, men derimod snarere i relation til den konkrete skrivehændelse i lyset af *transformation* og *omskabelse (remaking)* (Kress, 2000: 156).

Transformation indebærer i Kress' forstand ikke nødvendigvis, at de socialt tilgængelige ressourcer som transformeres, samtidig forbedres. Men omskabelsen af de oprindelige kilder involverer, at der fra elevernes side er foretaget *valg*. Valg, der knytter sig til deres skrivning, og hvor de i den konkrete skrivehændelse har været i en form for *dialog* med de kilder, hvorpå deres besvarelse er baseret. Eleverne har således mere eller mindre bevidst valgt at medtage noget matematikfagligt indhold fra kilderne og udeladt andet. Det fortolkes i denne sammenhæng som et tegn på, at de undervejs i skriveprocessen har forholdt sig til, hvad der i den konkrete skrivehændelse er centralt i forhold til skriveordrens krav om at give en beskrivelse af de tre funktionstyper.

Lærebøger og skriveordre er imidlertid ikke de eneste inspirationskilder, som træder frem gennem et intertekstualitetsperspektiv på elevbesvarelsen. Mindst to andre typer af skriftlige kilder kan identificeres. Den første af disse er elevernes skriftlige noter fra matematikundervisningen, der, som det ses ved at sammenligne uddragene vist i Figur 44 og Figur 45 nedenfor, ligeledes optræder i en transformeret version i elevbesvarelsen.

---

<sup>56</sup> I det følgende benyttes betegnelsen *beskrivelse* om denne del af elevbesvarelsen, fordi en sådan betegnelse benyttes i skriveordren, og fordi eleverne i besvarelsen ikke anvender nogen egentlig betegnelse, som fx *referat* eller *redegørelse*.

Sætning om bestemmelse af  $a$  og  $b$  ud fra  
2 punkter for en eksponentiel funktion.

$$a = \sqrt{x_2 - x_1} \sqrt{\frac{y_2}{y_1}}$$

$$b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$$

Bevist for dette

for  $a$

- Vi har 2 punkter på grafen:  $(x_1, y_1)$  og  $(x_2, y_2)$   
dvs.

$$\underline{y_1 = b \cdot a^{x_1}} \quad \text{og} \quad \underline{y_2 = b \cdot a^{x_2}}$$

vi

- vi dividerer de to ligninger med hinanden

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{b \cdot a^{x_2}}{b \cdot a^{x_1}} \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = \frac{a^{x_2}}{a^{x_1}} \Rightarrow \frac{y_2}{y_1} = a^{x_2 - x_1} \Rightarrow \sqrt{x_2 - x_1} \sqrt{\frac{y_2}{y_1}} = a$$

for  $b$

Se nu på  $y_1 = b \cdot a^{x_1}$

$$\frac{y_1}{a^{x_1}} = \frac{b \cdot a^{x_1}}{a^{x_1}} \Leftrightarrow \underline{\frac{y_1}{a^{x_1}} = b}$$

Figur 44 uddrag fra Kaspers noter fra matematikundervisningen i 1g

Bestemmelse af a og b ud fra to punkter på grafen

Formlen til at beregne a ud fra to punkter:  $a = \sqrt[2]{\frac{y_2}{y_1}}$  ✓

Formlen til at beregne b ud fra to punkter:  $b = \frac{y_1}{a^{x_1}}$  ✓

Bevis for de to ovenstående formler:

**Bevis for a**

Man har 2 punkter på grafen:  $(x_1, y_1)$  og  $(x_2, y_2)$  dvs.  $y_1 = b \cdot a^{x_1}$  og  $y_2 = b \cdot a^{x_2}$ . ✓

Vi dividerer de to ligninger med hinanden:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{b \cdot a^{x_2}}{b \cdot a^{x_1}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{a^{x_2}}{a^{x_1}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{y_2}{y_1} = a^{(x_2 - x_1)}$$

$$\Downarrow$$

$$\sqrt[2]{\frac{y_2}{y_1}} = a$$

**Bevis for b**

Se nu på  $y_1 = b \cdot a^{x_1}$ :

$$\frac{y_1}{a^{x_1}} = \frac{b \cdot a^{x_1}}{a^{x_1}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{y_1}{a^{x_1}} = b$$

Figur 45 Uddrag af elevbesvarelse Stx1gMat14, første udgave, teoridelen

Selvom der i dette tilfælde i modsætning til elevernes brug af skriveordre og lærebøger faktisk er formuleringer, der er gengivet ordret i elevbesvarelsen, vil jeg igen argumentere for, at der er tale om transformation, idet både layout og flere af formuleringerne i Kaspers egne noter er ændret af gruppen i forbindelse med elevbesvarelsen.

Den sidste kilde, der står frem, er en elevbesvarelse, som Anna skrev i starten af 1g i forbindelse med Stx1gMat7. Besvarelsen bestod i dette tilfælde af et resume på i alt 2 sider af emnet *lineære sammenhænge*. Den første side af Annas resume er vist i Figur 46 nedenfor.



## Resume af forløb om lineære sammenhænge

### Hvad er en lineære funktion?

En lineære funktion er en funktion der beskrives ved  $F(x) = ax + b$ , hvor  $a$  og  $b$  er reelle tal.  
 $a$  = hældningskoefficienten og  $b$  = skæring med  $y$ -aksen.

Hvis  $a > 0$  så er grafen voksende.

...  $a < 0$  så er grafen aftagende.

...  $a = 0$  så er grafen konstant (vandret linje)

...  $b = 0$  så er det en proportional (dvs. en ret linje der går gennem  $(0,0)$ )

### Hvordan bestemmer man forskriften for en lineære funktion?

Der er to forskellige måder at finde forskriften for en funktion, de kræver dog begge, at man kender punkter/et punkt.

Den ene måde er at man skal kende to punkter  $(x_1, y_1)$  og  $(x_2, y_2)$  dette er to tilfældige og forskellige punkter på linjen. Når man har disse punkter kan man ud fra denne formel finde hældningskoefficienten.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

Bagefter skal man så finde skæring med  $y$ -aksen ( $B$ ), og det gør man ved hjælp af punkterne og hældningskoefficienten. Formlen for  $B$  er:

$$y_1 - a \cdot x_1 = b$$

Den anden måde er at man skal kende et punkt, men også hældningskoefficienten for linjen. Et punkt er  $(x_1, y_1)$ , da  $A$  allerede er kendt, kan vi så sætte den ind i overstående formel.

### Værdimængde, definitionsmængde, uafhængig og afhængig.

Værdimængde også kaldet  $V_m$ , angiver en mængde af værdier, som en funktion kan returnere (når man indsætter elementer fra definitionsmængden)

Definitionsmængde også kaldet  $D_m$ , angiver de værdier som variabelen  $x$  må antage, for en funktion giver mening (dvs. at den kan udregnes)

Indenfor lineære funktioner, har vi en afhængig og uafhængig variable.  $X$  er altid den uafhængige!! Og  $y$  er altid den der afhænger af  $X$ .

### De 4 repræsentations former:

Der er fire måder at repræsentere lineære sammenhænge på:

Naturligt sprog, som almindelige ord.

Matematisk sprog, som funktioner, eks.  $F(x) = 8x - 9$ .

Sildeben/tabel.

Eller en graf.

Figur 46 Uddrag af Annas resume af emnet lineære sammenhænge, Stx1gMat7

Sammenholdes første side af gruppens besvarelse af Stx1gMat14, vist i Figur 41 ovenfor, med uddraget af Annas resume vist i Figur 46, bliver det tydeligt, hvordan elevbesvarelsen af temaopgaven bygger videre på Anna resume. Igen ser gruppens skriveproces således ud til at involvere transformation, hvor eleverne, måske Anna selv, er gået i dialog med andre typer af skriftlige matematikfaglige tekster. I Annas resume optræder der fx nogle afsnit om lineær

regression og kritisk vurdering af regressionsmodeller, som *ikke* optræder i den første udgave af elevbesvarelsen af temaopgaven. Der er således igen foretaget mere eller mindre bevidste valg, hvor noget er medtaget og andet er udeladt. Samtidig optræder der i besvarelsen af temaopgaven delafsnit, fx om eksponentialfunktioner og potensfunktioner, som *ikke* optræder i Annas resume, der jo kun omhandler lineære sammenhæng. Gruppens besvarelse af temaopgaven er således udvidet på det indholdsmæssige plan sammenlignet med Annas tidligere resume. Endelig bliver det ved at sammenholde uddragene i Figur 41 og Figur 46 klart, at gruppen faktisk benytter den respons, Anna fik fra stx-læreren til sit resume. Arbejdet med temaopgaven giver således Anna og måske resten af gruppens elever en reel mulighed for at benytte den feedback, Anna tidligere har modtaget, til at arbejde videre med skriftlige matematikfaglige formuleringer og udtryksformer. Denne mulighed for at benytte skriftlig respons til at arbejde produktivt videre med matematikfaglig skrivning udbygges imidlertid yderligere ved, at gruppens besvarelse af temaopgaven afleveres i to omgange og undervejs kommenteres af nogle andre elever fra stx-klassen. I Figur 41 ovenfor og Figur 47 nedenfor udgør de håndskrevne passager således eksempler på den skriftlige respons, Anna og Kaspers gruppe modtager fra en anden gruppe elever fra stx-klassen.



Kunne forklares bedre

For alle potensfunktioners grafer går gennem punktet (1,b). Det vil også sige at b ikke er skæringen med y-aksen. ? *formulering*

$$f(x) = b \cdot x^a$$

$$f(1) = b \cdot 1^a = b \cdot 1 = b$$

b afgør altså hvor ~~grafen~~ *punktet* er når x er 1.

Forskrifter:

Der er to forskellige måder at finde forskriften for en potensfunktion, de kræver dog begge, at man kender mindst punkter eller et punkt og a. *hvad er a?*

Den ene måde er at man skal kende to punkter  $(x_1, y_1)$  og  $(x_2, y_2)$  dette er to *vilkårlige* forskellige punkter på linjen. Når man har disse punkter kan man ud fra disse *formler* punkter bestemme a og b:

$$a = \frac{\ln(y_2) - \ln(y_1)}{\ln(x_2) - \ln(x_1)} \quad b = \frac{y_1}{x_1^a} \quad \checkmark$$

Ekspontielle funktioner:

Forskrifter:

Forskriften for en eksponentiel funktion lyder:  $f(x) = b \cdot a^x$

- x kan være alle reelle tal.  $a > 0$  og  $b > 0$ .
- b er skæringen med y-aksen

*} kunne have været skrevet med matematiksprag ☺*

a's betydning for grafen:

- $0 < a < 1$  vil grafen være aftagende.
- $a = 0$  vil grafen være konstant.
- $a > 1$  vil grafen være tiltagende. *vo kende*

For en eksponentiel funktion er x-aksen en asymptote. En asymptote er en ret linje (x-aksen), som grafen nærmer sig men aldrig rammer. *En graf ville være godt ☺*

Figur 47 Uddrag af elevbesvarelse inklusiv elevrespons, Stx1gMat14, første udgave, teoridelen

Ved at betragte den skriftlige respons i henholdsvis Figur 41 og Figur 47 ses det før det første, at de elever, som giver den skriftlige respons, netop forstår denne opgave som det at give respons *både* til besvarelsens faglige indhold *og* til dens tekstuelle form. Og derudover, at eleverne giver kvalificeret

respons til besvarelsen, både når det drejer sig om indhold og form. Eksempler, der illustrerer dette, ses fx i uddraget i Figur 47, hvor matematikfaglige begreber rettes ("tilfældige vilkårlige" eller "tiltagende voksende"), knudrede formuleringer kommenteres (se uddragets første linje), og matematikfagets karakteristiske semiotiske ressourcer, matematiske symboler og grafer, efterlyses ("kunne have været skrevet med matematiksprog ☺" eller "En graf ville være godt ☺").

På baggrund af den skriftlige respons fra deres klassekammerater skriver Anna og Kaspers gruppe en ny udgave af deres besvarelse. I denne udgave er både den første teoridel og den anden opgavedel ændret betydeligt. Alene det forhold, at besvarelsens omfang er steget fra 15 sider til 25 sider, indikerer, at eleverne har arbejdet videre med deres besvarelse.

I teoridelen er flere af afsnittene viderebearbejdet, blandt andet ved at gruppen har tilføjet uddybende forklaringer i skriftligt verbalsprog eller har tilføjet matematikfaglige grafer som illustrationer. Derudover er der tilføjet et nyt afsnit om emnet *regression*, som er vist i Figur 48 nedenfor.

### Regression

Regression er en metode til at finde den bedste sammenhæng mellem nogle variable.

Når man bruger regression, skal man bedømme sin sammenhæng ud fra 3 vurderingskriterier:

1. Forklaringsgraden  $r^2$  skal være så tæt som muligt på 1, helst større end 0,95, hvis sammenhængen skal give god mening.
2. Kunne en anden sammenhæng beskrive punkterne bedre? Dette afsløres ud fra residualplottet, ved at se på om punkterne ligger tilfældigt eller systematisk omkring linjen. Eller om der er nok målinger, fx. hvis der kun er to punkter vil der komme en ret linje og dette er ikke præcist nok som beskrivelse.
3. Giver modellen realistiske forudsigelser? Det er her ens sundefornuft skal bruges.

Figur 48 Uddrag af elevbesvarelse, Stx1gMat14, anden udgave, teoridelen

Der er igen tale om et tekstafsnit, der bygger videre på Annas resume om lineære sammenhænge, hvilket bliver tydeligt gennem en sammenligning af de to besvarelser (se Figur 48 ovenfor og Figur 49 nedenfor).

**Hvad er lineære regression?** *no' linear regression is a metode til at finde den rette linje der bedst beskriver et antal punkter*

Lineære regression er nogle punkter, som man skal finde en forskrift for, så man kan finde sammenhængen imellem punkterne.

Hvis en ret linje ikke kan tegnes mellem punkterne, kan det være nødvendigt at tegne en linje gennem gennemsnittet af de punkter man har, for at få en sammenhæng.

*det er lidt uklart!*

**Kritisk vurdering af regressionsmodeller:**

Der er tre regler indenfor vurdering af regressionen.

- 1)  $R^2$  skal være så tæt som muligt på 1 og helst større end 0,95. Hvis sammenhængen skal give god mening. ✓
- 2) Kunne en anden sammenhæng beskrive punkterne bedre? Dette afsløres ud fra residualplottet ved at se på om punkterne ligger tilfældigt eller systematisk omkring linjen. Eller om der er nok målinger, fx. hvis der kun er to punkter vil der komme en ret linje og dette er ikke præcist nok. ✓  
En anden sammenhæng kunne være: eksponentiel regression eller kvadratisk regression.
- 3) Giver modellen realistiske forudsigelser? ✓

**Hvad er residualplottet?**

Residualplottet er en beskrivelse af punkters afstand til den lineære linje. ✓

Figur 49 Uddrag af Annas resume af emnet lineære sammenhænge, Stx1gMat7

Selvom ligheden mellem de to afsnit om regression er slående, er der imidlertid også afgørende forskelle. Hvor uddraget fra Annas resume udelukkende beskæftiger sig med *lineær* regression, omhandler uddraget fra gruppens besvarelse regression generelt, og hvor Anna i sit resume beskriver regression som "... nogle punkter, som man skal finde en forskrift for, så man kan finde sammenhængen mellem punkterne." (se Figur 49), hvilket stx-læreren i sin skriftlige respons gør opmærksom på *ikke* er korrekt, beskrives regression i gruppens besvarelse som "... en metode til at finde den bedste sammenhæng mellem nogle variable." (se Figur 48). Som det var tilfældet ovenfor, ser vi altså igen, hvordan Anna og måske hele gruppen gennem skrivehændelsen får mulighed for at benytte den af stx-læreren tidligere givne feedback til at fokusere på og forbedre sin matematikfaglige skrivning. Brugen af den skriftlige feedback viser således, hvordan det processuelle element i skriveforløbet tilbyder gruppens elever mulighed for eksplicit at fokusere på deres besvarelse som skriftlig *kommunikation* og ikke alene som matematikfagligt indhold i transparente tekstuelle beholdere. Jeg vil argumentere for, at dette udgør en læringsmulighed, der knytter sig til elevernes mulighed for at udvikle sig som matematikfaglige skrivere.

Det blev desuden gennem analysen af elevbesvarelsernes genese tydeligt, hvordan den endelige elevbesvarelse må forstås ikke som resultatet af en isoleret skrivehændelse, men derimod som et led i en tekstuel kæde af forskellige ytringer i dialog med hinanden (jf. Bakhtin, 1986, se kapitel 4). Som vist ovenfor indbefatter disse forskellige ytringer i det konkrete tilfælde bl.a. elevernes individuelle noter og besvarelser af skriveordrer fra matematikundervisningen, elev- og lærerrespons, lærebøger, skriveordren og tidligere udkast til besvarelsen. Det samlede skriveforløb, der indrammer temaopgaven, giver således gruppens elever og antagelig resten af stx-klassens elever mulighed for at gå i *legitim dialog* med en række mere eller mindre autoritative

matematikfaglige tekster, der derved sættes i bevægelse og i sidste ende fletter sig ind i elevernes endelige besvarelse. Gennem skriveforløbet åbnes på den måde relevante læringsmuligheder for eleverne.

I interviewsamtalerne taler jeg i flere omgange med både Anna og Kasper om arbejdet med temaopgaver i stx-klassen.

Steffen: Prøv at beskrive forskellen på en temaopgave og så en aflevering?

Kasper: Ja altså, vi har ikke lavet så mange, men for det meste så er arbejdsformen jo lidt anderledes, fordi man arbejder i grupper. Man kan også sagtens lave den alene, men den er jo større. Den, vi skrev i matematik, der var det sådan tredive sider. Den er længere, og der er selvfølgelig meget mere at skrive.

Steffen: Hvad tænker du på?

Kasper: Der er meget mere tekst,<sup>57</sup> ikke? Mere teori og mere forklaringer, hvor der er mere regneopgaver i afleveringerne, ikke? Selvfølgelig skal man også forklare, hvad man gør. I temaopgaverne, der bliver det jo gennemgået fuldstændigt. Teorien, det bliver skrevet ned, ikke?

Interview 1 med Kasper, september 2011

Som det fremgår af interviewuddraget, er der ud over den mere udprægede brug af skriftligt verbalsprog et forhold, der for Kasper tydeligt adskiller arbejdet med temaopgaver fra arbejdet med traditionelle matematikopgaver. Dette forhold er knyttet til arbejdsformer, der i stx-klassen for temaopgavernes vedkommende typisk er forbundet med kollektive skriveprocesser.

Det var først i forbindelse med de tematiske analyser af interviewsamtalerne, dvs. *efter* at den empiriske del af casestudierne var afsluttet, at det stod klart for mig, hvor konsekvent de to elevdeltagere fra stx-klassen fremhævede de kollektive skriveprocesser som noget, der for dem knyttede sig specielt til arbejdet med temaopgaver. Dette aspekt blev især tydeligt i næranalyserne af de identificerede uddrag fra interviewsamtalerne, hvor vi taler specifikt om arbejdet med temaopgaver i stx-klassen. Ikke i ét eneste af disse uddrag introduceres temaet arbejdsformer eksplicit gennem interviewspørgsmål til elevdeltagerne, og på trods af dette var et af de mest gennemgående forhold, elevdeltagerne beskrev i disse uddrag, netop de kollektive skriveprocesser.

Betragtes den samlede mængde skriveordrer, stx-klassens elever arbejdede med matematikundervisningen i løbet af de tre års uddannelse, bliver dette forhold forståeligt (se Figur 16, s. 115). Besvarelser af traditionelle matematikopgaver skal ifølge skriveordrerne besvares individuelt, mens besvarelser af ikke-traditionelle skriftlige opgaver i næsten alle tilfælde *skal* eller

---

<sup>57</sup> Ud fra sammenhængen forstår jeg her *tekst* som skriftligt verbalsprog.

*må* besvares kollektivt af eleverne. Kollektive skriveprocesser er således næsten udelukkende sat i system fra lærerens side, når der arbejdes med ikke-traditionelle opgavegenrer. Det er i det perspektiv ikke svært at forstå elevdeltagernes fokusering på kollektive arbejdsformer, når emnet for interviewsamtalerne var temaopgaver. En systematisk gennemlæsning af den samlede mængde skriveordrer anvendt i htx-klassen (se Figur 18, s. 120), viser interessant nok en næsten tilsvarende korrelation mellem kollektive skriveprocesser og brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i det skriftlige arbejde.

I interviewsamtalerne beskriver begge elevdeltagere fra stx-klassen, hvordan kollektive skriveprocesser i praksis byder på udfordringer i skriveprocessen, og både Anna og Kasper opfatter således denne arbejdsform som på en gang *givende* og *krævende*. Pointen illustreres måske tydeligst ved, at Anna i løbet af de to år, hvor jeg i casestudiet følger stx-klassen, i interviewsamtaler konsekvent giver udtryk for, at hun foretrækker at skrive sine besvarelser individuelt, men på trods af dette i forbindelse med den sidste temaopgave (Stx3gMat12) alligevel *selv* vælger at skrive sin besvarelse sammen med en klassekammerat.

De kollektive skriveprocesser tilbyder altså 'noget', som ifølge elevdeltagerne er værd at forfølge. I en af interviewsamtalerne med Anna, hvor vi taler om temaopgaven *Vodkaklovn* fra 2g (Stx2gMat5 og Stx2gMat9), beskriver hun netop, hvordan den kollektive skriveproces fx giver hende mulighed for faglig sparring med de andre elever i gruppen.

Steffen: Hvordan med projekt *Vodkaklovn*? Hvordan adskilte den sig? Hvis den gjorde?

Anna: Det er nok, fordi at det er en gruppeaflevering, hvor man ... Det er lidt en sværere opgave at blive stillet. Hvis man er alene, vil jeg synes ... Jeg ville ikke vide, hvad jeg skulle gøre, hvis jeg skulle sidde med den opgave alene. Hvor, når man er i gruppe, er det meget let lige at finde ud af, hvad det er, man skal, og hvor man kan supplere hinanden.

Interview 3 med Anna, februar 2012

Med udgangspunkt i den samme temaopgave taler jeg også med Kasper om hans opfattelse af kollektive skriveprocesser, der i stx-klassen knytter sig til temaopgaver. Som det ses af uddraget nedenfor, kan denne arbejdsform ifølge Kasper i nogle tilfælde være opslidende, bl.a. fordi den kan resultere i eksplicitte forhandlinger af tekstnormer blandt eleverne i gruppen.

- Steffen: Kan du godt lide at skrive i grupper på den måde?
- Kasper: Ja, både-og, fordi det er sjovt at se, hvad andre gør, og man kan finde frem til tingene måske hurtigere og på nogle kloge måder, når der er flere hjerner, der kan arbejde. Men det kan også blive irriterende, at man ikke bare kan få lov til at skrive det, man selv gerne vil skrive. Man kan nemt være uenig med, hvad man synes.
- Steffen: Kan du give et eksempel, altså hvordan fungerede det fx i den gruppe med Vodkaklovn?
- Kasper: Den sidste del i vores gruppe, der fungerede det meget godt med, hvad vi skulle lave. Men ellers kan det jo være at altså ... ja jeg ved ikke ... det er mest sådan, at alle er jo ... der er ikke nogen tvivl om, at det er matematisk rigtigt eller forkert, kan man sige, ikke? Men mere sådan vejen til at nå frem til det og formuleringen af, hvad vi gør. Der er der jo forskellige måder at skrive på, ikke? Og der kan alle være lidt stædige i gruppen. Eller der er måske én, der gerne vil trumfe lidt eller sådan synes, gør det på min måde. Og så er det selvfølgelig lidt irriterende, og det er også irriterende, hvis man selv gør det, ikke?

Interview 3 med Kasper, marts 2012

Det er ifølge Kasper ”irriterende, at man ikke bare kan få lov til at skrive det, man selv gerne vil skrive”, og det kan også være irriterende, når der er én, der gerne vil bestemme (”trumfe lidt”). I lyset af kapitlets fokus på læringsmuligheder vil jeg dog pege på, at det gennem interviewsamtalen samtidig bliver klart, at stx-eleverne i deres arbejde med ikke-traditionelle opgavegenrer, her temaopgaver, *qua* de kollektive skriveprocesser ser ud til at blive deltagere i eksplicite forhandlinger af tekstnormer, der knytter sig til matematikfaglig skrivning i den pågældende lærerfaglige skrivekultur. Jeg vil i den sammenhæng argumentere for, at forhandlinger af tekstnormer, irriterende eller ej, for eleverne involverer læringsmuligheder, som i casestudierne ikke ser ud til på samme måde at være til stede, når der i klasserne arbejdes med traditionelle matematikopgaver. I forbindelse med elevernes arbejde med temaopgaven Vækst (Stx1gMat14) beskrevet ovenfor, blev det desuden klart, at sådanne forhandlinger af tekstnormer ikke alene fandt sted *internt* i de enkelte skrivegrupper, men også *ekstern* blandt forskellige grupper og mellem stx-læreren og elevgrupperne, specielt gennem gensidig formativ respons. Den anden udgave af elevbesvarelsen, som Anna og Kaspers gruppe skrev, var i den forstand netop resultatet af en langstrakt intern og ekstern forhandling mellem gruppens medlemmer, andre elever fra stx-klassen og klassens matematiklærer. I udvekslingerne mellem de forskellige deltagere i skrivehændelsen blev der eksplicit fokuseret på, hvad der konstituerede en anerkendelsesværdig matematikfaglig tekst i den givne sammenhæng, og opmærksomheden var i den sammenhæng rettet mod både fagligt indhold, tekstuel form og social brug af de forskellige elevbesvarelser.

## 7.2 Projekter og projektopgaver

Eleverne i htx-klassen arbejder i løbet af de tre års matematikundervisning med i alt 12 ikke-traditionelle matematikopgaver, og 9 af disse betegnes i skriveordrerne som *projekter* eller *projektopgaver*. I 3g arbejder eleverne med tre forskellige projekter, hvoraf det ene, *Karruselprojektet* (Htx3gPro1), vil blive analyseret som en nøglehændelse nedenfor. Karruselprojektet er det første skriftlige projekt, eleverne arbejder med i 3g, og således det første projekt, de skriver i samarbejde med den pågældende htx-lærer (Lærer 4, jf. Figur 18, s. 120).

### 7.2.1 Begreberne projekter og projektopgaver i læreplan og vejledning (htx)

Skriftlige projekter optræder i læreplanerne for htx, matematik A i afsnit 3.2 om arbejdsformer og i afsnit 4.2 om prøveformer.<sup>58</sup> I sidstnævnte afsnit slås det fast, at der, såfremt klassens elever skal til mundtlig eksamen, skal afholdes en ”Mundtlig prøve på grundlag af projekterne fra undervisningen (...)” (Læreplan for matematik A, htx, juni 2010, 4.2). De skriftlige projekter tilskrives derved et tydeligt strategisk formål i matematikundervisningen. I 2008-udgaven af læreplanen benyttes der i denne sammenhæng betegnelsen *projektrapporterne*, mens der i 2010-udgaven benyttes betegnelsen *projekterne*. Denne genremæssige udvidelse er konsekvent gennem hele 2010-udgaven af læreplanen. I 2011-udgaven af vejledningen veksles der mellem de to betegnelser. Der er dog i forhold til tidligere åbnet for et multimodalt perspektiv, idet der ” er åbnet op for at dokumentationen for projekterne kan være rapporter, artikler, podcasts, plancher m.m.” (Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, Skriftlighed).

Både i 2008- og i 2010-udgaven af læreplanen indledes afsnit 3.2 om arbejdsformer med en pointering af, at matematikundervisningen skal være såvel emne- som projektorienteret, og af det efterfølgende afsnit om skriftligt arbejde fremgår det, at eleverne i undervisningen skal udfærdige ”dokumentation for et antal projekter, der tilsammen dækker hovedområderne inden for kernestoffet og det supplerende stof.”<sup>59</sup> (Læreplan for Matematik A, htx, juni 2010, 3.2). I begge udgaver af læreplanen understreges det, at ”Projekterne er større åbne opgaver, hvor eleven selv skal tage stilling til dele af opgavens forudsætninger og eventuelt indhold.”<sup>60</sup> (Læreplan for Matematik A, htx, juni 2010, 3.2). Her anføres altså en tydelig forskel mellem traditionelle matematikopgaver og projekter, idet traditionelle matematikopgaver netop er kendetegnet ved, at elever typisk *ikke* skal tage stilling til hverken forudsætninger for eller indhold af selve opgaverne. Projekterne skal i modsætning hertil gøre det muligt at arbejde selvstændigt. Denne sammenknytning af projekter eller projektopgaver og *muligheden for selvstændighed* videreføres både i 2008- og i 2011-udgaven af vejledningen, idet det her understreges at:

---

<sup>58</sup> Emil og Christophers undervisning i faget matematik følger læreplan og vejledning for htx, matematik A fra 2008. Denne udgave af læreplan og vejledning er revideret i årene 2010-2011, som det også er tilfældet med andre gymnasiale fags styredokumenter. Begge udgaver af læreplan og vejledning omtales derfor i afsnit 1.2.1.

<sup>59</sup> Her benyttes betegnelsen *projektrapporter* i 2008-udgaven af læreplanen.

<sup>60</sup> I 2008-udgaven af læreplanen anvendes betegnelsen *projektarbejderne* i stedet for *projekterne*.

Det er vigtigt, at læreren udarbejder projektoplæggene på en sådan måde, at der i slutningen af forløbet lægges op til en besvarelse, hvor eleven kan demonstrere evnen til selvstændigt at analysere et givet problem og opstille en løsningsmodel. Oplæggene må derfor ikke ligne traditionelle matematikopgaver, hvor alle oplysninger er givet, og eleven ledes gennem besvarelsen med konkrete spørgsmål.

Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, Skriftlighed<sup>61</sup>

Herudover peges der i vejledningen på, at ”Projekterne træner i særlig grad elevernes modelleringskompetence og deres kommunikations-kompetence.” (Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, Skriftlighed<sup>62</sup>), og i den forbindelse bør der lægges vægt på, at ”dokumentationen for et projekt fremstår som en helhed med en god kommunikationsværdi, hvilket vil sige, at besvarelsen kan læses (eller ses) og forstås, selv om læseren ikke kender opgaven på forhånd.” (Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, Skriftlighed<sup>63</sup>).

Begge udgaver af vejledningen tager eksplicit udgangspunkt i en kompetenceforståelse af matematikfaget og benytter den for matematikfaget indflydelsesrige rapport *Kompetencer og Matematiklæring* (Niss & Højgaard, 2002) som sit grundlag. I vejledningerne defineres kommunikationskompetence som havende både en udadrettet produktiv dimension og en indadrettet receptiv dimension, idet:

Denne kompetence består i

- at kunne sætte sig ind i og fortolke andres matematikholdige udsagn og ”tekster”<sup>64</sup>
- at kunne udtrykke sig på forskellige måder og på forskellige niveauer af teoretisk eller teknisk præcision om matematikholdige anliggender
- at kunne udtrykke sig skriftligt, mundtligt eller visuelt over for forskellige kategorier af modtagere.

Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, de faglige mål<sup>65</sup>

Selvom der, som bemærket ovenfor, i 2011-udgaven af vejledningen er åbnet for at dokumentation for et projekt kan antage forskellige udtryksformer, vil projekter, som det formuleres i vejledningen, ofte resultere i en *rapport*. I den forbindelse peges der på et yderligere formål med projekterne.

---

<sup>61</sup> Formuleringen går ordret igen i 2008-udgaven af vejledningen, afsnit 3.3 Arbejdsformer.

<sup>62</sup> Formuleringen går ordret igen i 2008-udgaven af vejledningen, afsnit 3.3 Arbejdsformer.

<sup>63</sup> Formuleringen går ordret igen i 2008-udgaven af vejledningen, afsnit 3.3 Arbejdsformer.

<sup>64</sup> Det er uklart, hvorfor ordet *tekster* sættes i citationstegn på dette sted, men det antyder, at begrebet er uafklaret i den givne fremstilling.

<sup>65</sup> Formuleringen går ordret igen i 2008-udgaven af vejledningen, afsnit 2.1 Faglige mål.



Formålet med en matematikrapport er at give eleverne mulighed for at fremstille skriftlig dokumentation for en konkret problemstilling på et niveau eleven selv vælger. Det er derfor vigtigt at lave en åben problemformulering, så både stærke og svage elever kan finde udfordringer.

Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, de faglige mål

En sådan sammenknytning af matematikrapporter og muligheden for undervisningsdifferentiering findes ikke i 2008-udgaven af vejledningen.

I begge udgaver af vejledningen angives en *skabelon* eller *struktur* for, hvordan en matematikrapport kan opbygges. I 2008-udgaven står der, at "Besvarelsen af en projektopgave bør indeholde følgende hovedafsnit" (Vejledning for matematik A, htx, 2008), mens denne formulering i 2011-udgaven er blevet til at "En sådan rapport vil typisk indeholde følgende hovedafsnit" (Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, Skriftlighed). Selve beskrivelsen af, hvad en projektrapport *bør* eller *typisk vil* indeholde, er enslydende i de to udgaver af vejledningen.

#### Opgaveanalyse:

En **kort** beskrivelse af, hvad opgaven går ud på, samt hvilke oplysninger der er givet.

Hvis der f.eks. mangler oplysninger, for at opgaven kan besvares, kan det være nødvendigt, at eleven drager nogle konklusioner og formulerer egne antagelser eller indhenter relevante oplysninger.

#### Løsningsmodel(ler):

En handlingsplan for, hvordan eleven tænker opgaven løst, og herunder hvilken matematisk teori, der skal anvendes i den relevante situation og om muligt også en begrundelse hvorfor. Dette afsnit træner eleven i at bevæge sig op på et højere abstraktionsniveau end blot at kunne løse en konkret opgave

#### Dokumentation:

Her skal selve opgaven løses, og alle udregninger dokumenteres, beskrives og evt. illustreres.

Det kan anbefales at eleven medtager et teoriafsnit, hvor den benyttede teori opsummeres og udvalgte dele uddybes. Relevante beviser medtages. Denne del er et godt afsæt for den mundtlige prøve.

#### Vurdering:

En diskussion af den fundne løsning i relation til opgaven, f.eks. de opstillede forudsætninger og antagelser.

Vejledning / Råd og vink for htx, matematik A, 2011, Skriftlighed<sup>66</sup>

Det ses, hvordan den skitserede struktur på en gang adskiller sig fra, hvad der typisk forventes, når elever skriver besvarelser til traditionelle matematikopgaver, men *samtidig*, hvordan strukturen alligevel indeholder en forventning om de samme grundlæggende elementer, som typisk indgår i

---

<sup>66</sup> Formuleringen går ordret igen i 2008-udgaven af vejledningen, afsnit 3.3 Arbejdsformer.

elevbesvarelser af traditionelle matematikopgaver: en beskrivelse af, hvad selve opgaven går ud på, en plan for, hvordan den skal løses, en løsning og en vurdering af den fundne løsning. Strukturen for besvarelser af projekter vist i uddraget ovenfor lægger i den forstand op til, at projekter skal bygges op omkring én eller flere matematiske problemstillinger, der skal løses af eleverne. Som det fremgik af afsnit 7.1.1 ovenfor, optrådte der i forbindelse med elevbesvarelser af temaopgaver ikke på samme måde en egentlig struktur eller skabelon for opbygningen af elevbesvarelser i læreplan og vejledning for matematik A på stx.

### **7.2.2 Projekt *Karrusel: Bevægelse i 2D* (Htx3gPro1)**

I starten af 3g arbejder htx-klassens elever med projektet *Karruselprojekt: Bevægelse i 2D* (Htx3gPro1). Det er det første projekt, eleverne arbejder med i 3g, og dermed det første projekt der stilles af denne htx-lærer, Lærer 4, jf. Figur 18, s. 120.

Skriveordren for Karruselprojektet består af en *indledende del*, vist på Figur 50, og en kreativ del, vist på Figur 51. De to dele adskiller sig på flere måder fra hinanden og analyseres derfor i det følgende hver for sig med hensyn til, hvilke forventninger og krav til elevbesvarelsen der formuleres.

Klassens navn

## Karruselprojekt: Bevægelse i 2D.

### Indledende del.

En 2-dimensionel bevægelse for en partikel, også kaldet en *2D-bevægelse* eller en *plan bevægelse*, kan i et koordinatsystem beskrives med en vektorfunktion af typen

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix},$$

hvor  $x(t)$  og  $y(t)$  fastlægger koordinaterne for partiklens position som funktion af tiden.

Som bekendt kan partiklens *hastighedsvektor*  $\vec{v}(t)$  findes ved at differentiere positionsvektoren, og partiklens *accelerationsvektor*  $\vec{a}(t)$  findes ved at differentiere hastighedsvektoren, altså

$$\vec{v}(t) = \vec{r}'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{a}(t) = \vec{v}'(t) = \vec{r}''(t) = \begin{pmatrix} x''(t) \\ y''(t) \end{pmatrix}.$$

1. Betragt vektorfunktionen givet ved

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 2t-1 \\ t^2-3t+2 \end{pmatrix}.$$

- Bestem hastighedsvektoren og accelerationsvektoren.
- Bestem den værdi af  $t$ , for hvilken partiklens fart er mindst.
- Vis, at banekurven er en parabel, og bestem en ligning for denne.

2. Giv et generelt bevis for, at hvis  $x(t)$  er et førstegradspolynomium i  $t$ , og  $y(t)$  er et andengradspolynomium i  $t$ , da bliver banekurven altid en parabel.

Fra matematik på 1. år husker I forhåbentlig, at en cirkel med centrum  $C = (a, b)$  og radius  $R$  kan beskrives ved ligningen

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2.$$

3. Bevis, at vektorfunktionen med forskriften

$$\vec{r}(\theta) = \begin{pmatrix} a + R \cdot \cos(\theta) \\ b + R \cdot \sin(\theta) \end{pmatrix},$$

har cirklen med centrum  $(a, b)$  og radius  $R$  som banekurve, når  $\theta \in [0, 2\pi]$ . Giv en geometrisk fortolkning af  $\theta$ , og forklar hvad der sker hvis man udvider intervallet for  $\theta$  til hele  $\mathbb{R}$ .

1

Figur 50 Skriveordre, Htx3gPro1, indledende del

Den første del af skriveordren indledes med en kort beskrivelse af sammenhængen mellem plane bevægelser, vektorfunktioner, hastighedsvektorer og accelerationsvektorer. Herefter stilles tre adskilte matematikopgaver, der indeholder i alt fem spørgsmål (se Figur 50). I denne del af skriveordren er kravene til elevbesvarelsens faglige indhold således tydeligt beskrevet, og der lægges ikke op til selvstændige valg fra elevernes side med hensyn til besvarelsens indholdsaspekt.

Der optræder i den første del af skriveordren ikke nogen eksplicite krav eller forventninger til elevbesvarelsens tekstuelle form, men, som det typisk er tilfældet med traditionelle matematikopgaver, lægger skriveordren med sin adskilte punktopstilling af delopgaver implicit op til en tilsvarende komposition for elevernes besvarelser.

Der angives hverken i denne del af skriveordren eller i den efterfølgende kreative del nogen eksplicite krav eller forventninger til elevbesvarelsen som social handling. Skriveordren udleveres imidlertid til eleverne i et af de matematikmoduler, jeg observerer i casestudiet af htx-klassen, og i forbindelse med udleveringen gør htx-læreren det klart for eleverne, at elevbesvarelsene skal afleveres individuelt.

**Kreativ del**

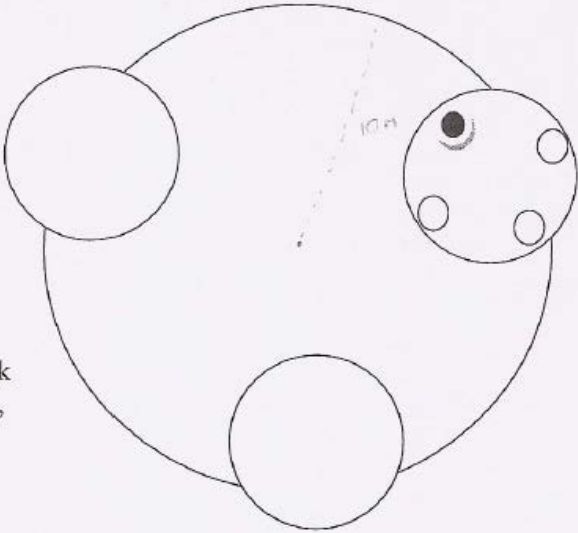
I en forlystelsespark findes en karrusel som består af flere cirkulære skiver der drejer rundt. I midten er en stor skive, den drejer rundt om sit centrum. Herpå er der monteret flere, lidt mindre cirkulære skiver der også drejer rundt – på de små skiver er fastgjort sæder, hvor de modige gæster kan få sig en herlig sammensat snurretur – se oversigtsskitsen nedenfor. Den sorte prik skal forestille en person der sidder i et sæde. Forestil dig, at de små skiver drejer rundt med samme hastighed, men med en anden hastighed end den store skive.

Din opgave er at give en matematisk beskrivelse af den bevægelse som en person gennemgår i en karruseltur, og vise bevægelsen i et koordinatsystem.

Du skal selv finde nogle realistiske mål og talstørrelser, og du må meget gerne prøve at beskrive mere end et eksempel på en karruseltur.

Til hver tur-eksempel skal du opstille udtryk bevægelsens hastighed, fart og acceleration, samt bestemme de steder eller tider hvor det kilder mest i maven 😊

Hvad bliver den højeste fart?



Figur 51 Skriveordre, Htx3gPro1, kreativ del

Den anden, kreative del af skriveordren indledes med en beskrivelse og en grafisk skitse af en bestemt type af karrusel, hvor to roterende skiver er placeret ovenpå hinanden (se Figur 51

ovenfor). Af denne del af skriveordren fremgår det, at eleverne i besvarelsene skal "give en matematisk beskrivelse af den bevægelse som en person gennemgår" når de kører en tur i karrusellen. Eleverne skal selv vælge "realistiske mål og talstørrelser" (se Figur 51), som de vil inddrage i deres beskrivelse, og der opfordres til, at elevbesvarelsen indeholder mere end ét eksempel på en karruseltur. For hvert eksempel skal eleverne opstille udtryk for karruselturens hastighed, fart og acceleration, de skal angive turens højeste fart og desuden det sted på karruselturen, hvor det kilder mest i maven. I modsætning til skriveordrens indledende del synes den kreative del af skriveordren således at kræve af eleverne, at de træffer valg med hensyn til besvarelsens faglige indhold.

Som det var tilfældet for skriveordrens indledende del, angives der i den kreative del heller ikke nogen eksplicite forventninger eller krav til besvarelsenes formaspekter. Ovenfor blev der argumenteret for, at der i den indledende del af skriveordren implicit blev lagt op til en punktopstillet elevbesvarelse. I den kreative del lægges der netop ikke op til en sådan, idet de enkelte delspørgsmål her er formuleret i én sammenhængende fremstilling.

Eleverne har i forbindelse med tidligere projekter i 1g og 2g benyttet den skabelon for projektrapporter, som optræder i vejledningen, og som blev beskrevet ovenfor i afsnit 7.2.1. Skabelonen blev udleveret til eleverne af Lærer 2 i forbindelse med det første projekt i 1g (Htx1gPro1). Når skriveordren til Htx3gPro1 ikke indeholder nogen eksplicite krav eller forventninger til elevbesvarelsenes komposition eller andre formaspekter, kunne det derfor forstås som en konsekvens af dette. Det vil sige, at eleverne simpelthen i den konkrete skrivehændelse forventes at benytte sig af den struktur for projektrapporter, som beskrives i vejledningen. At dette formentlig *ikke* er tilfældet, bliver klart i forbindelse med observationen af skriveordrens udlevering i htx-klassen. Htx3gPro1 var det første projekt, htx-læreren udleverede til klassens elever, og udleveringen førte til en længere mundtlig udveksling i plenum mellem elever og lærer. Flere af klassens elever spurgte i den forbindelse til krav og forventninger til besvarelsenes udformning, og undervejs blev både besvarelsenes indholdsaspekter og formaspekter diskuteret. I observationsskemaet fra det pågældende matematikmodul noterer jeg bl.a. følgende udveksling i plenum.

Elev fra htx-klassen: Hvordan skal man stille tingene op i en rapport?

Htx-lærer: Jeg ved godt, I har fået opgaveskabeloner, men tænk på det som en formidlingsopgave. Det skal være pænt og omhyggeligt.

Observationsskema, htx-klassen, august 2011

Jeg antager på baggrund af den efterfølgende dialog i klasserummet, at de eller den opgaveskabelon(er), htx-læreren i dette tilfælde henviste til, netop var skabelonen for projektrapporter i vejledningen.

Kort før htx-klassens elever skal aflevere deres besvarelser af Karruselprojektet, interviewer jeg begge elevdeltagere fra htx-klassen. I begge interviewsamtaler taler jeg med eleverne om deres arbejde med Karruselprojektet og om skriftlige projekter i matematikundervisningen generelt. Både Christopher og Emil giver udtryk for, at Karruselprojektet skiller sig ud fra tidligere projekter, de har arbejdet med. Begge elevdeltagere peger i den forbindelse på den indledende del af skriveordren som den afgørende forskel fra tidligere projekter.

Steffen: Hvad er forskellen på et projekt og en hjemmeopgave?

Christopher: Nu snakkede vi med /htx-lærerens navn/ om det her, fordi det kunne som sådan godt være, at nogle af de opgaver, der er stillet her, kunne godt være en del af en hjemmeopgave. Så jeg spurgte sådan, hvad er forskellen på en hjemmeopgave og det her projekt? Så kom jeg selv med det spørgsmål, om det var, fordi vi skulle prøve at uddybe lidt mere på de her opgaver. Komme lidt ud over de normale hjemmeopgaver, og så sagde hun, at ja, det var sådan den udvidede hjemmeopgave, kunne man godt sige, fordi det var nogle individuelle opgaver, man skulle svare på i den her projektdel, og så kom der ligesom den her kreative del, som minder mere om et projekt.

Interview 1 med Christopher, september 2011

Christopher stiller i interviewsamtalen spørgsmålsteget ved Karruselprojektets status *som projekt*. Den kreative del ”minder mere om et projekt”, men den indledende del virker som noget, der kunne ”være en del af en hjemmeopgave” (Interview 1 med Christopher, september 2011 ). Christopher beskriver, hvordan projekter er kendetegnet ved, at man skal ”lidt ud over de normale hjemmeopgaver”, og den første del af skriveordren lægger for ham ikke op til dette. Senere i samme interviewsamtale vender vi tilbage til arbejdet med projekter, og igen tager Christopher fat i metaforen *at komme ud over*, når han skal beskrive skriftlige projekters brugsaspekt, dvs. deres rolle som sociale handlinger i matematikundervisningen.

Steffen: Hvilken funktion har de her projekter? Hvad skal de bruges til? Hvad bliver de brugt til, når I er færdige?

Christopher: For det første er det for at komme lidt ud over bare at sidde og regne en opgave om vektorer og så sætte det lidt sammen med et praktisk problem. Og jeg har også tit stillet spørgsmål til mange af de temaer, vi har haft i matematik. Hvad filen kan man bruge det her til i praksis? For jeg har svært ved at se, at al den teori kan blive brugt på noget, og jeg spurgte præcis lige med det her, fordi jeg tænkte, hvad filen bruger man sådan noget mærkeligt noget til. Og så sagde hun også, at man kunne bruge det til at beskrive fx karruselture, og så viste hun et eksempel og nogle grafer, og så har jeg nemmere ved at se, hvorfor bliver den her det her ... hvorfor er det den her slags matematik, man bruger.

Interview 1 med Christopher, september 2011

Gennem arbejdet med skriftlige projekter i matematikundervisningen bliver det således ifølge Christopher muligt at ”komme lidt ud over bare at sidde og regne en opgave om vektorer” og samtidig at sætte matematikken ind i en bredere forståelsesramme, der knytter sig til dens anvendelse i praktiske problemstillinger. I det konkrete tilfælde tilbyder arbejdet med Karruselprojektet Christopher en (lærings)mulighed for at knytte det matematikfaglige emne vektorfunktioner til bevægelsen af forskellige karruselture, hvorved ”al den teori” i en vis forstand materialiseres gennem skrivehændelsen.

Christophers besvarelse af Karruselprojektet har et samlet omfang på 13 sider, og han modtager karakterbedømmelsen 7-10. Som skriveordren er Christophers besvarelse delt i to adskilte dele: en indledende del og en kreativ del. Christopher benytter således *ikke* den i vejledningen givne skabelon for opbygningen af sin besvarelse. Han overtager i stedet skriveordrens komposition, som blev beskrevet ovenfor. Selve skriveordren gengives da også næsten ordret i besvarelsen. Det samlede formmæssige udtryk af den første, indledende del af Christophers besvarelse er således, at besvarelsen mimer hans besvarelser af traditionelle hjemmeopgaver i den tilsvarende periode (se fx analyse af konstellation Htx3gMat5 i appendiks). Besvarelsens anden, kreative del indledes med en overskrift (**Fremgangsmåde:**), men derudover optræder der ingen yderligere markerede opdelinger i resten af teksten (se Figur 52). Også i denne del af besvarelsen eftergør Christopher således skriveordrens komposition.

## Fremgangsmåde:

Jeg vil gerne prøve at besvare opgaven systematisk, ved at opstille de vektorer for min karruseltur. Her har jeg lavet en skitse over, hvordan jeg forestillede mig de forskellige mål og punkter. Min store radius er 5m og den lille radius er 1,5m. Til at opstille mine vektorer har jeg angivet tre forskellige punkter, O, C og P.

Til at starte med, vil jeg opstille mine vektorer:

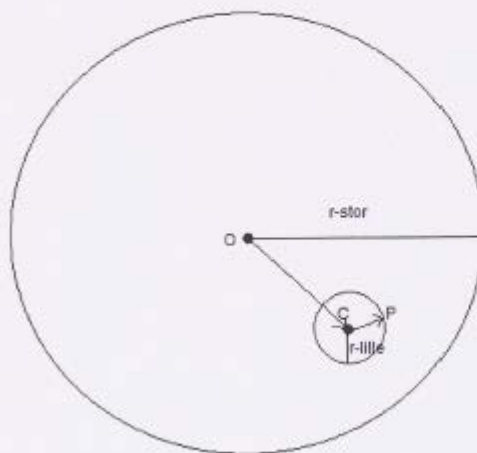
$$\vec{r}(t) = \vec{OC} + \vec{CP}$$

⇕

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} 3 \cdot \cos(0,5t) \\ 3 \cdot \sin(0,5t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1,5 \cdot \cos(2t) \\ 1,5 \cdot \sin(2t) \end{pmatrix}$$

Her har jeg sagt, at fra punktet O til C er der en radius på 3 og jeg vælger at det skal være cos og sin til 0,5t. vektoren CP har en radius på 1,5 og har jeg sin og cos til 2t.

Hvis jeg prøver at indsætte det i graph, vil det give mig en graf over bevægelsen af min karruseltur.



Figur 52 Uddrag Htx3gPro1, Kreativ del (Christopher)

Christopher løser i den første, indledende del af sin besvarelse fire af skriveordrens fem stillede matematikopgaver. I den anden, kreative del af besvarelsen beskriver han én karruseltur, hvor to skiver er placeret oven på hinanden som beskrevet i skriveordren (se Figur 51 og Figur 52).

I en interviewsamtale, kort efter at Christopher har indleveret sin besvarelse, taler vi om forskellene på de to dele af hans besvarelse og de muligheder for selv at være med til at præge både det



indholdsmæssige og det formmæssige aspekt, som besvarelsen åbner eller ikke åbner op for. Der findes, som han formulerer det, rigtige og forkerte svar i forbindelse med Karruselprojektet, men det er, og det er det afgørende for Christopher i denne sammenhæng, ikke *nødvendigvis* de samme svar for alle klassens elever.

Christopher: Altså hvis man vil udfordres lidt og arbejde med nogle endnu større ligninger eller vil have mere fat i selve ... altså jeg tænkte, jeg vil helst ikke ud og bevæge mig, hvor jeg sådan set bare svæver og tænker, jeg håber, lommeregneren kan hjælpe. (...) Så vil jeg hellere prøve at bevæge mig, hvor jeg kan forklare det lidt bedre. (...)

Steffen: Det er jo ikke din hensigt at lave noget, der ikke fungerer. Det er der selvfølgelig ikke nogen, der har til hensigt, men altså...

Christopher: Men jeg vil gerne bare prøve ud fra en observation af det, eller bare én karrusel, bare at sige ... prøve at have det sådan mere bare for mig selv ... bare at kunne se det. Så jeg ikke havde sådan tre steder eller mange steder at arbejde med. Men det var op til en selv, og det var jo også det, der var det sjove ved det. At man selv udformer sit projekt ud fra nogle krav selvfølgelig. Så synes jeg også, det er lidt bedre og lidt sjovere at sidde og skrive nogle flere kommentarer og udfolde sig lidt mere, end når man bare skal sidde ligesom alle andre i klassen og svare på de fire første spørgsmål, som har det samme svar alle sammen.

Interview 2 med Christopher, oktober 2011

Af uddraget bliver det klart, hvordan en skriftlig opgave som Karruselprojektet ifølge Christopher giver mulighed for, at den enkelte elev kan besvare opgaven skriftligt på et for ham passende og interessant niveau. Man har, som Christopher formulerer det, mulighed for at blive udfordret ved at "arbejde med nogle endnu større ligninger", eller man kan 'prøve at bevæge sig, hvor man kan forklare det lidt bedre', som Christopher selv forsøger. Projektet lægger på den måde op til undervisningsdifferentiering, og dette adskiller sig fra den typiske besvarelse af traditionelle matematikopgaver, fordi eleverne i sidstnævnte tilfælde forventes at sigte mod 'den samme besvarelse'. Det er klart, at alle elever heller ikke i et sådant tilfælde i praksis vil skrive de samme besvarelser, pointen er her, at de må sigte efter det samme mål for at lykkes, mens der i Karruselprojektet åbnes for en legitim differentiering af besvarelser. Med reference til Vygotskys begreb om *den nærmeste udviklingszone*, beskrevet i kapitel 3 ovenfor, vil jeg i forlængelse af dette argumentere for, at der gennem arbejdet med Karruselprojektet for Christopher og antagelig for resten af klassens elever åbnes for læringsmuligheder, der knytter sig til matematikfaglig skriveudvikling, og som involverer elevernes muligheder for at arbejde med at skrive matematikfaglige besvarelser på niveauer, der legitimt kan tilpasses den enkelte elevs faglige udviklingspotentialer.

Emils besvarelse af Karruselprojektet har et samlet omfang på 12 sider, og han får karakteren 10. Besvarelsen indledes med en forside med en overskrift (*Karrusel Projekt*) og et billede af en karrusel. Herefter følger en indholdsfortegnelse. Resten af besvarelsen falder i fire dele:

- En *Indledning*, hvor skriveordrens formuleringer fra den kreative del parafraseres, og formålet med besvarelsen beskrives.
- En *Obligatorisk del* med de tre delafsnit, *opgave 1*, *opgave 2* og *opgave 3*, hvor de fem matematikopgaver, der stilles i skriveordrens indledende del, besvares.
- En *Kreativ del* med delafsnittene *Banekurven*, *Bestemmelse af hastighedsvektor og accelerationsvektoren* og *Bestemmelse af max fart og max acceleration*, hvor en karruseltur med tre skiver placeret oven på hinanden analyseres (se Figur 53), og
- en *Konklusion*, hvor den afsluttende, kreative del af besvarelsen sammenfattes.

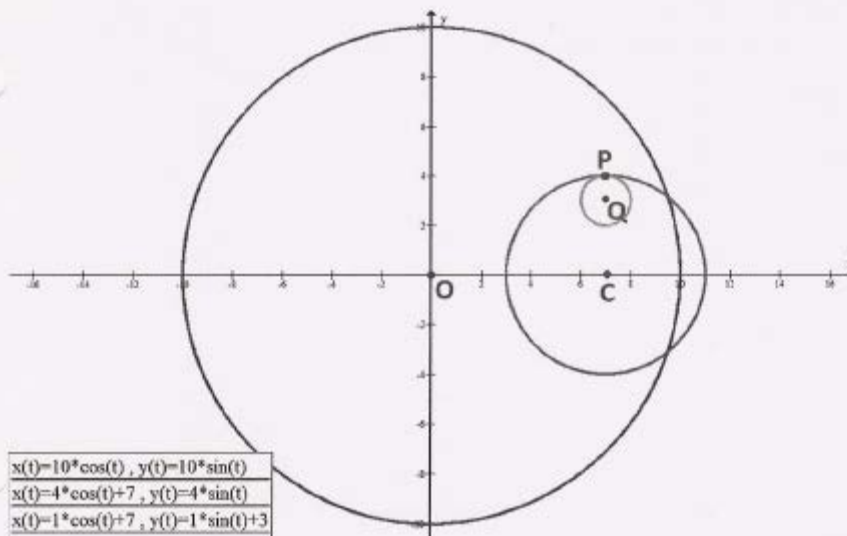
2. eksempel

Kreativ del

Jeg har valgt at beskæftige mig med et tur eksempel. I den første tur eksempel køre alle skiverne den samme vej (alle i modsat urets retning) mens jeg i det andet tur eksempel har valgt at den ene af skiverne skal køre den anden vej (med urets retning). Derudover har jeg valgt at antage følgende antagelse:

- Jeg har opfattet det som at der er 3 skiver der køre rundt på forlystelsen (og ikke 2 som vist på billede i oplægget).
- Når der spørges til det tidspunkt hvor folk får mest kildre i maven, så antager jeg at det er det tidspunkt hvor størrelsen af accelerationsvektoren er størst.
- Jeg antager at 1 tur i karrusellen tager den tid det tager for karrusel at nå en omgang.

Herunder er vist et skematisk billede af min forlystelse i et koordinatsystem:



For min vektor funktion prøver jeg at beskrive bevægelsen fra O til P med en  $\vec{OP}$  vektor. Som det ses på tegningen ovenfor, så kan denne vektor beskrives som en vektor fra O til C + en vektor fra C til Q + en vektor fra Q til P. Dette giver følgende relation:

lægger især

$$\vec{OP} = \vec{OC} + \vec{CQ} + \vec{QP}$$

Da de 3 vektorer følger cirkel bevægelsen, kan de skrives som:

$$\vec{OP} = \begin{pmatrix} R_1 \cdot \cos(\omega_1 t) + R_2 \cdot \cos(\omega_2 t) + R_3 \cdot \cos(\omega_3 t) \\ R_1 \cdot \sin(\omega_1 t) + R_2 \cdot \sin(\omega_2 t) + R_3 \cdot \sin(\omega_3 t) \end{pmatrix}$$

Figur 53 Uddrag Htx3gPro1, Kreativ del (Emil)

Emil har valgt en noget anderledes komposition for sin besvarelse end Christopher. Selvom det ikke umiddelbart er tydeligt ud fra de anvendte afsnitsoverskrifter, er Emils besvarelse opbygget af de samme elementer, som indgår i vejledningens skabelon for projektrapporter. I Emils *Indledning* beskrives, hvad opgaven går ud på, og hvilke oplysninger der er givet. I starten af hvert af de to afsnit, *obligatorisk del* og *kreativ del*, indledes der med strategier for, hvordan Emil vil løse

opgaverne, og hvilken matematikfaglig viden der skal anvendes. Og i den afsluttende *konklusion* sammenfattes og diskuteres den fundne løsning.

Selvom htx-læreren ved udleveringen af skriveordren lagde op til, at elevbesvarelserne ikke nødvendigvis skulle følge vejledningens skabelon for projektrapporter, er det tydeligt, hvordan Emils besvarelse følger den i skabelonen indlejrede struktur. I de projektrapporter, Emil skrev i 1g og 2g, benyttede han eksplicit skabelonen, men i dette tilfælde tilpasser han den i stedet til den konkrete skrivehændelse. Elevernes arbejde med skriftlige projekter sætter for Emil på den måde direkte eller indirekte fokus på, hvordan matematikfaglige besvarelser af ikke-traditionelle skriftlige opgaver kan opbygges og struktureres, og hvilke elementer der tilsammen udgør en sammenhængende besvarelse. Gennem analysen af Karruselprojektet bliver det således tydeligt, hvordan elevernes hidtidige arbejde med at skrive projektrapporter efter vejledningsskabelonen har udstyret Emil med en produktiv model for, hvordan større sammenhængende matematikfaglige besvarelser kan opbygges og struktureres. Jeg vil i forlængelse heraf argumentere for, at arbejdet med skabeloner og skrivemodeller for eleverne kan involvere læringsmuligheder, der knytter sig til deres matematikfaglige skriveudvikling, specielt i de indledende faser af deres skriveudvikling.

I modsætning til Christopher vælger Emil i sin besvarelse at konstruere en karrusel med tre skiver, der kører rundt oven på hinanden. Det er altså en anden, og fra et matematikfagligt perspektiv en mere kompliceret karuseltur end den, der blev illustreret på skriveordren, hvor der blev benyttet to skiver (se Figur 51 ovenfor). I en af interviewsamtalerne taler vi om dette valg.

- Steffen: Hvorfor har du valgt tre skiver?
- Emil: To var kedeligt.
- Steffen: (...) To er kedeligt, hvorfor det?
- Emil: Jeg ved det ikke. Havde vi ikke allerede regnet på to? Nej, det var nok bare én skive. Ja, hvorfor gøre det sværere for sig selv? Fordi jeg tror, jeg synes, at to skiver var for kedeligt. Og så kan man sige, at der bliver jo ikke direkte så meget mere udfordring i at sætte tre skiver på. Men når man så differentierer det, så bliver udtrykket lidt længere.<sup>67</sup>
- Steffen: Der er lidt mere at holde styr på.
- Emil: Og så er det også bare det at vælge noget anderledes. (...)
- Steffen: Er det vigtigt for dig, at det er din opgave?
- Emil: Ja, jeg vil gerne have et forhold til mine opgaver. Det skal gerne være min. Jeg skal gerne have det sådan, at jeg kan stå inde for opgaven. Ellers kunne det jo være enhver anden, der kunne have skrevet den. Og det gør den egentlig ikke til noget specielt. Det er én ud af en milliard opgaver, der er skrevet, og det er ikke at opfinde den dybe tallerken igen, men jeg vil gerne have, det er min opgave.

Interview 4 med Emil, februar 2012

I uddraget bliver det klart, hvordan skriveordren giver Emil mulighed for at ”vælge noget anderledes”, og for ham betyder det samtidig, at han ”kan stå inde for opgaven”. Et sådant valg er for Emil forbundet med muligheden for at gøre besvarelsen ’til sin egen’. Skrivningens meningsfuldhed knyttes i dette tilfælde således til muligheden for identifikation. I kapitel 3, afsnit 3.1.1 blev det beskrevet, hvordan Ivanič (1998, 2004, 2006) gennem sine studier gør det klart, at læring og deltagelse i forskellige skrivehændelser og skrivepraktikker knytter sig til identifikationsprocesser, dvs. i hvilken udstrækning elever har mulighed for at identificere sig med de værdier, overbevisninger, mål og aktiviteter, som er indlejret i konkrete skrivehændelser. Emil søger faglige udfordringer, og han søger muligheder for at tage ejerskab i sin skrivning, og af interviewsamtalerne fremgår det, at de ikke-traditionelle opgavegenrer for ham i langt højere grad end de traditionelle skriftlige opgaver muliggør dette. Det bliver både tydeligt, når vi taler specifikt

---

<sup>67</sup> At *differentiere* henviser i dette tilfælde til den matematiske operation *differentiation*, hvor man beregner en funktions differentialkvotient, og altså *ikke* til *at differentiere*, dvs. at adskille eller skabe forskelle af en eller anden art. hvor man mere generelt skaber en adskillelse af forskellige elementer. Jeg fortolker derfor meningen af sætningen ”Men når man så differentierer det, så bliver udtrykket lidt længere” som værende: Hvis man arbejder med en karrusel med tre og ikke to skiver, bliver de involverede matematikfaglige operationer, man er nødt til at gennemføre, lidt mere komplicerede.

om ikke-traditionelle skriftlige opgavegenrer, men også indirekte, når emnet for samtalerne er traditionelle skriftlige opgaver. I det følgende uddrag taler vi fx om hans besvarelse af Htx3gMat6, som er et eksamenssæt fra en tidligere skriftlig eksamen på htx. I Emils besvarelse har htx-læreren markeret flere rettelser, end Emil er vant til at få i sine besvarelser.

Emil: Jeg tror, det hun har slået ned på i opgaven, og det bliver jeg nødt til at anerkende, det er at (...) det kører lidt på det, hun kalder autopilot. Og det handler om, at det er en eller anden standard type opgaver. Vi ved dybest set godt, hvad vi skal lave, vi henter formlen ind, bruger den og regner det ud. Og ja, hvis man ærligt skal erkende det. Så er det nok bare lidt træthed over for den her type opgaver. Det var jo et lidt uinteressant sæt, fordi man følte, man havde lavet det hele igen, og derfor føler jeg, at jeg bare sidder og reproducerer en anden opgave lige nu. Og jeg tror, jeg har lavet en masse små dumme fejl i opgaven. Måske så har jeg aflæst noget forkert.

Steffen: Vi har tidligere snakket om det her med, at du gerne vil have et forhold til din opgave.

Emil: Og jeg har ikke noget forhold til den her, andet end at den skulle bare laves, og så skulle den ud af verden.

Interview 5 med Emil, maj 2012

Det er klart, at ikke alle elever vil have det som Emil. Nogle af de andre elevdeltagere fra casestudierne beskrev i interviewsamtalerne, hvordan de foretrak skriftlige opgaver, der var så ensformige og genkendelige som muligt, fordi det var forbundet med tryghed og en følelse af at kunne magte opgaven. Derfor foretrak de at arbejde med traditionelle skriftlige opgaver i matematikundervisningen. For Emil er dette ikke tilfældet, og selvom Christopher i uddraget ovenfor også delvis gav udtryk for, at han søgte trygheden i forbindelse med Karruselprojektet, efterlader den samlede analyse af interviewsamtalerne med Christopher ingen tvivl om, at han som Emil motiveres af projektopgavernes muligheder for at vælge selv. Og desuden, at han forbinder netop dette element af det skriftlige arbejde med meningsfuldhed. I nedenstående uddrag taler vi om hans besvarelse af Htx1gPro2, som var et projekt fra 1g, hvor eleverne skulle konstruere en matematisk model for en overdækning af en bestemt gågade i det lokale bymiljø.

Steffen: Hvorfor har du taget den med?

Christopher: Det var for at vise noget af det sjove. Jeg kan godt lide at lave projekter, hvor man selv kan bestemme nogle ting. Der var selvfølgelig nogle obligatoriske opgaver, som man skulle give svar på, hvor man skulle beregne nogle forskrifter, og ja, det er jo ikke det sjoveste. Det er bare sådan, det skal gennemgås.

Steffen: Første del der?

Christopher: Ja det her. Det er så overdækningen, men det er så også en obligatorisk opgave, den der.

Steffen: Når du siger obligatorisk. Hvad dækker det over?

Christopher: Det er jo som sådan ikke obligatorisk på den måde. Men der er altid lige ... ligesom der var i karruselprojektet. Der var tre, fire opgaver, som man skulle lave, inden man kunne gå til sit eget valgte design. (...) Og det er så her, jeg begynder at skrive nogle løsningsforslag til den opgave, vi laver, og så kommer så vores egen opgave, hvor vi så selv har valgt, at den skulle se sådan ud.

Steffen: Så det er jer, der har valgt den type overdækning?

Christopher: Ja, og det er så den sjove del. Så skal du selv sidde og beregne det her med funktioner og finde ud af, hvordan det hele skal hænge sammen ud fra, hvad man selv har valgt. Og det er der, jeg synes, det er lidt sjovere, for så giver det lidt mere mening, når man selv har valgt.

Interview 2 med Christopher, oktober 2011

Vi ser i interviewuddragene, hvordan arbejdet med de skriftlige projekter for elevdeltagerne åbner muligheder for at *udfordre sig selv*, *bestemme selv* og *vælge noget selv* på måder der for dem ikke er til stede, når der arbejdes med traditionelle skriftlige opgaver. Og vi ser, hvordan dette åbner mulighed for identifikation og meningsfuldhed i deres skriveprocesser. Med afsæt i forståelsen af, at læreprocesser er knyttet til identifikationsprocesser, vil jeg derfor argumentere for, at det gennem analysen af Karruselprojektet bliver synligt, hvordan elevernes arbejde med ikke-traditionelle opgavegenrer åbner læringsmuligheder, der knytter sig til deres matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. De skriftlige projekter udvider rammerne for selvstændighed i skrivningen, de "lægger op til, at du skal tænke selv og være kreativ" (Interview 1 med Emil, september 2011). Dermed kan de være med til at åbne for læringsmuligheder, der for elevdeltagerne fra htx-klassen ikke umiddelbart var til stede, når de arbejdede med traditionelle skriftlige opgaver.

### 7.3 Formidlingsopgaver

I de to afsluttende interviewsamtaler med elevdeltagerne fra htx-klassen så vi i fællesskab tilbage på deres matematikfaglige skriveudvikling hen over de tre års matematikundervisning. I den forbindelse bad jeg begge elever om at udvælge én eller flere af deres besvarelser fra 3g, som de opfattede som specielt vellykkede. Uafhængigt af hinanden valgte både Christopher og Emil deres besvarelse af Htx3gFor2. Derfor afsluttes dette kapitel med en analyse af denne af eleverne udpegede nøglehændelse.

Eleverne i htx-klassen arbejdede med Htx3gFor2 i slutningen af 3g i forbindelse med klassens repetition frem mod de eventuelt kommende eksamener i faget matematik. Elevbesvarelserne bestod af skriftlige tekster, der i den konkrete skrivehændelse blev kaldt for *repetitionsnoter* af de involverede elever og af htx-læreren. I oversigten over det skriftlige arbejde i htx-klassen (Figur 18, s. 120) er skriveordren for Htx3gFor2 kategoriseret som en *formidlingsopgave*, der i denne sammenhæng forstås som en ikke-traditionel skriftlig opgave, der ikke falder ind under opgavegenren projektopgaver, jf. afsnit 7.2.1 ovenfor.

I modsætning til opgavegenren projektopgaver findes der i læreplaner og vejledninger for matematik på htx ikke specifikke beskrivelser af formidlingsopgaver. Det er i den forstand ikke en institutionaliseret opgavegenre som projektopgaver. I htx-klassen arbejdede eleverne i to tilfælde med skriveordrer, der kan kategoriseres som formidlingsopgaver (Htx3gFor1 og Htx3gFor2), og i begge tilfælde er skrivehændelserne led i klassens afsluttende eksamensrepetition.

#### 7.3.1 Formidlingsopgaven *Repetitionsnoter* (Htx3gFor2)

Skrivehændelsen, der knytter sig til Htx3gFor2, adskiller sig på flere måder fra de matematikfaglige skrivehændelser, klassens elever typisk deltager i. Den tydeligste forskel er således, at skrivehændelsen i dette tilfælde er knyttet til en efterfølgende mundtlig fremlæggelse, hvor eleverne individuelt skal præsentere forskellige matematikfaglige emner for resten af klassens elever. Det er således i første omgang elevbesvarelsens brugsaspekt, der skiller sig ud. Som det vil blive klart i det følgende, har dette forhold imidlertid en væsentlig indvirkning både på indholds- og formmæssige aspekter af elevernes besvarelser.

I modsætning til de to nøglehændelser beskrevet ovenfor omfatter datamaterialet fra casestudierne *ikke* en autentisk skriveordre for Htx3gFor2. Det har efterfølgende heller ikke været muligt for mig at afgøre, om en sådan faktisk har eksisteret. I en e-mail-udveksling med elevdeltageren Emil, som fandt sted, efter at eleverne havde afsluttet deres htx-uddannelse, rekonstruerede han derfor skriveordren ud fra sine skriftlige noter fra matematikundervisningen.

Skriveordren lød nogenlunde sådan her:

"Sæt dig selvstændigt ind i et af de 13 emner som vi har gennemgået gennem de sidste 3 år. Du skal forstå emnet på en sådan måde, at du kan formidle det videre til andre. Produktet vil have form af en note omkring emnet, samt en fremlæggelse på 30 min. ([Htx-lærerens navn] har måske den oprindelige beskrivelse, eller også fik vi den bare mundtligt).

E-mail fra Emil, oktober 2012



I e-mailen skriver Emil også, at han ikke modtog nogen detaljeret skriftlig respons på sin besvarelse, men derimod fik en samlet mundtlig respons på besvarelsen og den mundtlige fremlæggelse i klasserummet. Observationer af htx-klassens matematikundervisning bekræfter denne beskrivelse af skrivehændelsen. Eleverne afleverede deres besvarelser ved at sende digitale versioner af disse til htx-læreren, der så uploadede besvarelserne til et fælles webbaseret forum, hvortil alle eleverne havde adgang. På den måde blev der konstrueret en fælles samling af skriftlige repetitionsnoter, der tilsammen dækkede de væsentligste emner, klassen havde arbejdet med i løbet af de tre år. De forskellige emner, som eleverne skulle skrive om, blev i praksis fordelt af htx-læreren i fællesskab med eleverne i et undervisningsmodul. Christopher valgte emnet *vektorfunktioner*, mens Emil fik tildelt emnet *differentialligninger*.

I Figur 54 nedenfor er vist den første side af Christophers besvarelse. Besvarelsen er skrevet i MS-Word og har et samlet omfang på 6 sider.

## Vektorfunktioner – Mat 3a side 57-73 og Mat A side 81-85, 103-104 og 110-111

---

Vi ved fra vektorer, at de kan beskrives ved deres vektorkoordinater  $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , men vektorer kan også blive dynamiske, hvor man skal beskrive en bevægelse. Vektorkoordinaterne ændrer sig med tiden og det kan beskrives ved hjælp af funktionsudtryk, hvor parameteren  $t$  oftest anvendes som variabelen

$$f(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

### Banekurve:

En banekurve er en graf for en vektorfunktion. Man kan beskrive et punkts beliggenhed ved hjælp af en stedvektor. Hvis stedvektorens koordinater er funktioner af parameteren  $t$  så siger man, at punktet beskriver en banekurve eller en parameterkurve.

### Eksempel:

Hvis vi betragter vektorfunktionen:

$$r(t) = \begin{pmatrix} t^2 + 1 \\ 2t + 6 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

Så har vektorfunktionen koordinatfunktionerne:

$$\begin{aligned} x(t) &= t^2 + 1 \\ y(t) &= 2t + 6 \end{aligned}$$

Da stedvektoren til et punkt  $P$  ved vektorfunktionen er:

$$\vec{OP}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

Så kan man tegne banekurven for vektorfunktionen ud fra støttepunkter til forskellige  $t$ -værdier:

$$\vec{r}(-2) = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{r}(-1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{r}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{r}(1) = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Ved at indtegne støttepunkterne, kan man afbillede vektorfunktionen.

Figur 54 Uddrag Htx3gFor2 (Christopher)

Bemærk, hvordan Christopher allerede i overskriften eksplicit angiver de kildetekster, hvorpå hans tekst er baseret. Jeg fortolker dette som en klar indikation af, at der til denne skrivehændelse, både fra htx-lærerens og fra elevernes side, knytter sig en forståelse af, at besvarelser må lægge sig op af lærebøgernes fremstillinger af de forskellige matematikfaglige emner.

Christophers besvarelse indeholder fem afsnit, der hver især markeres med overskrifter i typografien **Fed** som illustreret med afsnittet *Banekurve* i Figur 54 ovenfor. Ved at sammenholde de

angivne kildetekster med Christophers besvarelse ses det, at besvarelsens opbygning i en vis forstand følger lærebogens opbygning på det indholdsmæssige plan. De forskellige afsnit i besvarelsen falder således i den samme rækkefølge, som de tilsvarende afsnit optræder i htx-klassens lærebog. Christopher gengiver imidlertid ikke lærebogens fremstilling i sin besvarelse. Lærebogens fremstilling af vektorfunktioner har et omfang på 70 sider, og en systematisk gennemlæsning af Christophers individuelle noter fra matematikundervisningen indikerer, at alle 70 sider har været inddraget i undervisningen. Alene det forhold, at Christophers besvarelse har et samlet omfang på 6 sider, gør det således klart, at han har valgt ud, hvilke dele af lærebogens fremstilling han har opfattet som de væsentligste i relation til skriveordrens krav og forventninger. Jeg vil argumentere for, at et en sådan udvælgelses- og skriveproces åbner for nogle af de samme læringsmuligheder, som blev identificeret ovenfor i afsnit 7.1.2 i forbindelse med analysen af Karruselprojektet. Læringsmuligheder, der for det første knytter sig til, at eleverne i deres skrivning må udvælge og dermed forholde sig til, hvilke dele af et matematikfagligt emne der er de centrale i relation til den konkrete skrivehændelse, og for det andet består i de muligheder for at gå i legitim dialog med nogle af matematikfagernes autoritative tekster, som etableres gennem denne type af skrivehændelser.

At Christopher faktisk går i dialog med lærebøgerne og ikke bare plagierer dem, ses fx ved at sammenholde indledningen af hans besvarelse, vist i Figur 54 ovenfor, med lærebogens tilsvarende indledning til emnet vektorfunktioner citeret i det følgende uddrag.

I MATB1 definerede vi en vektor som en regnestørrelse, kendetegnet ved en størrelse og en retning. Vi kunne angive vektoren ved dens vektorkoordinater som var statiske (uforanderlige). Vi kan imidlertid komme ud for at skulle beskrive en bevægelse ved hjælp af vektorer. Det betyder, at vektorerne bliver dynamiske. Vektorkoordinaterne forandrer sig med tiden og kan således beskrives ved hjælp af funktionsudtryk. Derfor anvendes "t" ofte som betegnelse for den variabel, der indgår i disse funktionsudtryk. T kaldes her en parameter.

Bohnstedt, Hansen, Jensen & Marthinus (2008: 81)

Inspirationen fra lærebogen er tydelig i Christophers besvarelse, men både med hensyn til besvarelsens faglige indhold og dens tekstuelle form er der snarere tale om, at Christopher går i dialog med lærebogen, end at han kopierer. Skrivehændelsen åbner for Christopher og antagelig for resten af htx-klassens elever rum for en sådan legitim dialog, og gennem transformationerne af kildetekster åbnes der således for læringsmuligheder, der knytter sig til elevernes matematikfaglige skrivning og skriveudvikling.

Emils besvarelse, hvorfra der er vist et uddrag i Figur 55 nedenfor, har et samlet omfang på 8 sider, og tekstens emne er differentialligninger. Emil angiver i modsætning til Christopher ingen eksplicite referencer til kildetekster i sin besvarelse, men en sammenligning af besvarelsen med klassens lærebøger viser, at disse også i dette tilfælde har fungeret som centrale kildetekster.

### At løse en differentiaalligning

**DEFINITION 3, Løse en differentiaalligning:** At løse en differentiaalligning vil sige at finde regneforskriften for de funktioner, som gør ligning sand. Som oftest betyder det at finde regneudtrykket for  $f(x)/y(x)$ .

Der findes hovedsageligt to former for opgaver, man kan arbejde med:

1. Afgør om  $X$  er en løsning til differentiaalligningen  $Y$ .
2. Find løsningen til differentiaalligningen  $Y$ , når funktionen går gennem punktet  $X$ .

Eksempler på disse 2 opgaver:

**EKSEMPEL 1:** Undersøg om funktionen  $f(x) = x^3 + x^2 + x$  er løsning til differentiaalligningen  $\frac{d}{dx}y(x) - 3 \cdot y(x) = -3 \cdot x^3 - x + 1$ .

Denne opgave løses ved at differentiere sin løsning, indsætte denne og løsningen i ligningen, og se om ligningen er sand. Løsning:

$$f(x) = x^3 + x^2 + x \qquad f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$$

$$3x^2 + 2x^2 + 1 - 3 \cdot (x^3 + x^2 + x) = -3 \cdot x^3 - x + 1 \Leftrightarrow$$

$$-3x^3 - x + 1 = -3x^3 - x + 1$$

Her ses det at venstre siden er lig højre siden. Et eksempel på den anden form for opgave er:

**EKSEMPEL 2:** Angiv den fuldstændige løsning til differentiaalligningen  $\frac{d}{dx}f(x) = 5x^3 + 4x^2 - 2x$ , samt angiv løsningen når grafen for funktionen går gennem punktet:  $y(1) = 5$ .

Denne type af differentiaalligninger er nemme at løse. Som vi kender det fra integralregningen, må løsningen til denne type af differentiaalligninger være lig, stamfunktionen til ligningen.

$$\int \left( \frac{d}{dx}f(x) \right) dx = \int (5x^3 + 4x^2 - 2x) dx \Leftrightarrow$$

$$f(x) = \frac{5}{4}x^4 + \frac{4}{3}x^3 - x^2 + c$$

Dette er den fuldstændige løsning til differentiaalligningen.

Figur 55 Uddrag Htx3gFor2 (Emil)

Som det var tilfældet for Christopher, følger også Emils besvarelse i en vis forstand lærebogens indholdsmæssige struktur. Af Figur 55 fremgår det imidlertid tydeligt, hvordan Emil ikke kun går i dialog med lærebøgerne på det indholdsmæssige niveau, men også med hensyn til formmæssige aspekter lader sig inspirere af matematikfagenes lærebøger. Der er ikke tale om at lærebogen<sup>68</sup>

<sup>68</sup> Bohnstedt et al. (2008).

kopieres, men derimod at Emil konstruerer sit eget formmæssige udtryk, hvorigennem han markerer, at dette er en anden type tekst end besvarelser af både traditionelle matematikopgaver og skriftlige projekter. Netop denne forskellighed adresseres i vores afsluttende interviewsamtale.

Steffen: Det blev så uploadet til alle klassens elever, så det er jo en lidt anden modtagergruppe end den, du plejer at skrive til. Mit spørgsmål er: Havde det nogen betydning for, hvordan du skrev de her noter?

Emil: Ja. Jeg prøvede ligesom at tage udgangspunkt i, hvordan en lærebog var opbygget. Men da jeg ved, at for det første var der mange, der havde svært ved differentiallyigninger (...)

Steffen: Af eleverne?

Emil: Mine klassekammerater. Vi havde bare gået og snakket om det, og så har de sagt, det her, det kunne jeg ikke lige. Vi havde også lige regnet hjemmeopgave 6. Der var en opgave med en differentiallyigning i. Det var der ingen, der kunne huske noget om. Det skal jo sørme være godt, for det er der ingen, der forstår, det her. Og så prøvede jeg at tage udgangspunkt i lærebogen. Den var der også mange, der havde det svært med. Så prøvede jeg at skrive det med mine ord.

Interview 5 med Emil, maj 2012

Emil bekræfter i uddraget betydningen af, at det i denne skrivehændelse *ikke* er htx-læreren, der er den primære modtager af besvarelserne. Han beskriver, hvordan en del af hans klassekammerater ”havde svært ved differentiallyigninger”, og at dette forhold for ham er med til at sætte betingelserne for skrivehændelsen og dermed for hans besvarelse. Derfor vælger Emil på den ene side ”at tage udgangspunkt i, hvordan en lærebog var opbygget”, men peger samtidig på, at ”Den var der også mange, der havde det svært med”. Derfor forsøger han i sin besvarelse at skrive med sine egne ord. Lærebøgerne bliver således i skriveprocessen tekster, der fungerer som inspirationskilder og skriveskabeloner, men som netop er afsat frem mod en endelig version af besvarelserne.

I den afsluttende interviewsamtale med Christopher taler vi også om formidlingsopgaven Htx3gFor2 og specielt om, hvordan skrivehændelsen adskiller sig eller ikke adskiller sig fra arbejdet med traditionelle skriftlige matematikopgaver.

Steffen: Hvordan adskiller den sig, eller ligner, hvis vi nu sammenligner med fx en hjemmeopgave? (...)

Christopher: Det, man kan sige, er, en hjemmeopgave, der skal du forklare, hvad du gør, når du prøver at udregne, men du skal ikke helt tilbage til, hvordan Adam og Eva blev født, hvis man skal forklare det på den måde. Men her prøver jeg virkelig at skrive med ord og bruge symboler til at virkelig prøve at sætte det hele sammen, fordi, hvis du bare skriver, at du har en vektorfunktion, hvis du lige lavede en hurtig en stedvektor, og så har du lige pludselig en måde at beskrive den rette linje på, så har du ikke rigtigt vist, at du kan formidle viden videre. Du har bare vist, du kan bruge den viden, du selv ved noget om, og kan udregne noget. Men her skal du ligesom gå lidt mere i dybden, så du kan fortælle det til nogen. Så du kan måske hente nogle ting ind, som du selv bruger implicit, når du sidder og regner med det.

Interview 5 med Christopher, maj 2012

Besvarelser af traditionelle matematikopgaver og besvarelsen af formidlingsopgaven har for Christopher det til fælles, at *forklaringer* i begge tilfælde indgår som centrale elementer. Men det er ikke den samme type af forklaringer, der knytter sig til de forskellige opgavegenrer. I besvarelser af traditionelle matematikopgaver ”skal du forklare, hvad du gør, når du prøver at udregne”, men i besvarelsen af formidlingsopgaven skal man ”gå lidt mere i dybden, så du kan fortælle det til nogen”. I modsat fald ”så har du ikke rigtigt vist, at du kan formidle viden videre”. Som det var tilfældet ovenfor i interviewuddraget med Emil, ses det således, hvordan krav og forventninger til elevbesvarelserne ifølge Christopher adskiller sig fra de krav og forventninger, der knytter sig til arbejdet med traditionelle matematikopgaver, og desuden, hvordan disse ændrede krav og forventninger forbinder sig med besvarelsens funktion, dvs. besvarelsen som social handling i den konkrete skrivehændelse. De for elevdeltagerne centrale forskelle mellem formidlingsopgaven og andre skriftlige opgavegenrer i matematikundervisningen er således, at den primære modtager *ikke* er htx-læreren, og i sammenhæng hermed, at formålet med besvarelsen ikke primært er at demonstrere, at ”du kan bruge den viden, du selv ved noget om, og kan udregne noget.” (Interview 6 med Christopher, maj 2012, se uddrag ovenfor).

Som beskrevet ovenfor, indleverer eleverne faktisk deres besvarelser af formidlingsopgaven til htx-læreren, der så uploader dem til en fælles webbaseret platform. På trods af dette fastholder både Christopher og Emil i interviewsamtalerne, at de i forbindelse med repetitionsnoterne fokuserede på klassens elever og ikke htx-læreren, som de(n) primære læser(e) af deres besvarelser.<sup>69</sup>

---

<sup>69</sup> Se også interviewuddrag med Emil ovenfor i dette afsnit.

Christopher: (...) Jeg ved, at når jeg sidder og skriver det, så tænker jeg ikke på at det er [Htx-lærerens navn], der skal læse det her, men at det er til nogen fra min klasse. Og jeg ved, at der er nogle fra min klasse, der bedre kan huske det end andre, men alligevel så prøver jeg så godt som muligt at beskrive tingene. Men jeg har selvfølgelig ikke forklaret helt nede fra bunden med stedvektor. Det burde jeg måske have gjort, hvis man skal forestille sig, det er nogen, der slet ikke har hørt om vektorfunktioner før. Men det har de jo.

Interview 5 med Christopher, maj 2012

Elevernes arbejde med repetitionsnoterne adskiller sig fra deres arbejde med andre matematikfaglige skriftlige opgavegenrer, primært fordi besvarelsens brugsaspekt er ændret. I deres besvarelser af formidlingsopgaven skriver eleverne til modtagere, der faktisk har brug for den viden og kundskab, der behandles i teksterne. Elevernes besvarelser sættes på den måde i bevægelse (Smidt, 2010a: 29) på måder, der for htx-eleverne er nye. Mundtlige og skriftlige fremstillinger sammenkædes, og htx-lærerens rolle som den primære læser og evaluator af besvarelserne ændres. Begge forhold har for eleverne betydning for, hvordan de opfatter deres roller som matematikfaglige skrivere i den konkrete skrivehændelse, og som en konsekvens heraf, hvordan de i sidste ende vælger at udforme deres besvarelser. Arbejdet med formidlingsopgaven giver på den måde eleverne mulighed for på legitim og produktiv vis at indtage andre *skriverroller* eller *tekstuelle roller* (Smidt, 2002: 424), end dem, der knytter sig til arbejdet med traditionelle matematikopgaver og skriftlige projekter. Jeg vil i forlængelse heraf argumentere for, at der gennem en sådan variation af skriverroller åbnes for læringsmuligheder, der knytter sig til elevernes skrivning og skriveudvikling. Afprøvningen af varierende skriverroller i forskellige skrivehændelser giver således i den konkrete skrivehændelse eleverne mulighed for at arbejde med nye matematikfaglige udtryksformer, og, måske mere vigtigt i denne sammenhæng, at fokusere på, hvordan valget af specifikke faglige udtryksformer i konkrete skrivehændelser kan knyttes til skrivningens funktion.

#### **7.4 Delkonklusion analyse II**

Omdrejningspunktet for dette kapitel har været brugen af ikke-traditionelle skriftlige opgavegenrer i de gymnasiale matematikfag. Udgangspunktet var således spørgsmålet om, hvorvidt brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i faget matematik kan åbne for læringsmuligheder, der knytter sig til elevens matematikfaglige skriveudvikling, og som ikke ser ud til at være til stede, når eleverne arbejder med traditionelle matematikopgaver.

Det overordnede svar, som står frem gennem kapitlets analyser, er bekræftende. Brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer som fx temaopgaver, skriftlige projekter og formidlingsopgaver åbner i de analyserede nøglehændelser for læringsmuligheder, der knytter sig til elevernes matematikfaglige skrivning og skriveudvikling, og som i casestudierne ikke på samme måde ser ud til at være til stede, når eleverne arbejder med traditionelle skriftlige matematikopgaver.

Gennem analysen af *temaopgaver* blev det således vist, at det for eleverne i skriveprocessen bliver muligt at gå i legitim dialog med nogle af matematikfagets autoritative skriftlige tekster som fx lærebøger eller lærerens tavlenoter på måder, som ikke ser ud til at være til stede eller blive benyttet, når eleverne arbejder med traditionelle matematikopgaver. Skrivehændelsens processuelle element, hvor eleverne i flere omgange på baggrund af formativ feedback skriver og reviderer deres besvarelse, åbner desuden for, at eleverne i dette tilfælde kan arbejde eksplicit og meningsfuldt med at forbedre både indholdsmæssige og formmæssige aspekter af deres besvarelser. Herudover peges der i analysen på, at de kollektive skriveprocesser, der knytter sig til brugen af temaopgaver, åbner for eksterne og interne forhandlinger af matematikfaglige tekstnormer eleverne imellem, og der argumenteres for, at eleverne derigennem får mulighed for at reflektere over teksters form, indhold og brug på måder, der ikke umiddelbart er til stede, når de arbejder med traditionelle skriftlige opgavegenrer.

Gennem analysen af *projekter og projektopgaver* blev det vist, at denne opgavegenre i højere grad end traditionelle matematikopgaver åbnede op for en legitim differentiering af elevbesvarelser, og at der derved etableredes muligheder for, at den enkelte elev kunne tilpasse sin skrivning til det faglige niveau og de faglige udfordringer, der i situationen var produktiv og meningsfuld for eleven. Netop meningsfuldhed var et af de centrale aspekter, der i analysen blev sammenkædet med brugen af skriftlige projekter i matematikundervisningen. Gennem analysen af skriftlige projekter blev det således klart, hvordan elevdeltagerne i modsætning til i traditionelle matematikopgaver forbandt projekterne med muligheder for at sætte matematikken i perspektiv, at tænke selv og at være kreativ. Endelig blev der i analysen sat fokus på brugen af den i vejledningen givne skabelon for projektrapporter, og der blev i den forbindelse argumenteret for, at inddragelsen af sådanne skabeloner kan være produktive som stilladsering for elevernes arbejde med og forståelse af besvarelser af større skriftlige matematikopgaver.

Den afsluttende analyse af *formidlingsopgaver* viste, som det også var tilfældet med temaopgaver, at denne type skrivning kan give eleverne mulighed for at gå i legitim dialog med flere forskellige typer af matematikfaglige tekster, som fx lærebøger, og der blev specielt peget på, at læringsmuligheder i den forbindelse også involverer elevens mere eller mindre bevidste *valg* af, hvilke dele af forskellige kildetekster der er relevante at fokusere på i egne besvarelser. Den afgørende pointe i forbindelse med analysen af formidlingsopgaver var dog, at de nye brugsaspekter, der var knyttet til den analyserede skrivehændelse, gav eleverne mulighed for at indtage andre skriverroller end dem, der som udgangspunkt knyttede sig til arbejdet med traditionelle matematikopgaver. Der blev i forlængelse heraf argumenteret for, at en sådan afprøvning af nye skriverroller gav eleverne mulighed for at arbejde med og reflektere over, hvordan matematikfaglige teksters form-, indholds- og brugsaspekter i praksis er flettet ind i hinanden.

Det er afslutningsvis vigtigt at understrege, at en del af de læringsmuligheder, der blev identificeret i kapitlets analyser, i praksis ser ud til at være knyttet til de måder, hvorpå der mere eller mindre systematisk arbejdes med ikke-traditionelle opgavegenrer på i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen, snarere end til de ikke-traditionelle opgavegenrer per se. Et eksempel på dette kunne være,



når der i forbindelse med analysen af temaopgaven Vækst blev peget på, at netop det processuelle element i skriveforløbet åbner for læringsmuligheder knyttet til elevernes matematikfaglige skriveudvikling. En sådan processuel og dynamisk skriveproces, hvor eleverne gennem formativ feedback fra både lærer og klassekammerater får mulighed for at fokusere på deres besvarelser som andet og mere end matematikfaglige meningsbeholdere, er ikke vanskeligt at tænke sig gennemført også i forbindelse med skrivehændelser, der involverer traditionelle skriftlige matematikopgaver. En sådan indsigt vedrørende den afgørende betydning af skrivedidaktiske tilrettelæggelsesformer er for mig at se et supplerende og på mange måder ligeså centralt fund som det bekræftende svar på det ovenfor formulerede forskningsspørgsmål omkring sammenhængen mellem læringsmuligheder og brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i matematikundervisningen.

## 8 Analyse III: Skriveudvikling og skriverudvikling

Selv om det er muligt at skrive matematikfaglige tekster, hvor der ikke benyttes matematiske symboler eller matematiske diagrammer, identificeres matematikfaget i praksis ofte med brugen af netop disse semiotiske ressourcer (O'Halloran, 2005; Morgan, 1998). En sådan identifikation overser imidlertid, at brugen af *skriftligt verbalsprog* i matematikfaglige tekster involverer *andre* affordanser end brugen af matematiske symboler og diagrammer og derfor tilbyder skriveren *andre* muligheder, når der skal skrives matematikfaglige tekster. Det skriftlige verbalsprog spiller fx en central rolle for konstruktionen af relationer mellem skriver og læser i teksten og for konstruktionen af sociale, tekstuelle identiteter i det hele taget.

Although sometimes seen to be peripheral to the main mathematical content natural language serves in the construction of the identities of the author and reader and of the epistemological and ontological assumptions underlying the writing.

Burton & Morgan (2000: 430)

Det er netop disse egenskaber ved brugen af skriftligt verbalsprog i matematikfaglige tekster, der er omdrejningspunktet for dette kapitel. Med udgangspunkt i spørgsmålet om, *hvordan elevers identitetsarbejde bidrager til at forme deres matematikfaglige skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag*, fokuseres der i kapitlets analyser på, hvordan elevdeltagerne gennem konstruktioner af forskellige sproglige stemmer i deres besvarelser kan indtage forskellige skriveroller og derigennem banke på til forskellige matematikfaglige diskurser.

Som beskrevet ovenfor i kapitel 3, afsnit 3.1.1 abonneres der i afhandlingen på en forståelse af læringsbegrebet, hvor læreprocesser knytter sig til identifikationsprocesser hos eleverne. Skriveudvikling kan i det perspektiv også forstås som elevernes udvikling af en i situationen mere eller mindre anerkendt matematikfaglig identitet. Skriveudvikling involverer derfor *identitetsarbejde* (Gee, 2003), hvor elever bevidst eller ubevidst arbejder med at konstruere og etablere sociale identiteter, der anses for anerkendelsesværdige i de skrivekulturer, hvori elevernes matematikfaglige skrivning er indlejret.

Identitet er, som begrebet forstås i afhandlingen, primært noget, man *gør*, og ikke noget, man *har*. Som Morgan har peget på, er denne gøren, dvs. identitetsarbejdet, vigtigt for elever i matematikfaget, ikke mindst fordi deres skrivning ofte skal bedømmes af lærere og censorer.

While establishing appropriate identities is of importance to participants in any situation, it is of critical importance to students at all levels whose oral and written productions are to be assessed. It is necessary to establish a degree of authority and confidence that will convince a reader-assessor-teacher without alienating them.

Morgan (2006: 239)

At noget sådant også er tilfældet i relation til skrivning i de gymnasiale matematikfag, indikeres også klart i interviewsamtalerne med elevdeltagerne. Uddraget nedenfor er hentet fra en interviewsamtale med Kasper, som blev gennemført, da stx-klassens elever netop havde afsluttet matematikundervisningen i 2g. I interviewsamtalen kommer vi blandt andet ind på Kaspers besvarelse af Stx2gMat12, som er en obligatorisk tværfaglig opgave, der involverede fagene matematik og bioteknologi. Jeg spørger i den forbindelse Kasper, om det for ham er vigtigt, at han selv kan være med til at præge sine matematikfaglige besvarelsers form, indhold og brug. For Kasper er dette ikke afgørende. Matematikfaget lægger for ham i modsætning til fx faget dansk ikke op til, at man sætter et personligt præg på sine skriftlige besvarelser.

Steffen: Hvis det nu ikke er din person (...), som er i teksten, kan man sige. Altså, at det ikke er vigtigt, at det er dig som person, der er i teksten, hvad er det så for en person, der skal være der? Jeg tænker ikke nødvendigvis et andet konkret menneske, men hvad er det for en type skriver, hvis du forstår, hvad jeg mener?

Kasper: Ja altså, det er vel sådan en anonym alvidende.

Steffen: Ja, okay.

Kasper: Hvis man skal bruge lidt danskfaglige termer her. (...) Man skal jo gerne på en eller anden måde skabe sig sådan lidt autoritet, kan man sige. (...) Altså læseren skal ligesom få tillid til, at man har ret. At det, man skriver, er rigtigt. Det kræver selvfølgelig også, at man har nogle gode forsøg og derudfra kan skrive en overbevisende analyse af de her resultater og sådan noget.

Steffen: Det forstår jeg godt.

Kasper: Så det handler om at være overbevisende og ligesom få skabt sig sådan en autoritet.

Interview 4 med Kasper, juni 2012

I afhandlingsarbejdet og i projekt Faglighed og skriftlighed i det hele taget har indgangen til identitetsbegrebet hovedsageligt været Ivanič's begreb *skriveridentitet* (Ivanič, 1998), som blev introduceret i kapitel 3, afsnit 3.1.1 ovenfor. Ivanič skelner mellem fire forskellige betydninger af skriveridentitet, hvoraf det ene, *forfatterselvet* (*Authorial self*), for mig at se er det aspekt af skriveridentitet, Kasper ganske præcist adresserer i uddraget ovenfor. Forfatterselvet er for Ivanič de måder, hvorpå skriveren fremstår som autoritet i sin tekst fx ved at tilskrive sig selv eller andre autoriteten for tekstens faglige indhold eller form. Det handler med Kaspers formuleringer om i sine skriftlige tekster at fremstå "overbevisende og ligesom få skabt sig sådan en autoritet". Den type identitetsarbejde, der fokuseres på i dette kapitel, er således denne type af identitetsarbejde, dvs. elevdeltagernes konstruktioner af forskellige skriveridentiteter i deres matematikfaglige tekster.

Ivanič m.fl. (se afsnit 8.1 nedenfor) knytter konstruktionen af sociale identiteter i skriftlige tekster til skriveres brug af forskellige *tekstuelle stemmer* i deres besvarelser. Med begrebet *stemme* som analytisk greb rettes fokus mod, hvordan eleverne gennem deres sproglige valg konstruerer forskellige positioner for og dermed relationer mellem afsender og modtager af en given tekst, men samtidig også mod, hvordan eleverne tager eller ikke tager autoritet i forhold til teksternes faglige indhold og form, og hvordan de positionerer sig i forhold til de mulige selvheder, der er tilgængelige i den givne kontekst. Stemme skal forstås metaforisk. Tekstanalyser, der fokuserer på teksters *stemme* eller *stemmer* jf. Bakhtin (1986), kan således være med til at *belyse*, hvordan sociale identiteter konstrueres, transformeres, evalueres og forhandles i konkrete tekster, ved at undersøge, hvordan skrivere bevidst eller ubevidst vælger at positionere sig i deres tekster (Keane, 1999). Skriveridentiteter kan altså ikke reduceres til tekstuelle stemmer, men undersøges gennem elevernes brug af tekstuelle stemmer i deres matematikfaglige tekster. Konstruktionen af matematikfaglige stemmer er således en central del af etableringen af matematikfaglig identitet i elevernes skriftlige besvarelser. Analyser af stemme kan derfor være med til at kaste lys på elevers identitetsarbejde i deres matematikfaglige skrivning og i forlængelse heraf på deres matematikfaglige skriveudvikling.

Inspireret af Bakhtins forståelse af den dialogiske relation mellem ytringer og talegenrer (Bakhtin, 1986) har Smidt (2002, 2009a) i flere tilfælde været optaget af en lignende tilgang til analyser af elevers skriveudvikling. Smidt har i den sammenhæng udviklet og beskrevet en *økologisk teori* for skriveudvikling, hvori han bl.a. peger på, at ” (...) development of writing at school implies learning to negotiate the voices and roles offered by the genres of school writing.” (Smidt, 2009a: 117).<sup>70</sup> Også i dette tilfælde er der således tale om en forståelse af skriveudvikling, der for hver enkelt elev nødvendigvis involverer kontinuerlige forhandlinger af kulturelle genrer, værdier og sociale identiteter. De analyser af elevers skriveudvikling, som gennemføres i dette kapitel, bygger i den forstand på en økologisk forståelse af skrivning og skriveudvikling.

Stemmebegrebet har så vidt vides ikke tidligere været studeret detaljeret i relation til matematikfaglige tekster skrevet på dansk. Derfor introduceres og operationaliseres dette stemmebegreb i relation til matematikfaglige tekster i det følgende afsnit 8.1 nedenfor, og i forlængelse heraf gennemføres en eksempelanalyse af to tekstuddrag skrevet af elevdeltageren Christopher fra htx-klassen. På baggrund af dette analyseres i det efterfølgende afsnit 8.2 henholdsvis Annas og Emils konstruktioner af matematikfaglige stemmer, og der argumenteres for, at de to elever udvikler ganske forskellige matematikfaglige skriveridentiteter i løbet af de tre års matematikundervisning i henholdsvis stx-klassen og htx-klassen. Det konkluderes på baggrund heraf, at identitetsarbejde på afgørende måder er med til at forme elevers skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag, og der peges på, at et analytisk fokus på sproglige stemmer kan give et

---

<sup>70</sup> Smidt (2002) skelner mellem *diskursive roller* (*Discourse roles*), eller *tekstuelle roller* (*textual roles*) og *positioneringer* (*positionings*). Tekstuelle roller refererer til de kulturelt formede og forståede roller som fx litteraturkritiker eller videnskabsmand, elever kan indtage i deres skriftlige tekster, mens positioneringer refererer til de forskellige holdninger eller standpunkter, eleverne kan indtage *inden for* disse tekstuelle roller i deres skriftlige tekster.

værdifuldt indblik i sådanne sammenfletninger af matematikfaglige identifikations- og læreprocesser.

## 8.1 Operationalisering af stemmebegrebet

Som beskrevet i kapitel 2, afsnit 2.3 er analyserne af, hvad der kendetegner matematikfagligt skriftsprog, på mange måder konsistente i forskningslitteraturen. Det gælder også med hensyn til, hvilken stemme der typisk tales med i skriftlige matematikfaglige tekster. Det er, som Morgan (1998: 11) bemærker, almindeligt anerkendt, at både naturvidenskabelige og matematikfaglige tekster er *upersonlige*, *formelle* og karakteriseret ved *sparsomme referencer til menneskelig aktivitet*. Morgan peger i forlængelse heraf på, at en for matematikken karakteristisk *fjern* og *autoritær* stemme typisk realiseres i matematikfaglige tekster gennem brugen af *passiv*, *nominaliseringer* og pronomenerne *vi* eller *man* i stedet for det personlige pronomener *jeg*. Schleppegrell (2010: 74) understreger dette ved at slå fast, at: "The language through which mathematics is constructed tends to be conceptually dense, interpersonally alienating, and highly structured textually in unfamiliar ways." Interessant nok genfinder vi en næsten enslydende diskurs om sproglig stemme i matematikfaglige tekster i undervisningsvejledningen for faget matematik A på htx-uddannelsen, hvorfra følgende citat er hentet.

Der skrives meget i matematik, og som matematiklærer har man ofte en stor tavs viden om skrivning i faget. Man ved præcis, hvornår en formulering eller brug af notation ikke følger de gængse normer (det man kalder fagdiskursen). Som et eksempel på fagdiskursen i matematik og de naturvidenskabelige fag, kan nævnes at man udtrykker sig objektivt, ofte i passiv og at man benytter det akademiske "vi" frem for "jeg".

Vejledning / Råd og vink for matematik A, htx, 2011, Skriftlighed

I forbindelse med et studie af lærebøger fra matematikfaget giver Herbel-Eisenmann (2007) et bud på, hvordan stemmebegrebet kan operationaliseres i relation til skriftlige matematiktekster. Herbel-Eisenmann baserer sin karakteristik af stemme på Morgan (1996), der udvikler et kritisk analyseapparat for skriftlige matematiske tekster på baggrund af Hallidays systemisk funktionelle lingvistik (fx Halliday & Matthiessen, 2004). Herbel-Eisenmanns operationalisering har således socialesemiotisk grundlag, og hun knytter sin beskrivelse af stemme til sprogets *eksperientielle* funktion, der vedrører tekstens indhold, og sprogets *interpersonelle* funktion, der ifølge Halliday refererer til relationer mellem afsender og modtager af teksten. Herved knyttes analyser af teksters stemme til en opmærksomhed på skriveres konstruerede autoritet i forhold til tekstens indhold, men samtidig til en opmærksomhed på de magt- og autoritetsforhold, der uvilkårligt er indlejret i forskellige tekster (O'Halloran, 2004).

I sin analyse af stemme undersøger Herbel-Eisenmann brugen af *personlige pronomener*, *imperativer* og *modalitet*, og hun argumenterer for, at disse teksttræk knytter sig til sprogets interpersonelle metafunktion. I tillæg til dette undersøger hun i relation til sprogets eksperientielle metafunktion, hvordan *agens* repræsenteres og eventuelt undertrykkes i teksten, fx gennem brugen af *nominaliseringer* eller *passivkonstruktioner*, og desuden, hvilke *aktører* der deltager i hvilke

typer af *processer* i matematiske tekster.<sup>71</sup> Herudover beskrives de forskellige typer af ræsonnementer, der optræder i de lærebøger, der analyseres (Herbel-Eisenmann, 2007: 351).

*Imperativer* bruges hyppigt i lærebøger i matematikfaget, specielt i forbindelse med matematikopgaver, men, konkluderer Herbel-Eisenmann, typisk også i de beskrivende teoretiske afsnit af lærebøgerne. To eksempler på brugen af imperativer i forbindelse med matematikopgaver kunne være:

(1) **Beregn** halveringskonstanten for funktionen  $f(x) = 1604 \cdot 0,2909^x$ .

(2) **Overvej**, om det altid er muligt at beregne halveringskonstanten for en eksponentialfunktion.

Imperativer dirigerer læserens opmærksomhed og aktivitet ved at give ordre til, hvad læseren skal foretage sig. Rotman (1988) beskriver, hvordan forskellige typer af imperativer konstruerer forskellige roller for læseren af teksten. I tilfælde (1) ovenfor konstrueres læseren således som *beregner*<sup>72</sup>, det vil sige en person, der skal foretage matematiske beregninger, mens læseren i tilfælde (2) ifølge Rotman i stedet konstrueres som *tænker*. En varierende brug af imperativer er på den måde med til at konstruere *de mulige selvheder* (Ivanič, 1998), skriveren tilbydes i forbindelse med løsning af lærebogens matematikopgaver. Selvom imperativer kan optræde i de skriftlige matematiktekster, elever producerer, er brugen af disse antagelig begrænset sammenlignet med lærebøger og opgavesamlinger.

Skriveres brug af *personlige pronominer* har været undersøgt i flere sammenhænge i forbindelse med analyser af matematiske tekster. Gennem brugen af personlige pronominer (re)præsenterer skriveren sig selv i teksten, og læseren adresseres. Personlige pronominer kan omfatte den eller dem, der skriver (1. person, *jeg, vi*), læseren eller læserne (2. person, *du, I, De*) eller den, det eller dem, der skrives om (3. person, *han, hun, den, det, de*). Herbel-Eisenmann (2007) fokuserer på brugen af personlige pronominer i 1. person og 2. person, der har det til fælles, at de typisk anvendes deiktisk. Morgan (1996) peger på, at brugen af personlige pronominer indikerer skriverens involvering med den aktivitet, der finder sted i teksten, og især brugen af *jeg* og *vi* har derfor været analyseret og diskuteret i forbindelse med skriftlige og mundtlige matematiktekster i forskellige sammenhænge (se fx Herbel-Eisenmann & Wagner, 2007; Morgan, 1996, 1998; Rotman, 1988; Rowland, 1999; Schleppegrell, 2012; Wagner, 2012).

Mens brugen af *jeg* sjældent forekommer i lærebøger i matematik, er den formentlig udbredt i elevers matematiktekster, hvilket hænger sammen med den sociale praksis, denne type af matematikfaglige tekster er en del af, mere præcist teksternes *funktion* i denne praksis. Hvis det

---

<sup>71</sup> For en udfoldet analyse af matematikfaglige teksters *transitivitet*, se fx Morgan (2005).

<sup>72</sup> Rotman (1988) bruger betegnelserne *scribbler* og *thinker*. Jeg oversætter dem i denne sammenhæng med henholdsvis *beregner*, det vil sige en person, der foretager matematiske beregninger, og *tænker*. Den grundlæggende pointe er, at beregning er en materiel proces, mens tænkning er en mental proces, og at de to processer derfor er væsensforskellige (Halliday & Matthiessen, 2004).

forventes, at skriverens tankegang skal fremgå klart af teksten, ligger brugen af *jeg* lige for, fordi eleven derigennem kan tage et direkte ejerskab for teksten på sig i sproglig forstand. I forlængelse af dette er brugen af *possessive pronominer* (fx *min, mit, vores, deres*) også af interesse i forbindelse med, hvordan ejerskab og autoritet etableres i elevers matematikfaglige tekster.

Burton og Morgan (2000) peger på, at *vi* især bruges på to karakteristiske måder i matematiktekster. En skriver kan anvende *vi* i sin tekst for at indikere, at der tales med autoritet fra et mere eller mindre veldefineret matematisk diskursfællesskab ('Vi skal vise, at ... '), eller for at inkludere læseren i den matematiske aktivitet, der udspiller sig i teksten ('I forrige kapitel så vi, at arealet af en vilkårlig trekant kan beregnes ved hjælp af formlen ... '). Sidstnævnte brug af *vi* er især velkendt fra lærebøger i faget matematik. En beslægtet måde at adressere og i nogle tilfælde inkludere læseren på er at benytte sig af personlige pronominer i 2. person ('I forrige kapitel så *du*, at arealet af en vilkårlig trekant kan beregnes ved hjælp af formlen ... ').

*Modalitet* er en betegnelse for en gruppe af tekststræk, hvorigennem skriverens holdning til eller vurdering af tekstens indhold kommer til syne. Analyser af modalitet kan derfor være med til at afdække grader af mulighed, nødvendighed, vægt eller autoritet, som skriveren knytter til den enkelte ytring (Hodge & Kress, 1993). På dansk viser modalitet sig typisk ved brugen af *modalverber*, fx *kunne, skulle, ville, måtte*, eller visse *adverbier*, fx *da, nok, vist* (Andersen & Smedegaard, 2005). I forlængelse heraf har Rowland (1995) beskrevet og kategoriseret en særlig gruppe af sproglige markører for 'øjeblikke af uvished eller usikkerhed', som han kalder for *garderinger (hedges)*. Rowlands beskrivelse af garderinger baserer sig på data fra interview af matematikelever, men Herbel-Eisenmann (2007) anvender den i lighed med flere andre studier i forbindelse med skriftlige matematiske tekster. For at forstå, hvordan garderinger kan udtrykke modalitet, kan vi betragte forskellen på de to udsagn:

(1) Trekanten er retvinklet.

(2) **Jeg tror**, at trekanten **måske** er en retvinklet trekant.

Udsagn (2) indeholder i modsætning til udsagn (1) garderingerne 'Jeg tror' og 'måske', som er med til at reducere graden af overbevisning, med hvilken udsagnet fremføres. Brug af modalitet medvirker således til at positionere skriveren i forhold til sine læsere, men kan samtidig spille en rolle for, hvordan skriveren positionerer sig selv i forhold til det matematikfaglige indhold, der optræder i teksten (Schlepppegrell, 2012).

På baggrund af ovenstående beskrivelse sammenfattes i Figur 56 en egentlig operationalisering af stemmebegrebet i relation til matematikfaglige tekster. Operationaliseringen vil blive anvendt som analyseredskab i kapitlets følgende afsnit.

Spørgsmål, der guider analysen	Indikatorer i den matematikfaglige tekst
Hvilke roller har skriver og læser i den matematikfaglige tekst, og hvad er relationerne mellem dem?	<p>Brug af personlige pronominer</p> <p>Tænkeprocesser (mentale) eller handleprocesser (materielle), hvor skriver og/eller læser er deltagere</p>
Hvem eller hvad er aktører i teksten, og hvor er agens placeret?	<p>Matematiske objekter og/eller mennesker, der repræsenteres i teksten</p> <p>Brug af passiv eller aktiv</p> <p>Nominaliseringer</p>
Hvordan kommer skriverens holdninger og vurderinger til udtryk i teksten?	Brug af modalitet, fx affektive eller evaluerende udtryk

Figur 56 Operationalisering af stemmebegrebet i relation til matematikfaglige tekster

### 8.1.1 Eksempelanalyse: Christophers matematikfaglige stemmer

På baggrund af forrige afsnits operationalisering af stemmebegrebet gennemføres i det følgende en eksempelanalyse, hvor to tekstuddrag skrevet af Christopher fra htx-klassen i 3g analyseres og diskuteres. Det første tekstuddrag er fra Htx3gMat4 og stammer således fra en besvarelse af en traditionel matematikopgave (se Figur 57 nedenfor). Det andet eksempel, vist i Figur 58 nedenfor, stammer fra den formidlingsopgave om vækst, som htx-klassens elever arbejdede med i slutningen af 3g (Htx3gFor2), og som blev analyseret som en nøglehændelse (Erickson, 1977) i kapitel 7, afsnit 7.1.2 ovenfor.<sup>73</sup>

De to tekstuddrag er valgt, fordi de illustrerer, hvordan Christopher *varierer* tekstens stemme i overensstemmelse med de *mulige selvheder* (Ivanič, 1998), som opgavegenrerne tilbyder ham. I det første tilfælde, den traditionelle matematikopgave, møder vi Christopher, som han 'plejer at skrive', dvs. med en sproglig stemme, der er helt typisk for den måde, Christopher hen over året formulerer sig på i sine matematikfaglige besvarelser. I den anden tekst, formidlingsopgaven, møder vi en

<sup>73</sup> Derfor vil der i det følgende også være enkelte informationsoverlap i forhold til kapitel 7, afsnit 7.1.2. Dette er et bevidst valg, så specielt dette kapitel kan læses, uden at man behøver at orientere sig i kapitel 7, afsnit 7.1.2 samtidig.



anden sproglig stemme. En stemme, der i flere henseender banker på til den matematikfaglige diskurs beskrevet af Österholm & Bergqvist (2013, se kapitel 2). Som det blev beskrevet i kapitel 7, afsnit 7.1.2, peger Christopher selv i den afsluttende interviewsamtale på netop denne besvarelse som den matematikfaglige besvarelse, han er mest tilfreds med som *tekst* betragtet.

Skriveordren bestod i forbindelse med Htx3gMat4 af tre matematikopgaver med i alt ti delspørgsmål. Alle opgaverne var hentet fra et tidligere års eksamenssæt fra den skriftlige eksamen for matematik A på htx. De spørgsmål, der skulle besvares, var i alle tilfælde formuleret som imperativer, *bestem*, *skitser* eller *opskriv*, der positionerede eleverne som *beregnere* (jf. Rotman, 1988). Som social handling var der tale om træning frem mod den skriftlige eksamen, og på det tekstuelle plan må elevbesvarelsen, placeringen i 3g taget i betragtning, forventes at skulle leve op til de kriterier for eksamensbesvarelser, der er skitseret i de ministerielle styredokumenter for matematik A på htx.

Christopher svarer på de fleste af skriveordrens spørgsmål, og han benytter undervejs primært det skriftlige verbalsprog til at beskrive indholdet af de matematikfaglige operationer, han foretager ved hjælp af matematiske symboler, og til at begrunde sine valg af udregninger. Lærerens respons er overvejende positiv med hensyn til de matematiske beregninger, Christopher benytter sig af, men flere steder kommenteres Christophers sprogbrug, både med hensyn til fagbegreber og faglige vendinger.

Uddraget i Figur 57 nedenfor stammer fra besvarelsens anden opgave, hvor den maksimale fart af en partikel, der bevæger sig langs en banekurve givet ved en vektorfunktion, skal bestemmes. Forinden har Christopher skitseret banekurven grafisk og bestemt et udtryk for hastighedsvektoren  $v(t)$ .

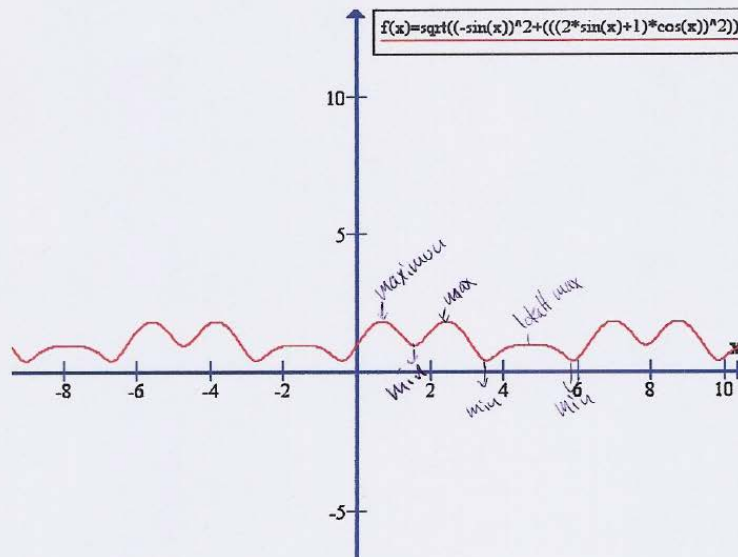
Nu hvor jeg skal finde den maksimale fart, skal jeg starte med, at tage længden af min hastighedsvektor, da farten er defineret sådanne.

$$|v(t)| = \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} \quad \checkmark$$

⇕

$$|v(t)| = \sqrt{(-\sin(t))^2 + ((2 \cdot \sin(t) + 1) \cdot \cos(t))^2} \quad \checkmark$$

Ved at indsætte det i graph, kan jeg få et overblik over de forskellige mulige toppunkter.



Super

du bør lige  
vise det interval  
vi specifikt  
er interstret  
i.

Dette ser ikke helt forkert ud, da jeg godt kan forstille mig, at de to store 'skarpe' sving der fremkommer i den første graf, er det som giver de to udslag på denne graf. De mellemrum mellem de to store toppunkter svarer til den store bue inden svingene kommer igen på den oprindelige graf.

Ved at differentiere fartfunktionen kan jeg finde ud af, hvor toppunkterne kan findes.

$$|v'(t)| = \frac{2 \cdot \cos(t) \cdot ((2 \cdot \sin(t) + 1) \cdot \cos(t))^2 - 2 \cdot (\sin(t))^2 \cdot (\sin(t) + 1)}{\sqrt{(4 \cdot (\sin(t))^2 + 4 \cdot \sin(t) + 1) \cdot (\cos(t))^2 + (\sin(t))^2}}$$

Da det skal differentieres ligmed 0, så bliver tælleren nødt til at blive 0, før hele brøken kan og derfor kan jeg bare solve t i tælleren. *ok*

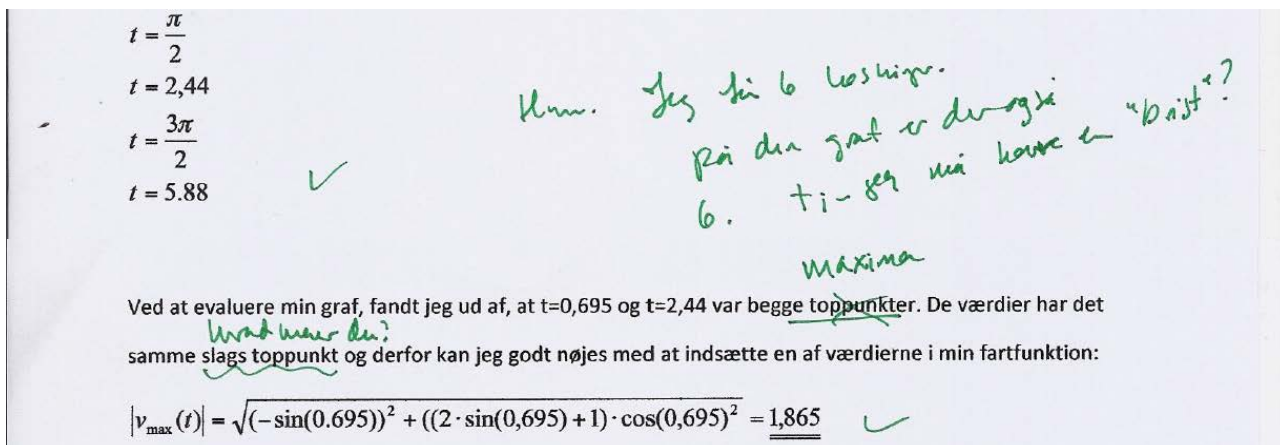
Den ligning jeg løser er:

$$2 \cdot \cos(t) \cdot ((2 \cdot \sin(t) + 1) \cdot (\cos(t))^2 - 2 \cdot (\sin(t))^2 \cdot (\sin(t) + 1)) = 0$$

Jeg får 5 løsninger, som angiver til hvilket t der er et vendepunkt:

$$t = 0,695$$

valdet højt.



Figur 57 Uddrag Htx3gMat4 (Christopher)

Christopher anvender det personlige pronomen *jeg* i ni af uddragets ti sætninger. Der optræder derimod ikke nogen eksplicitte henvisninger til læseren. Begge forhold understreger, at det er skriveren, der er den centrale figur i teksten. Ved at gennemgå sætningerne, kan vi få et mere nuanceret billede af skriverens rolle, som den konstrueres i teksten.

Første sætning i uddraget lyder:

Nu hvor jeg skal finde den maksimale fart, skal jeg starte med, at tage længden af min hastighedsvektor, da farten er defineret sådanne.

Sætningens første del er en selvinstruks, hvor Christopher positionerer sig i forhold til skriveordren ("skal finde") og efterfølgende angiver, hvad han skal gøre for at tage første skridt mod en løsning af opgaven. Bemærk, hvordan der ikke antydes rum for skriverens eget valg, hverken i forhold til skriveordren eller i forhold til hvordan opgaven kan løses ("skal jeg starte med, at..."). Sidstnævnte fremstilles i dette tilfælde som en konsekvens af matematikken selv ("da") og ikke af Christophers måde at løse opgaven på. Christopher positionerer sig i overensstemmelse med den faktiske situation, han er underlagt, i den sociale praksis, teksten er en del af. Det vil sige i et *asymmetrisk* magtforhold, både i forhold til skriveordren og i forhold til matematikken selv.

De resterende otte sætninger, hvor *jeg* anvendes, kan opdeles i to typer. Den første type af sætninger har det til fælles, at de henviser til Christophers mentale processer. Eksempler på dette er fx sætningerne:

Ved at indsætte det i graph, kan jeg få et overblik over de forskellige mulige toppunkter

Dette ser ikke helt forkert ud, da jeg godt kan forstille mig, at de to store 'skarpe' sving der fremkommer i den første graf, er det som giver de to udslag på denne graf

Ved at fremhæve sine egne mentale processer forbundet med løsningen af opgaven tildeler Christopher disse en central plads i teksten. Det er bevidst eller ubevidst vigtigt for ham ikke bare at meddele læseren, *hvad han gør*, men også *hvad han tænker* undervejs.

I de resterende sætninger, hvor Christopher anvender *jeg*, er fokus på, hvad han gør eller kan gøre for at løse opgaven. Det vil sige på hans matematiske handlinger i teksten. I det afsluttende udsagn benytter Christopher sig af det modificerende *kan*, og derved positionerer han sig som en aktør, der skal træffe valg.

De værdier har det samme slags toppunkt og derfor kan jeg godt nøjes med at indsætte en af værdierne i min fartfunktion:

Det er Christopher, der er den centrale aktør i teksten. Det er ham, der 'får tingene til at ske', og på intet tidspunkt beskrives matematiske objekter som aktører, der i sig selv kan forårsage handlinger. Passiv anvendes ikke, men der optræder enkelte nominaliseringer. Disse har dog hverdags sproglig karakter som fx "de to store 'skarpe' sving".

Flere steder i teksten anvender Christopher modificeringer, herunder den udbredte brug af *kan*, omtalt ovenfor. Første sætning efter diagrammet, hvor Christopher fortolker grafens udseende, indledes fx med: "Dette ser ikke helt forker ud". Rowland (1995) kalder denne type af gardering for *troværdighedsskjold* (*plausability shield*), og sådanne garderinger anvendes ifølge Rowland af skrivere og talere til at markere en position eller en overbevisning, men samtidig indikere, at denne måske ikke holder ved nærmere eftersyn. I Christophers tilfælde ser vi, hvordan han med denne gardering indledningsvis positionerer sig tvivlende, men samtidig netop argumenterer for, at grafen ikke er forker, i den resterende del af sætningen. Der optræder også modificeringer, som ikke er garderinger i Christophers tekst, men som derimod signalerer overskud og i tråd hermed indsigt. Et eksempel på dette finder vi i uddragets sidste sætning, hvor Christopher ved at bruge *nøjes* positionerer sig som en skriver, der har forstået, at en af matematikkens kardinaldyder er 'ikke at gå over åen efter vand'.

Så hvilken stemme eller hvilke stemmer hører vi i Christophers tekst? Vi hører en personlig stemme, der fremhæver skriverens tilstedeværelse og aktive rolle som aktør i teksten. Christopher positionerer sig som en elev, der vil demonstrere, at han er i stand til at løse opgaven, og samtidig vil give et indblik i, hvad han tænker, mens han løser opgaven. Det er en stemme, der afviger fra den af Österholm & Bergqvist (2013) identificerede matematikfaglige diskurs, men som til gengæld er helt i overensstemmelse med den institutionelle og didaktiske skriftpraktik, som Christophers besvarelse er en del af.

Christophers klasse arbejder med formidlingsopgaven Htx3gFor2 kort inden afslutningen af skoleåret i 3g. I den samme uge arbejder klassens elever også med en traditionel matematikopgave (Htx3gMat6), hvor Christophers besvarelse, herunder den stemme, der konstrueres i hans tekst, i

udpræget grad ligner tekstuddraget vist i Figur 57 ovenfor (se uddrag af Christophers besvarelse af Htx3gMat6 i bilag 11.5). Skriveordren til formidlingsopgaven Htx3gFor2 lyder:<sup>74</sup>

Sæt dig selvstændigt ind i et af de 13 emner, som vi har gennemgået gennem de 3 år. Du skal forstå emnet på en sådan måde, at du kan formidle det videre til andre. Produktet skal have form af en note omkring emnet, samt en fremlæggelse på 30 min.

Det er ikke klart, hvad genrebetegnelsen *note* dækker over i dette tilfælde, men i et efterfølgende interview med Christopher beskriver han elevbesvarelsen som en tekst, hvor man skal ”forklare” et matematisk emne til ”nogen, som ikke rigtig ved noget om det”, så de kan ”forstå det ud fra ens noter” (Interview 5 med Christopher, maj 2012). Som social handling er også denne skriveordre en del af forberedelsen frem mod eksamen, men i modsætning til den traditionelle matematikopgave er fokus her rettet mod den mundtlige eksamen. Elevbesvarelsen danner grundlag for en mundtlig fremlæggelse i klassen, som imiterer den mundtlige eksamen i matematik, og som jeg overværer under en af mine observationer af klassens matematikundervisning. At fokus i realiteten er på den mundtlige fremlæggelse, indikeres også af, at Christopher i forbindelse med denne skrivehændelse, i modsætning til i resten af hans elevbesvarelser det pågældende år, ikke modtager lærerrespons på selve teksten ud over den generelle anerkendelse ”gode noter”. De matematikfaglige emner, som eleverne skal skrive om, fordeles af klassens matematiklærer i dialog med eleverne, og Christopher får emnet vektorfunktioner. Han indleder sin tekst med at definere, hvad der forstås ved en vektorfunktion, og beskriver herefter, hvordan grafer for vektorfunktioner, det vil sige banekurver, kan beskrives. I det følgende afsnit, som tekstuddraget i Figur 58 nedenfor stammer fra, beskriver Christopher sammenhængen mellem rette linjer og vektorfunktioner og skitserer grafen for funktionen  $f(x)=\frac{1}{2}x+3$ , som han henviser til som ”den linje der er tegnet øverst” i den indledende del af uddraget i Figur 58.

---

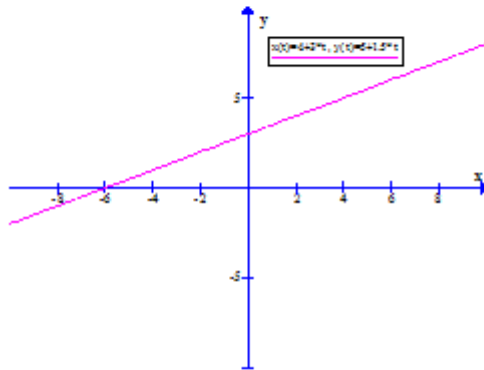
<sup>74</sup> Den her præsenterede udgave af skriveordren er en rekonstruktion af den oprindelige skriveordre. Datamaterialet fra casestudierne indeholder ikke en skriftlig skriveordre for Htx3gFor2. Det har efterfølgende ikke været muligt at afgøre, om en sådan har været benyttet i den konkrete skrivehændelse. I en e-mail-udveksling med elevdeltageren Emil, som fandt sted, efter at elevdeltagerne havde afsluttet deres htx-uddannelse, rekonstruerede han derfor skriveordren ud fra sine skriftlige noter fra matematikundervisningen.

Som eksempel ser vi på den linje der er tegnet øverst. Linjen går gennem to punkter,  $A=(1;3,5)$  og  $B=(4;5)$ . Disse punkter bruges til at beskrive en retningsvektor:

$$\vec{r} = \vec{OB} - \vec{OA} \Leftrightarrow \vec{r} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 3,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1,5 \end{pmatrix}$$

Ved at bruge punkt B som  $P_0$  kan vi opskrive vektorfunktionen:

$$\vec{OP}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 1,5 \end{pmatrix} \cdot t = \begin{pmatrix} 4+3t \\ 5+1,5t \end{pmatrix}$$



Hvis vi gerne vil have vores parameterfremstilling for linjen til at ligne den oprindelige funktionsforskrift for en ret linje  $y=ax+b$ , så skal vi eliminere parameteren  $t$ . Her tages udgangspunkt i eksemplet fra før:

$$f(t) = \begin{pmatrix} 4+3t \\ 5+1,5t \end{pmatrix}$$

For at eliminere  $t$ , så isolere vi  $t$  i enten  $x$ -ledet eller  $y$ -ledet:

$$x = 4 + 3t \Leftrightarrow t = \frac{x-4}{3}$$

Det indsættes så i  $y$ -ledet:

$$y = 5 + 1,5t \Leftrightarrow y = 5 + 1,5 \cdot \left( \frac{x-4}{3} \right) = \underline{0,5x + 3}$$

Figur 58 Uddrag Htx3gFor2 (Christopher)

I modsætning til i det forrige tekstuddrag fra den traditionelle matematikopgave anvender Christopher i dette tilfælde konsekvent det personlige pronomen *vi*. Ved at analysere de fire sætninger, hvor Christopher anvender *vi*, kan vi få et indblik i, hvordan relationerne mellem læser og skriver konstrueres i teksten.

Som eksempel ser vi på den linje der er tegnet øverst.

For at eliminere  $t$ , så isolere vi  $t$  i enten  $x$ -ledet eller  $y$ -ledet:

I begge disse tilfælde benytter Christopher et inkluderende *vi*, hvor læseren sprogligt inddrages i processen 'at se' eller 'at isolere', og som det ofte er tilfældet, når denne type af 'akademisk vi' benyttes i matematiske tekster, inddrages læseren, men overlades samtidig ikke nogle muligheder for at unddrage sig. Læseren inddrages og dirigeres således på én og samme tid.

I de to andre tilfælde, hvor Christopher anvender *vi*, er relationen mellem skriver og læser mere uklar. Formuleringerne åbner for valg, men der er tale om retoriske konstruktioner snarere end reelle valg.

Hvis vi gerne vil have vores parameterfremstilling for linjen til at ligne den oprindelige funktionsforskrift for en ret linje  $y=ax+b$ , så skal vi eliminere parameteren  $t$ .

I den traditionelle hjemmeopgave fremstod Christopher som den tydelige deltager i tekstens processer, men i dette tilfælde er rollen som aktør enten sløret gennem formuleringer som "Her tages udgangspunkt i eksemplet fra før", bemærk brugen af passiv form, eller erstattet af det mere neutrale *vi* som beskrevet ovenfor. Sløring af tekstens aktører er med til at gøre tekstens stemme generel og abstrakt, idet skriveren selv skubbes i baggrunden. Autoriteten tilskrives i første omgang matematikken selv og i anden omgang skriveren som et medlem af et matematikfagligt fællesskab. Christopher anvender ingen modificeringer i teksten ud over et enkelt tilfælde af *kan* i uddragets fjerde sætning. Tekstens stemme er i den forstand neutral og formel.

Den aktive, personlige stemme, der blev identificeret i Christophers besvarelse af den traditionelle matematikopgave ovenfor, er i dette tilfælde udskiftet med en upersonlig, neutral stemme, hvor Christopher som sproglig agent er trådt i baggrunden og erstattet med et til tider inkluderende *vi*. På den måde positionerer Christopher sig i uddraget vist i Figur 58 som en fagperson, der formidler viden til ligemænd, dvs. i overensstemmelse med den anderledes skriverrolle, som formidlingsopgaven som opgavegenre netop tilbyder i skrivehændelsen.

Ved flere lejligheder har jeg haft mulighed for at vise de to uddrag af Christophers tekster frem for matematikundervisere og uddannelsesforskere. I de fleste tilfælde bliver folk overraskede, når det bliver klart, at teksterne er skrevet af samme elev. Hvad er det, der adskiller de to tekster? I begge tekster optræder en graf, og i begge tilfælde er denne produceret i samme softwareprogram. I begge tekster optræder der matematiske symboler, som bruges til beregninger, og hvis notation i det store hele følger de grammatiske regler for brug af matematisk notation. Teksternes layout minder om hinanden, strukturen er klar, og der anvendes med rimelig succes relevante fagbegreber i begge tekster.

Jeg vil argumentere for, at en de primære grunde til, at teksterne alligevel er så forskellige, er den måde, hvorpå Christopher konstruerer mindst to forskellige stemmer og som en konsekvens heraf forskellige sociale identiteter i sine tekster.

Forskellige opgavegenrer tilbyder forskellige mulige selvheder (Ivanič, 1998) for elever i deres skrivning, og i Christophers tilfælde reagerer han ved at konstruere forskellige stemmer i sine to tekster. Ved at variere opgavegenrerne gives der således i dette tilfælde mulighed for at arbejde med

betydningen af skrivningens funktion og de dertil tilknyttede afsender-modtager-forhold, som også er en central del af kommunikationskompetencen i matematikfaget (Niss & Højgaard, 2002).

En af de mest iøjnefaldende forskelle på, hvordan Christopher konstruerer tekstens stemme i de to tekstuddrag, er hans skiftende brug af personlige pronominer. I et interview sidst på skoleåret beder jeg ham om at kommentere denne forskel mellem de to tekster med udgangspunkt i sin besvarelse af formidlingsopgaven (i uddraget nedenfor omtalt som *noterne*).

Christopher: Jeg tror, det er, når man sidder og tænker, at man skriver noget matematik til en anden, der forstår matematik, så siger man ligesom, 'nu gør vi det her' eller ... men nogen gange, så siger jeg også 'jeg', og jeg kan ikke helt forklare hvorfor, men lige i det her tilfælde, der tror jeg godt, jeg kan, fordi...

Steffen: Med noterne her?

Christopher: Ja, fordi nu er det ikke til én person, jeg skal forestille mig det her, det er til, men til generelt nogen, der ikke forstår det, og så lyder det måske også lidt dumt, at man siger: 'jeg' gør sådan her, for det er jo ikke mig, der gør det. Det er jo ... generelt, så kan du gøre sådan her. Det er også derfor, at jeg har skrevet, at 'der opstilles en vektorfunktion', i stedet for at 'jeg opstiller en vektorfunktion'. Det er jo som sådan ikke mig, der har fundet ud af den, eller ... og nogle gange synes jeg også 'vi', at det er sådan ... det er bare en bedre måde at skrive tingene på end 'jeg'. Jeg synes, det lyder lidt ... altså i hjemmeopgavesæt, der ved jeg, det er mig, der laver det, altså udregner de her ting, så der synes jeg, det passer bedre end fx det her papir. Selvom det er mig, der har lavet det, men det er ikke det, der er vigtigt for formålet med papiret på den måde.

Interview 5 med Christopher, maj 2012

Gennem interviewet får vi et indblik i Christophers grunde til den forskellige sprogbrug i hans to matematikfaglige tekster. Grunde, der falder i tre kategorier.

*Fællesskab med læseren.* Brugen af det inkluderende *vi* indikerer, at skriver og læser begge er del af et fagligt fællesskab, og Christopher peger på, at en jævnbyrdig relation til læseren kan have betydning for brugen af personlige pronominer ("... det er, når man sidder og tænker, at man skriver noget matematik til en anden, der forstår matematik, så siger man ligesom, 'nu gør vi det her"). Samtidig anerkender han dog den manglende konsekvens i sine matematikfaglige tekster og afstår fra at færdiggøre argumentet ("jeg kan ikke helt forklare hvorfor").

*Kilden til viden.* Brugen af *vi* i stedet for *jeg* bidrager til en sproglig bevægelse, hvor ansvaret for de matematiske handlinger, der udføres i teksten, flyttes fra skriveren selv som person, der dermed ikke står som kilden til den frembragte viden. Christopher medgiver, at han selvfølgelig er forfatter til begge tekster, men understreger samtidig, at i tilfældet med formidlingsopgaven kommer det i



anden række ("Selvom det er mig, der har lavet det, men det er ikke det, der er vigtigt for formålet med papiret på den måde.").

*At lyde rigtigt.* Den sidste grund, Christopher giver for at bruge *vi* i formidlingsopgaven, er affektiv i sin natur. Han slår fast, at "det er bare en bedre måde at skrive tingene på end jeg", uden dog at uddybe dette yderligere.

Christopher har altså indset, at der findes genrespecifikke konventioner eller diskurser, der knytter sig til skrivning i faget matematik, herunder brugen af personlige pronominer, og i hans tekster ser vi, at han er i stand til at realisere disse tekstnormer i konstruktionen af tekstens stemme. I den traditionelle matematikopgave hører vi eleven Christophers stemme, mens lærebogens neutrale stemme præger hans formidlingsopgave.

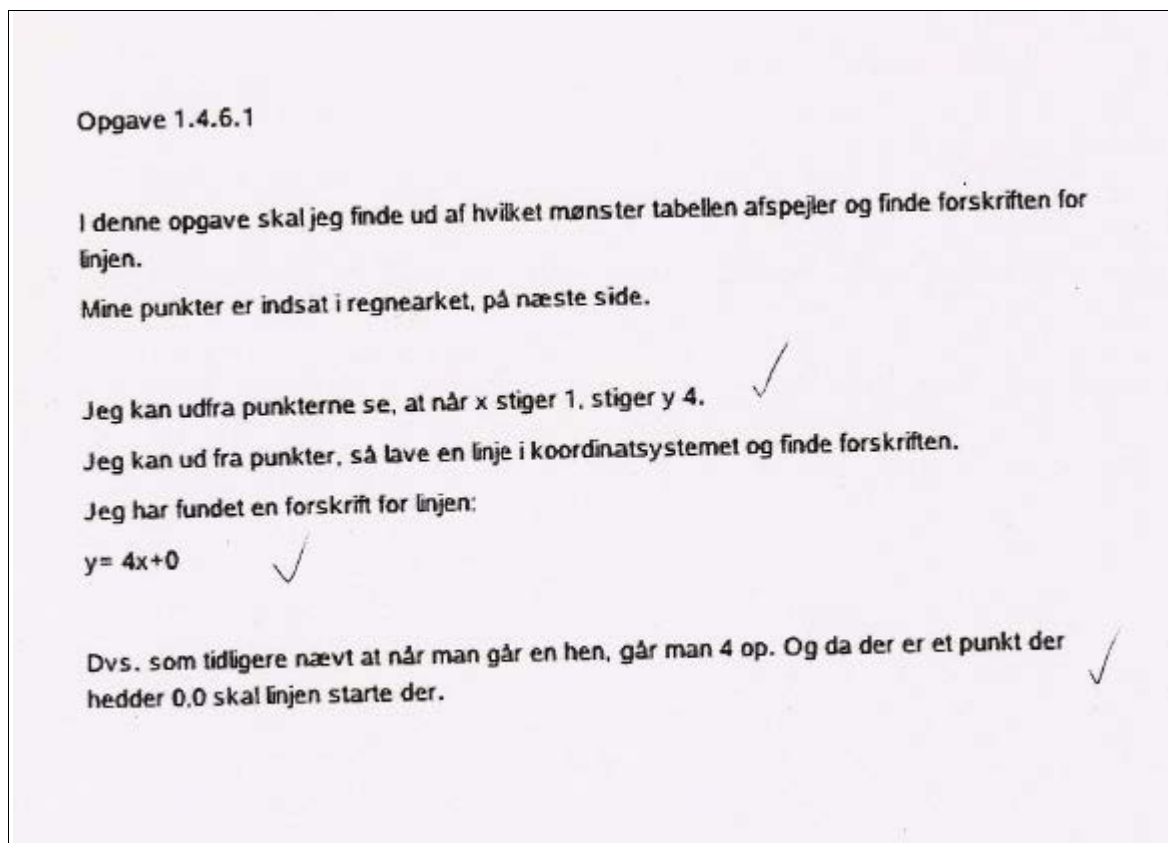
## 8.2 Skriveudvikling og stemme

Stemmebegrebet er som analytisk begreb umiddelbart knyttet til teksters mikroniveau, dvs. til detaljerede analyser af korte tekstuddrag. I dette afsnit vil stemmebegrebet imidlertid også blive anvendt på et makroniveau, dvs. til at analysere elevers skriveudvikling i et longitudinalt perspektiv. For at muliggøre et sådant perspektiv vil jeg i det følgende på baggrund af detaljerede analyser af elevernes matematikfaglige besvarelser påstå, at bestemte tekster er *kendetegnet* ved brugen af bestemte sproglige stemmer. Dette gør jeg vel vidende, at allerede Bakhtin (1986) gjorde det klart, at der typisk vil kunne identificeres *flere forskellige* stemmer i en og samme tekst. I den forstand involverer dette afsnits brug af stemmebegrebet en *forenkling* af, 'hvad der faktisk foregår' i de elevbesvarelser, der analyseres.

Når jeg nedenfor opsummerer analyser af elevernes konstruktioner af sproglige stemmer i en række af deres matematikfaglige besvarelser, betyder det derfor netop, at den pågældende elevbesvarelse er *kendetegnet* ved brugen af en bestemt sproglig stemme, og dermed *ikke*, at andre sproglige stemmer ikke kan identificeres i den pågældende tekst. I alle elevbesvarelserne kan der, hvis stemmeanalysen bliver tilstrækkelig finkornet, identificeres flere forskellige sproglige stemmer. Dette ændrer imidlertid ikke på, at der i de analyserede elevbesvarelser på baggrund af den ovenfor præsenterede operationalisering af stemmebegrebet relativt klart kan identificeres en *primærstemme*, som løber gennem en given elevs specifikke besvarelse. Det er således denne primærstemme og i forlængelse heraf den form for skriveridentitet, den specifikke stemme er med til at etablere i teksten, som er forsøgt indfanget i analyserne af de to elevers matematikfaglige skriveudvikling nedenfor. De konkrete analyser af tekstuelle stemmer i elevernes besvarelser er gennemført som en del af afhandlingens konstellationsanalyser, jf. kapitel 4, afsnit 4.7.3 ovenfor.

### 8.2.1 Annas matematikfaglige stemmer

Tekstuddraget, vist i Figur 59 nedenfor, stammer fra Annas besvarelse af Stx1gMat6. Der er altså tale om besvarelse af en traditionel matematikopgave, som Anna skrev i den første halvdel af 1g.



Figur 59 Uddrag Stx1gMat6 (Anna)

Uddraget illustrerer ganske præcist, hvordan Anna typisk konstruerer sproglig stemme i sine matematikfaglige besvarelser i 1g. Det ses i Figur 59, hvordan hun indledningsvis gennem en selvinstruks beskriver, hvordan hun forstår den stillede opgave ("I denne opgave skal jeg (...)"). Herefter beskriver Anna, hvad hun har gjort ("Mine punkter er indsat i regnearket, på næste side."), hvilken indsigt denne handling har givet hende ("Jeg kan ud fra punkterne se, at (...)",) hvordan hun handler i forlængelse af sin indsigt ("Jeg kan ud fra punkter, så (...)",) og hvad hun derudaf kan konkludere ("Jeg har fundet en forskrift for linjen:"). Afslutningsvis giver Anna en supplerende begrundelse for udseendet af den funktionsforskrift, hun angiver som løsning til opgaven (" $y=4x+0$ ").

Selvom Anna afslutningsvis benytter det ubestemte pronomen *man*, er uddraget og hendes samlede besvarelse i det hele taget kendetegnet ved brugen af det personlige pronomen *jeg*. Det er Anna, der er den handlende og erkendende sproglige agent i besvarelsen. Det er således en aktiv, personlig stemme, der dominerer i teksten, og det er menneskelige agenter, primært Anna selv, der får tingene til at ske i besvarelsen. Bemærk fx, hvordan Anna, også når hun anvender en upersonlig stemme, gennem sine formuleringer indirekte udpeger tilstedeværelsen af en menneskelig agent ("(...) når man går en hen, går man 4 op. "). I uddraget anvendes ingen former for affektive eller evaluerende udtryk, og selvom der forekommer enkelte eksempler på sådanne i Annas samlede besvarelse ("Punkterne ligger nogle lunde på linjen"), er den dominerende stemme i besvarelsen overvejende

neutral. Vi ser i uddraget, hvordan Anna i sin tekst positionerer sig i overensstemmelse med tekstens funktion som en social handling i en institutionaliseret evalueringskontekst. Anna konstruerer således i sin besvarelse en skriveridentitet, hvor hun tager autoritet for tekstens faglige indhold ved 'selv' at optræde som den handlende og tænkende sproglige agent i sin besvarelse.

Som det illustreres af Figur 60 nedenfor, er denne stemmebrug karakteristisk for Annas matematikfaglige besvarelser gennem hele hendes gymnasiale uddannelse. Uddraget i Figur 60 er hentet fra Annas besvarelse af den skriftlige studentereksamen (Stx3gEks), som hun skriver ved afslutningen af 3g.

c. I denne opgave skal jeg bestemme hvor mange procent farten øges med, når motoreffekten øges med 30%.

Da der er tale om en potensfunktion kan jeg beregne dette vha. følgende formel:

$$(1+r(y))=(1+r(x))^a$$

Da det er fartens øgning jeg gerne vil finde, skal jeg finde  $r(y)$ . Jeg indsætter mine kendte værdier og beregner:

$$r(y)=\left\{(1+0.30)^{0.2933}\right\}-1 \approx 0.07999$$

$$0.07999 \cdot 100 \approx 7.999$$

Den procentvise ændring i farten er altså 8% ved en motoreffekt øgning på 30%.

Figur 60 Uddrag Stx3gEks (Anna)

Igen ses det, hvordan Anna i sin besvarelse konstruerer en neutral og personlig stemme, hvor skriveren optræder som den sproglige agent i både handleprocesser ("Jeg indsætter mine kendte værdier og beregner:") og mentale processer ("Da det er fartens øgning jeg gerne vil finde, skal jeg finde  $r(y)$ ").

Selvom Anna i løbet af de tre års matematikundervisning også konstruerer eksempler på andre stemmer i sine matematikfaglige besvarelser, illustrerer de to uddrag ovenfor ganske præcist det mønster, der i konstellationsanalyserne er blevet fremanalyseret i Annas brug af sproglige stemmer i hendes matematikfaglige besvarelser. I Figur 61 nedenfor er resultaterne fra konstellationsanalyserne af Annas besvarelser opsummeret.

Annas konstruktion af matematikfaglige stemmer	
<b>Stx1gMat2</b>	<p>Der veksles mellem en personlig og en upersonlig stemme. I begge tilfælde er stemmen neutral. I den sidste opgave er stemmen neutral og personlig. Anna beskriver i den sidste opgave, hvad hun har lært i matematikundervisningen.</p> <p><b>Eks. handleproces</b> (Jeg vælger, at der er 24 øl i en kasse, så ligningen kommer til at se sådan her ud:)</p>
<b>Stx1gMat6</b>	<p>Konsekvent brug af <i>jeg</i>. Anna beskriver, hvad hun skal gøre, hvad hun gør, og hvordan hun har gjort det. Brug af få modificerende udtryk. Stemmen er personlig og overvejende neutral</p> <p><b>Eks. handleproces</b> (Jeg har tegnet grafen i et koordinatsystem på næste side.)</p> <p><b>Eks. mental proces</b> (Jeg kan se, at hvis jeg går et punkt ud fra grafen, så går den en halv ned.)</p>
<b>Stx2gMat6</b>	<p>Konsekvent brug af <i>jeg</i> i handleprocesser. Stemmen er personlig og neutral.</p> <p><b>Eks. handleproces</b> (Jeg starter med at differentiere funktionen:)</p>
<b>Stx3gMat9</b>	<p>Konsekvent brug af <i>jeg</i>. Anna beskriver, hvad hun skal gøre, hvad hun gør, og hvordan hun har gjort det. Enkelte eksempler på generelle udsagn. Få modificerende udtryk. Stemmen er personlig og overvejende neutral.</p> <p><b>Eks. handleproces</b> (Jeg indsætter mine kendte værdier)</p> <p><b>Eks. mental proces</b> (Jeg ved at <math>f(x)</math> betegner hvilestofskiftet, og det er derfor denne, jeg gerne vil beregne.)</p>
<b>Stx3gEks</b>	<p>Konsekvent brug af <i>jeg</i> primært i materielle processer. Stemmen er neutral og personlig.</p> <p><b>Eks. handleproces</b> (Jeg benytter et Cas-værktøj til at bestemme <math>f'(x)</math>:)</p>

Figur 61 Annas matematikfaglige stemmer, jf. konstellationsanalyserne

Som det fremgår af Figur 61, konstruerer Anna gennem hele forløbet konsekvent personlige og neutrale stemmer i sine matematikfaglige besvarelser, og dette kommer tydeligst til udtryk i hendes konsekvente brug af *jeg* i handle- og tænkeprocesser samt i fraværet af affektive eller evaluerende udtryk. Selvom der er en del eksempler på mentale processer i Annas besvarelser, er der i overvejende grad tale om handleprocesser med Anna selv som den handlende aktør. Anna konstruerer således gennem hele forløbet primært skriveidentiteten 'Anna som matematikelev' i sine besvarelser, og dette indikerer, at skrivning i matematikfaget for Anna først og fremmest

handler om at overbevise læseren, in casu hendes matematiklærer, om, at hun har forstået, hvad der foregår, og at hun ved, hvordan de stillede matematikopgaver skal løses.

Gennem interviewsamtalerne kommer det frem, at brugen af skriftligt verbalsprog i matematikfaglige besvarelser for Anna er tæt knyttet til konstruktioner af skriveridentitet og til hendes sociale identitet som matematikelev i stx-klassen i det hele taget. I det følgende uddrag fra den afsluttende interviewsamtale sidst i 3g taler vi om Annas opfattelse af funktionen af skriftligt verbalsprog, specielt forklaringer, i hendes matematikfaglige besvarelser.

Steffen: Hvilket indtryk vil du gerne have, en læser sidder tilbage med?

Anna: Ja altså, jeg vil jo gerne have, at personen skal se, at jeg godt kan finde ud af eller forstå, hvad det er, jeg laver, hvilket også er derfor, jeg er blevet meget forklarende i mit sprog. I matematik, der er jeg meget sådan helt ned til punkt og prikke, så en 10-årig næsten ville kunne forstå, hvad det er, jeg siger, ikke? Fordi jeg hellere vil have, at læseren skal sidde med et indtryk af, at jeg virkelig har forstået hver eneste ting jeg har lavet, i stedet for at der er noget, jeg bare er sprunget let over og bare har brugt Nspire<sup>75</sup> til at beregne. Og så kan det være lidt mere uklart, men helt klart skal personen da se, at jeg kan finde ud af det, jeg laver. Jeg tænker meget i forhold til censor, fordi at  $\sqrt{\text{stx-lærerens navn}}$  skal jo ikke rette vores skriftlige eksamen. Det er jo to personer, jeg slet ikke kender, så de skal jo helt klart kunne se, at jeg kan finde ud af det, jeg laver, og forklare det. Det er meget vigtigt for mig, at jeg kan forklare, hvad det er, jeg laver.

Steffen: Når du siger forklare, foregår det så i det, jeg vil kalde verbalsprog, altså brødtekst?

Anna: Ja ja.

Interview 5 med Anna, maj 2013

Vi så ovenfor, hvordan den institutionelle ramme, som hendes matematikfaglige skrivning i praksis er indlejret i, så ud til at bane sig vej ind i Annas besvarelser gennem hendes konstruktion af sproglige stemmer. Interviewuddraget bekræfter – og supplerer – dette indtryk. Det handler for Anna om virkelig at vise sin læser, at *hun* har forstået, hvad der foregår, og i denne proces spiller brugen af skriftligt verbalsprog, herunder konstruktionen af sproglige stemmer, en central rolle. Gennem Annas konsekvente brug af personlige, neutrale stemmer indikeres således indirekte en forståelse af, hvad formålet med matematikfaglig skrivning er for Anna, og desuden en forståelse af matematik som en proces, der *gøres* af konkrete mennesker som fx Anna selv i konkrete skriveskikkelser. Gennem analysen bliver det desuden klart, at Annas opfattelse af formålet med matematikfaglig skrivning og af hendes egen rolle som skriver i en matematikfaglig skrivekultur ikke ser ud til at ændre sig noget videre i løbet af hendes treårige gymnasiale uddannelse. Anna

---

<sup>75</sup> Computerprogrammet TI-Nspire CAS. Se indledningen i kapitel 6.

finder sig fra start til rette i en social identitet som (dygtig) matematikelev, og gennem stemmeanalysen ser vi, at det er en identitet, Anna etablerer og konsoliderer kontinuerligt i løbet af de tre års matematikundervisning. At lære sig at skrive matematikfaglige tekster bliver i den forstand et spørgsmål om at skrive, som det værdsættes til en afsluttende skriftlig eksamen. Skriveudvikling er i den optik *at lære spillets regler*, og de gældende spilleregler er dem, som anerkendes ved den skriftlige eksamen i faget matematik. Med afsæt i Tobleronmodellen<sup>76</sup> kan det konkluderes, at Annas fortsatte konstruktion af skriveridentiteter i hendes matematikfaglige besvarelser og dermed Annas skriveudvikling i høj grad er formet af kategorien *skole* eller måske mere præcist af den lokale skoleskrivekultur, som hendes matematikfaglige skrivning – også – er indlejret i.

### 8.2.2 Emils matematikfaglige stemmer

I Figur 62 nedenfor ses et uddrag af Emils besvarelse af Htx1gMat5, som han skrev i den første halvdel af 1g. Bemærk, hvordan Emil i sin besvarelse konstruerer en anden matematikfaglig stemme, end Anna gjorde i tekstuddragene vist i afsnit 8.2.1 ovenfor.

---

<sup>76</sup> Se kapitel 3, afsnit 3.7.1.

3) Hvis vi tager udgangspunkt i vores start ligning, kan vi se at vi har alle oplysninger (y må være 0) undtagen X. Det vil sige at vi skal isolere X. vi kan også se ud fra den skitse som jeg har lavet at X har 2 skæringspunkter ✓

$$(x-4)^2 + (y+1)^2 = 16$$

⇓ indsætter y

$$(x-4)^2 + (0+1)^2 = 16$$

⇓ ved hjælp af kvadratsætningerne skriver vi  $(x-4)^2$  og  $(0+1)^2$  om

$$x^2 + 16 - 8x + 1 = 16$$

⇓ vi subtrahere -16 på begge sider

$$x^2 - 8x + 1 = 0$$

en andengradsligning

$$a=1, b=-8, c=1$$

⇓ indsætter vi i diskriminanten

$$d = b^2 - 4ac \quad \text{UPS}$$

⇓ indsæt tal / 4

$$d = (-8)^2 - (1 \cdot 1)$$

⇓ opløft i potens og subtrahere

$$d = 63 \quad \% \quad 60$$

dvs at der er 2 løsninger ✓

Figur 62 Uddrag Htx1gMat5 (Emil)

I den første del af uddraget forklarer Emil, hvordan den stillede matematikopgave skal løses. Brugen af det personlige pronomen *vi* dominerer, men som det fremgår af uddragets anden linje, veksles der mellem brug af de personlige pronomener *vi* og *jeg* i besvarelsen. Emil anvender i uddraget inkluderende *vi*, men det er ikke klart, hvem der faktisk inkluderes. Pronominet *vi* kan således i dette tilfælde både henvise til den samlede gruppe af klassens elever, der skal løse opgaven (individuel!), eller til en gruppe bestående af skriver og læser(e). Det fremgår af interviewsamtalerne med Emil, som illustreret i uddraget nedenfor, at tvetydigheden i denne *visen hen* dog næppe er intentionel fra hans side. I stedet fortolker jeg dette sproglige fænomen primært som en indikation af, at Emil, som det var tilfældet for Christopher ovenfor, har indset, at brugen af *vi* er en genrekonvention, der knytter sig til en del af matematikfagernes tekster, og at han derfor bevidst eller ubevidst med brugen af *vi* i dette tilfælde forsøger at skrive sig ind i en matematikfaglig diskurs.

I den resterende del af uddraget benytter Emil det skriftlige verbalsprog til at beskrive indholdet af de matematikfaglige operationer, han foretager ved hjælp af matematiske symboler, og afslutningsvis formuleres en konklusion ("dvs at der er 2 løsninger"). I denne del af uddraget

konstrueres en neutral, upersonlig stemme ("indsætter vi i diskriminanten"). I nogle tilfælde optræder der ingen sproglige agenter ("indsætter y"), og i andre tilfælde benyttes imperativer, der sprogligt er henvendt til skriveren ("indsæt tal"). Med reference til den af Österholm og Bergqvist (2013) identificerede diskurs om brugen af skriftligt verbalsprog i matematikfaglige tekster er det interessant, at Emil allerede i denne tidligere besvarelse anvender fagbegreber, at hans formuleringer er kompakte, at tekstens struktur er klar, at der er en udpræget brug af logiske relationer, og at menneskelige agenter, specielt Emil selv som sproglig agent, er holdt i baggrunden. På trods af dette er det i uddraget tydeligt, hvordan den stemme eller *de stemmer*, der konstrueres i Emils besvarelse, peger mod forskellige, sprogligt uforenelige skriveridentiteter. Alene brugen af *vi* peger således mod et symmetrisk forhold til læseren, brugen af *jeg* peger i dette tilfælde mod en skriveridentitet som elev, mens brugen af imperativer mest af alt peger mod diskurser, man kan finde i matematikfagenes lærebøger. Med et genbrug af 'banke på'-metaforen<sup>77</sup> kan vi sige, at Emil gennem sin konstruktion af sproglig(e) stemme(r) i dette tilfælde på samme tid banker på til flere forskellige diskurser.

Af de fire elevdeltagere er Emil den, der mest konsekvent anvender en formel, upersonlig stemme i sine matematikfaglige besvarelser gennem de tre års matematikundervisning. På trods af dette analytisk signifikante træk ved Emils matematikfaglige skrivning og skriveudvikling bliver det gennem interviewsamtalerne klart, at det ikke er et fænomen, han selv fra start har et afklaret, endsige bevidst forhold til. I det følgende uddrag fra en interviewsamtale gennemført, da Emil befandt sig i den første del af 3g, taler vi om hans brug af personlige pronominer med udgangspunkt i hans besvarelse af Htx2gMat4.

---

<sup>77</sup> Som jeg skylder Peter Hobel.



- Steffen: Her skriver du ”Her husker vi, at vi ikke må tage kvadratrods af noget negativt”. Hvem er det? Hvem er vi her?
- Emil: Ja, det ved jeg ikke. Jeg tror, jeg skriver vi mange gange i mine matematikopgaver.
- Steffen: Ja. Må jeg spørge hvorfor? Det er du ikke den eneste, der gør, det kan jeg sige med det samme (...).
- Emil: Det ved jeg ikke. Jeg tror, det er sådan, at jeg skal finde på et eller andet at skrive eller sådan. Jeg vil ikke bruge mig selv i mine opgaver, så jeg skriver nok vi i stedet for. Men jeg ved godt, at vi lyder dumt, for vi er ikke flere om at skrive opgaven.
- Steffen: Jeg er ikke sikker på, at det lyder dumt, men jeg vil spørge, hvorfor er det, du ikke vil bruge dig selv i opgaven? Var det ikke sådan, du sagde?
- Emil: Jeg vil ikke sådan (...) Det er faktisk svært at svare på, fordi jeg tror aldrig rigtig... Jeg har altid bare brugt vi.
- Steffen: Ja, du gør det konsekvent næsten helt fra start, sådan som jeg umiddelbart husker.
- Emil: Jeg tror faktisk på tredje år, der har jeg prøvet at begynde at vænne mig lidt af med at skrive vi, fordi jeg tror, jeg har indset, at der jo ikke er noget vi i mine opgaver. Der er et jeg. Men et jeg synes jeg ikke hører hjemme i en matematikopgave, fordi man skal forholde sig objektivt til matematikken, og hvis jeg indfører et jeg, så er det noget, jeg siger. Det kan godt være, at det er mig, der beregner det, men jeg synes ikke, jeg opfører mig objektivt over for matematikken.

Interview 2 med Emil, oktober 2011

Gennem uddraget bliver det klart, hvordan konstruktion af sproglige stemmer for Emil på den ene side er bevidst (”Jeg tror, jeg skriver vi mange gange i mine matematikopgaver.”), men samtidig i en vis forstand ureflekteret (”Det er faktisk svært at svare på, fordi jeg tror aldrig rigtig... Jeg har altid bare brugt vi.”). Vi ser i uddraget, hvordan konstruktionen af sproglige stemmer og i sammenhæng hermed skriveridentiteter for Emil knytter sig til matematikfagets epistemologiske aspekter (”Der er et jeg. Men et jeg synes jeg ikke hører hjemme i en matematikopgave, fordi man skal forholde sig objektivt til matematikken”), hvilket understreger Burton og Morgans pointe om, at det skriftlige verbalsprog er med til at etablere de bagvedliggende erkendelsesmæssige aspekter, som skrivere mere eller mindre bevidst antager i deres matematikfaglige tekster (Burton & Morgan, 2000: 430, se kapitlets indledning). Som Emil selv bemærker, har han i starten af 3g vænnet sig lidt af med’ at benytte pronominet *vi* i sine besvarelser, og han henviser i vores samtale til sin besvarelse af Htx3gMat2 som et eksempel på dette. I denne besvarelse veksler Emil faktisk mere end i de tidligere besvarelser mellem brugen af personlig og upersonlig stemme. I det følgende uddrag taler vi om dette fænomen.

- Emil: Jeg kan se i min opgave, at jeg nok lige så meget bruger vi som jeg.
- Steffen: Altså i den opgave, som I fik tilbage i går?
- Emil: Ja. Jeg kan bare huske, at jeg har siddet med følelsen af, at jeg skulle skrive noget andet på et tidspunkt, fordi jeg syntes, at jeg brugte vi. Men jeg ved, at min holdning til matematikopgaven på tredje år har ændret sig lidt med den nye lærer, vi har fået.
- Steffen: Hvad tænker du på?
- Emil: Det ved jeg ikke. At jeg nok kan forholde mig lidt mere subjektivt til mine opgaver og sige, at jeg gør sådan og sådan. Jeg ved ikke, om det er bundet til opgaven eller til læreren, men jeg føler, at det er anderledes på en eller anden måde.

Interview 2 med Emil, oktober 2011

Htx-klassen skifter matematiklærer tre gange i løbet af deres gymnasiale uddannelse, og hvert skift er for eleverne forbundet med markante skift i den lærerfaglige skrivekultur. I kapitel 6 blev der argumenteret for, at disse skift bl.a. involverede skift i brug og betydning af skriveredskaber i matematikundervisningen, men af uddraget ovenfor ser vi, at skift i lærerfaglige skrivekulturer for Emil også involverer refleksioner over epistemologiske aspekter af matematikfaget. Gennem uddraget antydes det således, hvordan Emils matematikfaglige skriveudvikling formes i spændet mellem fag, skole og social identitet, og hvordan skriveudvikling involverer identitetsarbejde for Emil. I flere besvarelser fra starten af 3g fastholder Emil således en vekslen i sproglige stemmer. Mest tydeligt bliver dette fænomen i forbindelse med Karruselprojektet (Htx3gPro1), som blev præsenteret ovenfor i kapitel 7, afsnit 7.2.2. I den første halvdel af sin besvarelse (*Obligatorisk del*) konstruerer Emil konsekvent en upersonlig, neutral stemme, mens han i den anden halvdel af sin besvarelse (*Kreativ del*) lige så konsekvent konstruerer en personlig, til tider evaluerende, stemme.

Omkring midtvejs i 3g fraviger Emil denne vekslen i sproglige stemmer i sine besvarelser. Herfra konstruerer han, som det fremgår af Figur 63 nedenfor, i udpræget grad upersonlige, neutrale stemmer, ofte gennem brugen af passiv uden 'menneskelige' agenter. Emil benytter i denne periode konsekvent *vi* eller *man*, og når han bruger *vi*, er der ofte tale om et inkluderende *vi*, jf. Burton og Morgan (2000).

	Emils konstruktion af matematikfaglige stemmer
Htx1gMat3	<p>De matematiske operationer, som optræder i besvarelsen, formuleres i imperativer henvendt til læseren. Der optræder ingen sproglige agenter. Stemmen er neutral og upersonlig.</p> <p><b>Eks. handleproces</b> (Sæt 4b uden for parentes i tælleren. Sæt 8b uden for parentes i nævneren.)</p>
Htx1gMat5	<p>Dominerende brug af inkluderende <i>vi</i>, også når de angivne processer ikke kan inkludere læseren. Symmetrisk relation til læseren. Stemmen er neutral og i de fleste tilfælde upersonlig.</p> <p><b>Eks. handleproces</b> (Vi omskriver, så den ligner linjens ligning)</p>
Htx2gMat9	<p>Der veksles mellem upersonlig og personlig stemme, men brug af inkluderende upersonlig stemme dominerer. Hyppig brug af passiv form. Enkelte modificeringer, men overvejende neutral stemme.</p> <p><b>Eks. handleproces inkl. modificering</b> (Herefter indsætter vi nu bare de 5 værdier i henholdsvis)</p> <p><b>Eks. brug af passiv form</b> (Herunder er lavet et skema for værdierne:)</p>
Htx3gMat5	<p>Konsekvent brug af <i>vi</i> eller <i>man</i>. Stemmen er upersonlig og overvejende neutral, ofte uden brug af sproglige agenter</p> <p><b>Eks. mental proces</b> (Vi ønsker at bestemme konstanterne <math>b</math> og <math>a</math>.)</p> <p><b>Eks. fravær af sproglig agent</b> (Løser ligningerne i maple)</p>
Htx3gEks	<p>Konsekvent upersonlig og neutral stemme, nogle steder præget af inkluderende <i>vi</i>. Der benyttes primært passiv form, når handlinger beskrives.</p> <p><b>Eks. mental og handleproces</b> (Når vi også kender vinkel <math>A</math>, kan vi derfor bestemme siden <math>CB</math>, med tangens:)</p>

Figur 63 Emils matematikfaglige stemmer, jf. konstellationsanalyserne

I Figur 64 nedenfor er vist et uddrag af fra Emils besvarelse af Htx3gEks, dvs. den skriftlige studentereksamen, som han besvarede ved afslutningen af 3g. Bemærk, hvordan Emil i dette tilfælde både gennem tekstens indhold og form konstruerer en anderledes skriveridentitet, end Anna gjorde i sin besvarelse ved den skriftlige studentereksamen (se Figur 60 ovenfor).

a) Bestem afstanden fra punkt A til linjen m.

Afstanden mellem et punkt og en linje, er altid den korteste afstand, dvs. når punktet projekteres vinkelret ind på linjen. Afstanden imellem  $Dist(P, m)$  kan bestemmes ved formlen:

$$Dist(P, m) = \frac{|\vec{r} \times \overrightarrow{P_0P}|}{|\vec{r}|}$$

Hvor  $\vec{r}$  er retningsvektoren for linjen m og  $\overrightarrow{P_0P}$  er den vektor går fra linjen m's faste punkt  $P_0$  til det punkt som man ønsker at bestemme afstanden til, P.

Linjen m var givet ved:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 \\ 28 \\ -40 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -8,5 \\ -18 \\ 38 \end{pmatrix}$$

Den går derfor igennem punktet  $P_0(-33, 28, -40)$  og har retnings vektoren  $\vec{r} = \begin{pmatrix} -8,5 \\ -18 \\ 38 \end{pmatrix}$ .  $P_0P$  vektoren ( $\overrightarrow{P_0A}$  vektoren i dette tilfælde) kan derfor bestemmes som:

$$\overrightarrow{P_0A} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OP_0} = \begin{pmatrix} -41 \\ 10 \\ -80 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -33 \\ 28 \\ -40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -18 \\ -40 \end{pmatrix}$$

Herefter kan vi indsætte i formlen:

$$\begin{aligned} Dist(A, m) &= \frac{\left| \begin{pmatrix} -8,5 \\ -18 \\ 38 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -8 \\ -18 \\ -40 \end{pmatrix} \right|}{\sqrt{(-8,5)^2 + (-18)^2 + 38^2}} = \frac{\left| \begin{pmatrix} -1404 \\ 644 \\ -9 \end{pmatrix} \right|}{\sqrt{2386033}} = \frac{|\sqrt{(-1404)^2 + 644^2 + (-9)^2}|}{\sqrt{2386033}} \\ &= \underline{\underline{36,01cm}} \end{aligned}$$

Figur 64 Uddrag Htx3gEks (Emil)

I uddraget af Emils besvarelse anvender han kun i ét tilfælde et personligt pronomen. Det er i uddragets sidste sætning, hvor han benytter et inkluderende *vi* ("Herefter kan vi indsætte i formlen:"). Derigennem positionerer han sig væsentligt anderledes, end Anna gjorde i sine besvarelser. Emils egen rolle som ophavsmand til besvarelsens matematikfaglige handlinger er trukket i baggrunden, og i stedet skabes en symmetrisk relation til læseren, hvorigennem matematikkens generalitet indirekte fremhæves. Selvom det eksempelvis er Emil, der indsætter den beregnede vektor i afstandsformlen (uddragets sidste linjer) og gennemfører resten af beregningerne, understreges det gennem brugen af den neutrale, upersonlige stemme og fraværet af en menneskelig agent, at det er *matematikken selv*, der er i centrum, og at de handlinger og processer, der optræder i besvarelsen, ikke primært er knyttet til et bestemt individs handlinger. De er derimod generelle og almengyldige.

Selvom fokus i dette afsnit er rettet mod elevernes brug af forskellige sproglige stemmer, er uddraget fra Emils besvarelse af Htx3gEks også et godt eksempel på, at skriveridentitet ikke alene konstrueres gennem sproglige stemmer. Præcisionen i Emils brug af matematikfaglige begreber og i hans verbalsproglige formuleringer, den indirekte understregning af matematikkens generalitet og den for matematikfaget karakteristiske grafiske markering af de symbolske udtryk er alt sammen også med til at konstruere en skriveridentitet, der rækker ud over den snævre eksamenssituation. Emil konstruerer på den måde ikke primært en skriveridentitet som *matematikelev* i sine besvarelser, men derimod en identitet som *matematiker*. Det handler ikke alene om, *hvorvidt* han benytter en neutral, upersonlig stemme i sine besvarelser, men også om, *hvordan* han benytter en sådan stemme. Vi så ovenfor, hvordan Emil næsten fra start prøver en sådan sproglig stemme af i sin skrivning, men ved at sammenholde de to uddrag skrevet henholdsvis i starten af 1g (Figur 62) og i slutningen af 3g (Figur 64) bliver det tydeligt, hvordan hans konstruktion af en skriveridentitet som matematiker udvikles gennem de tre år. I det første uddrag ser vi eleven Emil, der i sin skrivning banker på til en matematikfaglig diskurs, hvori han sprogligt endnu ikke hører hjemme, men i det andet uddrag ser vi, hvordan Emil med tiden har lært at skrive matematikfaglige tekster, der ikke kun med hensyn til fagligt indhold, men også med hensyn til tekstuel form banker på til et matematikfagligt fællesskab, der rækker ud over de gymnasiale matematikfag.

Hvor analysen af Annas matematikfaglige stemmer indikerede, at hendes skriveudvikling i høj grad var præget af kategorien *skole*, jf. Tobleronmodellen, viser dette afsnits analyse, hvordan Emils matematikfaglige skriveudvikling i højere grad ser ud til at være præget af kategorien *fag*, som den begrebsliggøres i henholdsvis triademodellen og tobleronmodellen (se kapitel 3, afsnit 3.7.1). Anna og Emil er begge elever i et fag i skolen, men analyserne viser, hvordan de alligevel gennem deres gymnasiale uddannelser med tiden konstruerer markant forskellige skriveridentiteter i deres besvarelser. På den måde banker de hver især på til forskellige matematikfaglige diskurser med hver deres underliggende sæt af epistemologiske antagelser, forhandlede tekstnormer og muligheder for videre matematikfaglig skriveudvikling.

### 8.3 Delkonklusion analyse III

Kapitlets udgangspunkt var spørgsmålet om, hvordan elevens identitetsarbejde er med til at forme deres matematikfaglige skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag. Gennem analyser af Annas og Emils tekstuelle stemmer blev det klart, hvordan de to elevdeltagere hver især konstruerede forskellige matematikfaglige skriveridentiteter gennem deres gymnasiale uddannelser, og hvordan disse forskellige sociale identiteter peger ud mod henholdsvis *skole* og *fag*, jf. triademodellen og tobleronmodellen. Vi kan med afsæt i Gee (2003) konkludere, at Anna i sine besvarelser *rekonstruerer* sin *virkelige* (*real-world*) identitet som en *elev*, der skriver til sin lærer, mens Emil i sine besvarelser med tiden konstruerer en *forestillet* (*virtual*) identitet som *matematiker*, der skriver til kompetente ligemænd. I hver af disse sociale identiteter er indlejret faglige tænkemåder og forståelser af skrivning, herunder hvilke relationer der bør etableres mellem læser og skriver, og hvilke epistemologiske antagelser der kan knyttes til matematikken som aktivitet og vidensområde.

Det bliver således gennem det analytiske fokus på elevernes konstruktion af sproglige stemmer tydeligt, hvordan både Annas og Emils matematikfaglige skrivning og skriveudvikling *også* er formet af identitetsarbejde, det vil sige deres opfattelser af skrivningens formål og funktion i matematikundervisningen samt deres ideer om og forståelser af, hvem de er, og hvem de gerne vil være i deres matematikfaglige tekster – og antagelig i matematikundervisningen i det hele taget. Skriveudvikling er også skriverudvikling, og kapitlets analyser tilbyder et blik ind i en sådan sammenfletning af matematikfaglige identifikations- og læreprocesser. Vi kan på baggrund af dette indblik og i overensstemmelse med en økologisk forståelse af skriveudvikling konkludere, at:

(...) writing development is multidimensional, involving students' own changing and developing sense of their 'discoursal selves' (Ivanic, 1998) and the social meaning of writing, in constant dialogue with teachers' responses, the genres and topics offered in a certain school culture, and the teachers' and students' own negotiations of these norms.

Smidt (2009a: 120)

Når elever skriver i faget matematik, skal de ud over at løse matematikopgaver også være i stand til at afkode, navigere og optræde i de faglige diskurser, der knytter sig til skriftlige matematikfaglige tekster. Sproglige stemmer er tekstuelle ressourcer, der er bærere af sociale identiteter, og et forskningsmæssigt identitetsperspektiv på skrivning og skriftlighed kan derfor, som analyserne ovenfor viser, bidrage til forståelsen af, hvad elever vil opnå med deres matematiske tekster, hvordan de forstår skrivningens rolle og funktion i matematikfaget, hvordan elever tager og kan tage faglig autoritet på sig i matematikfaglige tekster, og ikke mindst, hvordan elever gennem det skriftlige arbejde lærer sig fag gennem skrivning og skrivning gennem fag.

Ud over at udgøre et forskningsmæssigt fund har en sådan indsigt også klare didaktiske implikationer. Vi så eksempelvis i analysen af Christophers to besvarelser, hvordan der for ham knyttede sig systematiske stemmeskift til de forskellige matematikfaglige opgavegenrer. Denne del af analysen supplerer således kapitlets longitudinale analyser, idet det gennem analysen af Christophers besvarelser bliver klart, at der ikke bare er tale om, at forskellige elever konstruerer forskellige skriveridentiteter i deres besvarelser, men også samtidig, at de gymnasiale matematikfags nyere, ikke-traditionelle opgavegenrer har potentiale til at skabe didaktiserede rum for eksperimenter og variation i elevens konstruktioner af matematikfaglige identiteter. Herved åbnes der perspektivrige muligheder for lærings- og identifikationsprocesser knyttet til skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag.

## 9 Konklusion

Afhandlingens udgangspunkt var spørgsmålet om, hvordan elever lærer sig matematikfaglig skrivning gennem faget matematik i de gymnasiale uddannelser. For at undersøge dette anlægges der i afhandlingen et sociokulturelt perspektiv på *læring* (Vygotsky, 1978, 1986; Wertsch, 1998), og begrebet knyttes til forståelser af *social identitet* og *identifikation* (Ivanič, 1998, 2006; Gee, 2001, 2003). I overensstemmelse hermed ansues *skrivning* som en *social praksis* (Barton, 2007; Prior, 2006; Smidt, 2009a), og *tekster* defineres som *ytringer* (Bakhtin, 1986) med en indbygget *dialogisk* og *triadisk* natur (Ongstad, 2004, 2006). På baggrund af disse teoretiske positioneringer blev der planlagt og gennemført et longitudinalt etnografisk studie af otte elevers skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag. Dette studie strakte sig over en toårig periode (2011-2013) og involverede fire adskilte casestudier på fire forskellige skoler og gymnasiale uddannelser (htx, hhx, hf og stx).

Som Rogers (2008) har argumenteret for, er etnografiske, longitudinale studier på den ene side ”the most appropriate method for making clear the rich interplay of factors involved in becoming a successful writer”, men samtidig muliggør de ikke ”strong direct causal arguments because of the high number of variables, the small incremental nature of change, and the near impossibility of determining the extent to which an individual variable contributed to an overall perceived change”. I lyset heraf søges der i afhandlingen ikke efter én forklaring eller ét afgrænset svar på det overordnede forskningsspørgsmål. I stedet søges der efter *de* svar, som på tværs af de fire casestudier står frem som væsentlige, og som i forlængelse heraf kan opfattes som afgørende for, hvordan elever lærer sig matematikfaglig skrivning gennem faget matematik i de gymnasiale uddannelser.

I den første del af analyseprocessen blev det samlede datamateriale fra casestudierne læst og systematiseret, og herigennem blev den oprindelige forskningsinteresse uddifferentieret til tre temaer, *it-baserede skriveredskaber*, *ikke-traditionelle opgavegenrer* og *matematikfaglige skriveridentiteter*. Identifikationen af disse som væsentlige kendetegn ved de gymnasiale matematikfags skrivekulturer udgør således afhandlingens første analytiske fund. I den efterfølgende del af analyseprocessen blev hvert tema med udgangspunkt i to af de fire casestudier gjort til genstand for mere indgående og fokuserede analyser.

I den første af disse analyser søges der svar på, hvordan brugen af it som medie for skrivning bidrager til at forme elevers skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag. Den indledende del af denne analyse består af en undersøgelse af, hvad der kendetegner de matematikfaglige skrivekulturer i de to studerede klasser med hensyn til brugen af it som medie for matematikfaglig skrivning. Denne del af analysen viser, at der i stx-klassen i høj grad var tale om en *entydig* lærerfaglig skrivekultur, og at brugen af it-baserede skriveredskaber blandt klassens elever var præget af *homogenitet*. I modsætning hertil var den lærerfaglige skrivekultur i htx-klassen præget af *omskiftelighed*, og brugen af it-baserede skriveredskaber var præget af *heterogenitet* eleverne imellem. Men hensyn til brugen af skriveredskaber fremtræder skriveudvikling derfor

ganske forskellig i de to klasser. For eleverne i stx-klassen involverede skriveudvikling således primært en øget forståelse og beherskelse af ét it-baseret skriveredskab, mens skriveudvikling for eleverne i htx-klassen i højere grad involverede en øget forståelse og beherskelse af flere forskellige it-baserede skriveredskaber. I analysens resterende del undersøges på baggrund af dette fund, hvilke konsekvenser brugen af it som medie for skrivning havde for udviklingen i elevernes matematikfaglige besvarelser gennem deres gymnasiale uddannelser. Gennem denne undersøgelse demonstreres det, hvordan elevernes matematikfaglige skrivning og skriveudvikling var *tæt forbundet* med brugen af it-baserede skriveredskaber, og det illustreres, hvordan brugen af skriveredskaber bidrog til at regulere og forme både indhold, form og brug af elevbesvarelserne. Herudover peger analysen på, at brugen af forskellige skriveredskaber privilegerer brugen af bestemte semiotiske ressourcer, in casu notationsformer, i elevbesvarelserne, og i forlængelse heraf argumenteres der for, at brugen af it-baserede skriveredskaber på længere sigt kan få en væsentlig betydning for udviklingen af matematikfagets skriftlige dimension og dermed af faget matematik som sådan.

I den efterfølgende analyse er de såkaldt ikke-traditionelle opgavegenrer omdrejningspunktet, og det undersøges, om brugen af disse kan åbne for læringsmuligheder, der knytter sig til elevers matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. I analysen fokuseres der på tre forskellige typer af opgavegenrer: *temaopgaver*, *skriftlige projekter* og *formidlingsopgaver*, og den overordnede konklusion er bekræftende. Brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer *kan* i praksis åbne for læringsmuligheder, der knytter sig til elevers matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. I analysen af temaopgaver bliver det demonstreret, hvordan eleverne i den konkrete skrivehændelse gives mulighed for at gå i legitim dialog med forskellige typer af matematikfaglige tekster på måder, som ikke umiddelbart er til stede, når eleverne arbejder med traditionelle skriftlige matematikopgaver. Det bliver også vist, hvordan de processuelle arbejdsformer, der i dette tilfælde knytter sig til temaopgaver og til brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i de to casestudier i det hele taget, åbner for, at eleverne kan arbejde med at forbedre både indholds- og formaspekter af deres tekster, og desuden, hvordan dette arbejde involverer både eksterne og interne forhandlinger af matematikfaglige tekstnormer for eleverne. I forbindelse med skriftlige projekter bliver det vist, hvordan der i dette tilfælde åbnes for en legitim differentiering af elevbesvarelserne, og at der derigennem etableres en reel mulighed for, at den enkelte elev kan arbejde med matematikfaglig skrivning på et meningsfuldt niveau i forhold til elevens skriveudvikling. Herudover bliver det i analysen klart, hvordan eleverne forbandt skriftlige projekter med muligheden for at sætte matematikken i perspektiv, at tænke selv og at være kreativ, hvilket står i modsætning til de samme elevers beskrivelser af deres arbejde med traditionelle matematikopgaver. Endelig bliver der i forbindelse med de skriftlige projekter argumenteret for, at brugen af skriveskabeloner kan være produktiv som stilladsering for elevernes arbejde med og forståelse af besvarelser af større skriftlige matematikopgaver. I den sidste del af analysen, som omhandler formidlingsopgaver, bliver det desuden vist, at denne opgavegenres ændrede brugsaspekt gav eleverne mulighed for at indtage andre skriveroller end dem, der typisk var tilgængelige i forbindelse med traditionelle matematikopgaver, og der argumenteres i forlængelse heraf for, at dette gav eleverne mulighed for at arbejde med og reflektere over, hvordan matematikfaglige teksters form-, indholds- og



brugsaspekter fletter sig ind i hinanden. Afslutningsvis peges der på baggrund af den samlede analyse på, at en del af de identificerede læringsmuligheder ser ud til at være knyttet til de arbejdsformer, der blev benyttet i de to klasser i forbindelse med ikke-traditionelle opgavegenrer, snarere end opgavegenrerne i sig selv, og at det derfor er muligt at forestille sig, at disse læringsmuligheder også kan etableres i forbindelse med traditionelle skriftlige opgavegenrer.

Den tredje og sidste af afhandlingens analyser tager udgangspunkt i forskningsspørgsmålet: Hvordan bidrager elevens identitetsarbejde til at forme deres matematikfaglige skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag? Begrebet stemme operationaliseres indledningsvis i relation til skriftlige matematikfaglige tekster, og der gennemføres en eksempelanalyse af en elevs konstruktioner af sproglige stemmer i to forskellige skriftlige opgavegenrer. Denne del af analysen viser, hvordan der for eleven knyttede sig systematiske stemmeskift til skrivning i de forskellige opgavegenrer, og der argumenteres i forlængelse heraf for, at en variation i brugen af skriftlige opgavegenrer åbner mulighed for, at elever kan eksperimentere med konstruktionen af matematikfaglige skriveridentiteter i didaktiserede rum. Herefter analyseres to elevs matematikfaglige skriveudvikling, og denne del af analysen viser, hvordan de to elever hver især konsekvent konstruerede forskellige matematikfaglige skriveridentiteter gennem deres gymnasiale uddannelser. På den måde banker eleverne hver især på til forskellige matematikfaglige diskurser med hver deres underliggende epistemologiske antagelser, tekstnormer og fremtidsudsigter for matematikfaglig skriveudvikling. Gennem analysen demonstreres det således, at de to elevs forståelser af formål med og funktion af skrivning i matematikundervisningen, samt opfattelser af, hvem de er, bør og gerne vil være, i deres besvarelser bidrager til at forme deres matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. Specielt illustreres det, hvordan den ene elev er præget af sin institutionelle identitet som elev i en skole, mens den anden elev i højere grad synes præget af opfattelsen af sig selv som en deltager i faget matematik som vidensdomæne. Analysen viser på den måde, at skriveudvikling også er skriverudvikling og udvikling af faglig identitet, og indirekte, at et analytisk fokus på elevs konstruktion af sproglige stemmer kan give et frugtbart indblik i en sådan sammenfletning af faglige lærings- og identifikationsprocesser.

## 9.1 Afsluttende refleksion

Sammenfatningen af afhandlingens teoretiske positioneringer, empiriske undersøgelser og centrale analytiske fund kalder på nogle betragtninger over, hvilken gyldighed og status der kan tilskrives de opnåede videnskabelige resultater. Derfor afsluttes afhandlingen med en refleksion over, hvilke former for *troværdighed*, *generaliserbarhed* og *relevans* (Schoenfeld, 2007) der knytter sig til de ovenfor præsenterede fund og konklusioner.

Der findes ingen beviser inden for matematikkens didaktik, som matematikeren Henry Pollak (f. 1927) er citeret for at have sagt. Til gengæld findes der andre måder, hvorpå troværdighed eller *validitet* kan opnås i kvalitativ uddannelsesforskning (Cohen et al., 2011: 180ff.). Kvale og Brinkmann argumenterer for, at validiteten af et kvalitativt studie og dets fund i høj grad må knyttes til det pågældende studies håndværksmæssige kvalitet, herunder den *kontinuerlige* (egen)kontrol af forskningsprocessen og den teoretiske fortolkning af undersøgelsens resultater. Validitet og troværdighed knytter sig i den optik ikke primært til blåstemplingen af et givent studie i den

afsluttende del af forskningsprocessen, men derimod til en løbende kvalitetskontrol i alle faser af vidensproduktionen (Kvale & Brinkmann, 2009: 276).

I forbindelse med afhandlingen har en sådan løbende kvalitetskontrol bl.a. været sikret gennem afhandlingsarbejdets indlejring i projekt Faglighed og skriftlighed, hvor teoretiske, metodiske og analytiske positioner, valg og perspektiver gennem hele forskningsprocessen med korte mellemrum har været genstand for diskussion i den samlede forskergruppe (se kapitel 1, afsnit 1.1). I den forstand har forskningsprocessens håndværksmæssige kvalitet været præget af en høj grad af intersubjektiv kvalitetskontrol i projekt Faglighed og skriftligheds samlede forskergruppe. Denne intersubjektive validering er blevet yderligere forstærket ved, at dele af afhandlingens teoretiske, metodiske og analytiske afsnit samt ikke mindst afhandlingens fund og konklusioner løbende gennem forskningsprocessen er blevet præsenteret, kritiseret og kommenteret i en række forskellige forskningsfora, fx i forbindelse med kursusaktiviteter eller oplæg ved danske og internationale seminarer og konferencer for uddannelsesforskning.

Sådanne former for intersubjektiv validering garanterer ikke i sig selv gyldigheden af afhandlingens fund og konklusioner. Godt forskningshåndværk er også knyttet til *gennemsigtigheden* af de beskrevne forskningsprocedurer. I afhandlingen er et sådant krav om gennemsigtighed imødekommet gennem de detaljerede teoretiske og metodiske kapitler, 3 og 4, men også ved, at der i afhandlingens analytiske kapitler, 6, 7, og 8, løbende er redegjort for valg og brug af analysebegreber og analysestrategier. Som beskrevet i kapitel 4 er der i forbindelse med casestudierne produceret en betydelig mængde data, som *ikke* indgår direkte i afhandlingens tematiske analyser. Selvom alle former for data således har været læst og systematiseret i forbindelse med den første del af analyseprocessen, er noget data blevet analyseret mere indgående og andet valgt fra. Spørgsmålet er derfor, om en inddragelse af de data, som *ikke* indgår i afhandlingens analytiske kapitler, ville betyde, at de præsenterede analyser måtte skrives om, og de herved udvundne fund og konklusioner afvises. Svaret på dette er for mig at se et *nej*. Inddragelsen af yderligere data ville ikke ændre på karakteren eller troværdigheden af de ovenfor præsenterede fund og konklusioner. Hermed hævder jeg imidlertid ikke, at der ikke ville kunne fortælles *andre* historier, gennemføres *andre* valide analyser eller udvindes *andre* fund og konklusioner, hvis de resterende data fra casestudierne blev gjort til genstand for yderligere opmærksomhed. Dette forhold er imidlertid en helt legitim indbygget konsekvens af den type af kvalitativ forskning, der er afhandlingens grundlag, og det ændrer derfor ikke i sig selv ved troværdigheden af de præsenterede fund og konklusioner.

I sidste ende kan spørgsmålet om validitet af afhandlingens fund og konklusioner ikke adskilles fra spørgsmålet om resultaternes *generaliserbarhed* eller *rækkevidde* (Schoenfeld, 2007: 30f.). Som Flyvbjerg (2010) argumenterer for, er det faktisk i nogle tilfælde muligt at generalisere forskningsfund ud fra en enkeltstående case, i hvert fald hvis der er tale om en *kritisk case*. Om et specifikt casestudie er et *kritisk*, eller *ekstremt*, tilfælde afhænger imidlertid ikke alene af det studerede fænomen, men også af, hvilke forskningsspørgsmål der stilles til den givne case. Med den i afhandlingen valgte kombination af elever, lærere, skoler og forskningsspørgsmål opfatter jeg ikke nogen af de fire casestudier som eksempler på kritiske casestudier.

Det er altså en anden form for generaliserbarhed, der må søges efter, når afhandlingens fund og konklusioner betragtes. I dette tilfælde kan spørgsmålet om generaliserbarhed ikke alene reduceres til de to mulige udfald – *kan* eller *kan ikke* – men må i stedet forstås som en afvejning af, *i hvilken grad* de opnåede resultater kan overføres til eller siges at være gyldige for andre lignende situationer og omstændigheder. Schoenfeld (2007: 30) skelner i den forbindelse mellem *den påståede generaliserbarhed*, dvs. den mængde af situationer, hvor forskningsfundene af den pågældende forsker hævdes at være gyldige, *den underforståede generaliserbarhed*, dvs. den mængde af situationer, hvor den pågældende forsker indirekte synes at underforstå, at fundene er gyldige, *den potentielle generaliserbarhed*, dvs. den mængde af situationer, hvor forskningsfundene med al rimelighed må forventes at være gyldige, og *den garanterede generaliserbarhed*, dvs. den mængde af situationer, hvorom der er givet troværdig evidens for, at forskningsfundene rent faktisk er gyldige.

Det er indlysende, at den *garanterede* generaliserbarhed af afhandlingens fund og konklusioner er lav. I yderste instans knytter de fleste af de opnåede resultater sig til fire specifikke gymnasieelever, og i næste instans til to specifikke matematikklasser på to bestemte gymnasier. Den *potentielle* generaliserbarhed af afhandlingens fund og konklusioner er imidlertid væsentligt højere, vil jeg *påstå*. En første grund til dette er, at der, som anført af Smidt (2010a: 18), der fører et beslægtet argument, findes indarbejdede vaner, ritualer, normer og regler for, hvordan bestemte fags skriftlige dimensioner realiseres i netop den historiske periode, hvori casestudierne er gennemført, og afhandlingen er skrevet. Derfor er det ikke urimeligt at påstå, at de i casestudierne betragtede fænomener er *almindelige* eller *typiske* fænomener, fx når det gælder elevers brug af skriveredskaber eller brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i matematikfagene i de danske gymnasiale uddannelser anno 2014. Dette er også grunden til, at selvom vi ved, at forskellige skoler, lærere og elever til enhver tid vil gøre 'det samme' på 'forskellige måder', så ligger det stadig som en grundlæggende antagelse i afhandlingen, at skrivehændelser i de gymnasiale fag altid vil bringe de tre overordnede aspekter *ungdom*, *fag*, og *skole* i spil, jf. kapitel 3, afsnit 3.7.1. De specifikke skrivehændelsers indlejring i disse overindividuelle og overinstitutionelle traditioner, retningslinjer og normer for skrivning i de gymnasiale (matematik)fag, bidrager således til at øge den *potentielle* generaliserbarhed af afhandlingens fund og konklusioner.

Et andet forhold, der på trods af den lave garanterede generaliserbarhed af de opnåede resultater er medvirkende til at fastholde afhandlingens berettigelse som kilde til forskningsbaseret viden, knytter sig til de måder, hvorpå afhandlingens empiriske undersøgelser og analyser er konstrueret. Et eksempel på dette er analysen af brugen af ikke-traditionelle opgavegenrer i de to matematikklasser. I kapitel 7 ovenfor, hvor denne analyse udfoldes, slås det således indledningsvis fast, at der i dette tilfælde søges efter tegn på, at arbejdet med ikke-traditionelle opgavegenrer *faktisk* åbnede for læringsmuligheder. Med andre ord, målet for analysen er *eksistensbevis*, ikke en høj grad af garanteret generaliserbarhed. I analysen demonstreres det således, at 'noget', in casu relevante læringsmuligheder, faktisk forekommer, og omstændighederne for, hvorfor dette 'noget' blev muligt, adresseres. Værdien af denne type af fund og konklusioner afhænger derfor af, at sådanne læringsmuligheder ikke tidligere har været dokumenteret i de studerede sammenhænge, og desuden at denne type af læringsmuligheder i praksis er vigtige og eftertragtede værdige for de

personer, der indgår i de studerede sammenhænge, og for aktører i uddannelsesforskningen i bredere forstand. At dette faktisk *er* tilfældet med hensyn til den specifikke analyse og afhandlingens fokus på skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag mere generelt, blev der argumenteret for i kapitel 1, afsnit 1.2, hvor spørgsmålet *hvorfor undersøge skrivning og skriveudvikling i de gymnasiale matematikfag* blev besvaret.

Afhandlingens to andre analyser af henholdsvis skriveredskaber, kapitel 6, og skriveridentiteter, kapitel 8, har en anden karakter end analysen af ikke-traditionelle opgavegenrer. Selvom der også i disse analyser tilbydes nogle eksistensbeviser, består disse analysers indirekte krav på interesse primært i, at der bringes betydningsfulde emner og problemstillinger frem i lyset. På den måde kan analyserne berige vores fælles viden om de studerede fænomener og de komplekse sammenhænge, hvori de er indlejret. Dermed åbnes der en reel mulighed for, at fremtidige studier med afsæt i de opnåede resultater vil være i stand til at veksle den høje potentielle generaliserbarhed af afhandlingens fund og konklusioner med en tilsvarende høj garanteret generaliserbarhed. Med anførelsen af denne pointe er der således også taget hul på det tredje og sidste af de spørgsmål, der vil blive adresseret i denne afsluttende refleksion. Det er spørgsmålet om *relevansen* af afhandlingens fund og konklusioner. Som Schoenfeld peger på, vil vurderingen af *relevans* eller *betydning* altid nødvendigvis være en normativ dom, "But it is an essential one, to be made reflectively." (Schoenfeld, 2007: 39).

Som beskrevet i kapitel 1, afsnit 1.2, kan afhandlingen i første omgang forstås som et svar på to forskningsmæssige behov. Det første af disse knyttede sig primært til matematikkens didaktik som forskningsdisciplin. Schleppegrell (2010:107) pegede således på et generelt forskningsmæssigt behov for *udviklingsorienterede* studier af sprog inden for matematikkens didaktik, hvor fokus var rettet mod, hvordan elever *udvikler* viden over længere tidsperioder. Med afhandlingens treårige udviklingsperspektiv imødekommes et sådant behov. Morgan (2013) efterlyste ligeledes studier, der undersøger, hvordan elever udvikler sproglige kompetencer og viden om sprog i matematikfaget. Det er indlysende, at det studie, der danner grundlag for afhandlingens fund og konklusioner, falder inden for en sådan kategori af studier. Det andet tydelige forskningsmæssige behov, som afhandlingen er et svar på, er etableret med gymnasireformen fra 2005 og det heri indbyggede krav om, at fag, skrivning og skriveudvikling skal spille sammen i den daglige undervisningspraksis. Som påpeget af Christensen et al. (2014: 30f.), byggede dette krav på "(...) meget begrænset viden om hvordan det skal foregå, og hvad skriverudvikling er." Afhandlingen bidrager til denne begrænsede viden ved at undersøge, dokumentere og diskutere, *hvad* skriveudvikling er, og hvordan samspillet mellem matematikfaglig skrivning, skriveudvikling og faget matematik rent faktisk foregår. På den måde etableres den forskningsmæssige relevans af afhandlingens fund og konklusioner både fra et internt og et eksternt perspektiv i forhold til matematikfagene i de danske gymnasiale uddannelser.

På trods af en sådan etablering af de opnåede resultaters forskningsmæssige relevans er det på ingen måder givet, at afhandlingens fund og konklusioner i praksis opfattes som relevante af lærere og elever i forbindelse med autentiske skrivehændelser i skolen (Smidt, 2010a: 18). Som det blev slået fast i afhandlingens indledning, var de empiriske undersøgelser, der danner grundlag for

afhandlingen, fra start konciperet som *eksplorative* studier af elevers skrivning og skriveudvikling. Det var således ikke på forhånd et mål, at afhandlingen skulle resultere i et sæt færdige skrivedidaktiske anbefalinger. På trods af dette er det, som Smidt (2010a: 28) peger på i forbindelse med projekt SKRIV, "(...) rimeligt å vente at et forskningsprojekt som har studert skrivning i flere år, kan gi lærere noen redskaper til didaktisk tenkning og utvikling". Derfor afsluttes afhandlingen på trods af de gennemførte studiers eksplorative karakter med et bud på tre fagdidaktiske *udpegninger* eller *pointer*, som for mig at se står frem på baggrund af afhandlingens tre analyser og de heraf udvundne fund og konklusioner.

- Skriveredskaber er aldrig neutrale, men har derimod en væsentlig betydning for elevers matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. At lære sig matematikfaglig skrivning gennem fag involverer for eleverne således både udviklingen af sproglige, tekstuelle og tekniske kompetencer. Derfor bør et 'naturligt' fokus på brugen af it *som matematisk værktøj* i den gymnasiale matematikundervisning suppleres af et fokus på brugen it *som medie for skrivning*.
- Ikke-traditionelle opgavegenrer, som fx temaopgaver, skriftlige projekter og formidlingsopgaver, har potentiale til at åbne for perspektivrige læringsmuligheder, der forbinder sig med elevers matematikfaglige skrivning og skriveudvikling. Det er dog ikke nødvendigvis disse opgavegenrer i sig selv, men derimod de måder, hvorpå de realiseres i konkrete skrivehændelser, der åbner for læringsmuligheder, bl.a. gennem valg af bestemte arbejdsformer knyttet til elevernes skrivning.
- Matematikfaglig skrivning og skriveudvikling involverer identitetsarbejde. Derfor bør der i forbindelse med matematikfagenes skriftlige dimension *også* rettes opmærksomhed mod, hvordan elever forstår deres roller som skrivere, hvordan disse roller tilsvarende forstås af både lærere og institutioner, og i forlængelse heraf, hvordan elever i deres tekster kan konstruere skriveridentiteter, som anses for anerkendelsesværdige i de gymnasiale matematikfaglige skrivekulturer. Med afhandlingens operationalisering af stemmebegrebet tilbydes et begrebsapparat, der kan anvendes som afsæt for sådanne aktiviteter i de gymnasiale matematikfag.

Skrivning og skriveudvikling er aldrig bare *elevers* skrivning og skriveudvikling. Det er derimod fænomener, der uundgåeligt er indlejret i en række sammenfletterede aspekter og forhold, der knytter sig til både *fag*, *ungdom* og *skole*. Lærere er således altid medforfattere til elevers skriftlige besvarelser, og uddannelsesinstitutioner er aldrig bare neutrale rammer om elevers skriveudvikling. For at etablere, udvikle og bevare elevers muligheder for at erobre fagenes specialiserede registre og skrivekompetencer er der brug for viden om, hvordan elever lærer sig skrivning gennem fag og fag gennem skrivning. Med denne afhandling er der taget et skridt på vejen mod at udfylde et sådant behov for matematikfagets vedkommende.

## 10 Litteratur

- Albert, L. R. (2000). Outside-in – Inside-out: Seventh-grade students' mathematical thought processes. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 109–141.
- Andersen, T. H. & Smedegaard, F. (2005). *Hvad er meningen?* Odense: Syddansk Universitetsforlag.
- Anderson, M., Sáenz-Ludlow, A., Zellweger, S. & Cifarelli, V. (red.). (2003). *Educational Perspectives on Mathematics on Semiosis: From Thinking to Interpreting to Knowing*. Ottawa: Legas Publishing.
- Artemeva, N. & Fox, J. (2011). The Writing's on the Board: The Global and the Local in Teaching Undergraduate Mathematics Through Chalk Talk. *Written Communication*, 28(4), 345-379.
- Arzarello, F. & Sabena, C. (2011). Semiotic and theoretic control in argumentation and proof activities. *Educational Studies in Mathematics*, 77, 189-206.
- Askeland, N. & Aamotsbakken, B. (red.). (2013) *Syn for skrivning: Læringsressourcer og skrivning i skolens tekstkulturer*. Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Austin, J. L. & Howson, A. G. (1979). Language and Mathematical Education. *Educational Studies in Mathematics*, 10, 161-197.
- Bahls, P., Mecklenburg-Faenger, A., Scott-Copses, M. & Warnick, C. (2011). Proofs and persuasion: A cross-disciplinary analysis of math students' writing. *Across the Disciplines*, 8(1).
- Bakhtin, M. M. (1986). *Speech Genres & Other Late Essays*. (C. Emerson & M. Holquist, red.) Austin: The University of Texas Press. (Original 1979).
- Barton, D. (2000). Researching Literacy Practices: Learning from activities with teachers and students, I D. Barton, M. Hamilton & R. Ivanič (red.), *Situated Literacies. Reading and Writing in Context* (pp. 167-179). London & New York: Routledge.
- Barton, D. (2007). *Literacy: An Introduction to the Ecology of Written Language* (2. udgave). Oxford UK & Cambridge USA: Blackwell Publishing.
- Barton, D. & Hamilton, M. (2000). Literacy practices. I D. Barton, M. Hamilton & R. Ivanič (red.), *Situated Literacies. Reading and Writing in Context* (pp. 7-15). London & New York: Routledge.
- Barton, D., Hamilton, M., & Ivanič, R. (red.). (2000). *Situated literacies: Reading and Writing in Context*. London & New York: Routledge.

- Baynham, M. (1995). *Literacy Practices: Language in Social Life*. Harlow: Longman.
- Bereiter, C. & Scardamalia, M. (1987). *The Psychology of Written Composition*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Berge, K. L. (2002). Å skape mening med tekst – et etterord om sakprosa og tekstvitenskap. I J. L. Tønnesson (red.). *Den flerstemmige sakprosaen: Nye tekstanalyser* (pp. 232-242). Bergen: LNU/Fagbokforlaget.
- Berge, K. L. (2003). Hvor er makten i teksten? I K. L. Berge, S. Meyer & T. A. Trippestad (red.). *Maktens tekster* (pp. 24-41). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Berge, K. L. (2005). Skrivning som grunnleggende ferdighet og som nasjonal prøve – ideologi og strategier. I A. J. Aasen & S. Nome (red.). *Det nye norskfaget* (pp. 161-188). Oslo: Fagbokforlaget.
- Blommaert, J. (2007). On scope and depth in linguistic ethnography. *Journal of Sociolinguistics*, 11(5), 682-688.
- Blåsjö, M. (2004). *Studenters skrivande i två kunnskapsbyggande miljöer*. Acta Universitatis Stockholmiensis. Stockholm Studies in Scandinavian Philology. New Series 37. Stockholm: Almqvist & Wiksell International.
- Bohnstedt, A., Hansen, B., Jensen, M. & Marthinus, K. (2008). *MAT A – HTX*. Århus: Systime.
- Borasi, R. & Rose, B. (1989). Journal Writing and Mathematics Instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 347-365.
- Brandt, D. (2001). *Literacy in American Lives*. Cambridge o.a.: Cambridge University Press.
- Brinkmann, S. (2010). Etik i en kvalitativ. I S. Brinkmann & L. Tanggard (red.). *Kvalitative metoder. En grundbog* (pp. 429-445). København: Hans Reitzels Forlag.
- Brinkmann, S. & Tanggard, L. (2010). Interviewet: samtalen som forskningsmetode. I S. Brinkmann & L. Tanggard (red.). *Kvalitative metoder. En grundbog* (pp. 29-53). København: Hans Reitzels Forlag.
- Bruun, B. (2013). Matematikfaget i en verden af muligheder. *LMFK-bladet*, 6, 11-13.
- Braathe, H. J. (2008). Identity and genre literacy in student teachers' mathematical texts. I C. Winsløw (red.). *Nordic research in mathematics education: proceedings from NORMA08* (pp. 185–193). Rotterdam: Sense.
- Burgess, A. & Ivanič, R. (2010). Writing and Being Written: Issues of Identity Across Timescales. *Written Communication*, 27, 228-255.
- Burton, L. & Morgan, C. (2000). Mathematicians Writing. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31, 429-453.

- Christensen, T. S. (2009). Refleksion og fagsamspil som omdrejningspunkt i skriftlige rapporter. I G. Vatn, I. Folkvord & J. Smidt (red.). *Skriving i kunnskapssamfunnet* (pp. 127-142). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Christensen, T. S. & Hobel, P. (2011). Faglighed og skriftlighed: En projektbeskrivelse. *Nordidactica - Journal of Humanities and Social Science Education*, 1, 84-89.
- Christensen, T. S., Elf, N. F. & Krogh, E. (2014). *Skrivekulturer i folkeskolens niende klasse*. Odense: Syddansk Universitetsforlag.
- Christensen, T. S., Jakobsen, K. S. & Krogh, E. (red.). (forventet 2014). *Elevskrivere i gymnasiefag*. Odense: Syddansk Universitetsforlag.
- Clarke, D. J., Waywood, A. & Stephens, M. (1993). Probing the structure of mathematical writing. *Educational Studies in Mathematics*, 25(3), 235-250.
- Clark, R., Fairclough, N., Ivanič, R. & Martin-Jones, M. (1991). Critical language awareness. Part II: Towards critical language alternatives. *Language and Education*, 5(1), 41-54.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2011). *Research Methods in Education* (7. udgave), Abingdon (London) & New York: Routledge.
- Cooley, L. (2002). Writing in calculus and reflective abstraction. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(3), 255-282.
- Craig, T. S. (2011). Categorization and analysis of explanatory writing in mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(7), 867-878.
- Creese, A. (2008). Linguistic ethnography. I N. Hornberger (red.). *Encyclopedia of language and education* (pp. 229-241). New York: Springer.
- Davison, D. & Pearce, D. (1990). Perspectives on writing activities in the mathematics classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 2(1), 15-22.
- De Fina, A. (2011). Discourse and Identity. I T. A. van Dijk (red.). *Discourse Studies: A Multidisciplinary Introduction* (2. udgave) (pp. 263-282). London: SAGE Publications Ltd.
- Elf, N. F. (2009). *Towards semiocy? Exploring a New Rationale for Teaching Modes and Media of Hans Christian Andersen Fairytales in Four Commercial Upper-Secondary "Danish" Classes: A Design-Based Educational Intervention* (Ph.d.-afhandling). Odense: Syddansk Universitet.
- Elf, N. F. (2012). Giver det mening at forske i 'kulturfag'? På vej mod et studie af skrivning i dansk og engelsk i en gymnasiekontekst. *Cursiv*, 7, 133-158.



- Elf, N. F. (2014). One girl's development of writer identity in science subjects from secondary to upper-secondary education. Paper præsenteret ved *Writing Research Across Borders III*, 19.-22. februar, Université Paris-Ouest Nanterre La Défense, Paris, Frankrig.
- Erickson, F. (1977). Some approaches to inquiry in school-community ethnography. *Anthropology & Education Quarterly*, 8(2), 59-69.
- Ernest, P. (2006). A semiotic perspective of mathematical activity: the case of number. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 67-101.
- Ernest, P. (2008a). Towards a semiotics of mathematical text (part 1). *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 2-8.
- Ernest, P. (2008b). Towards a semiotics of mathematical text (part 2). *For the Learning of Mathematics*, 28(2), 39-47.
- Ernest, P. (2008c). Towards a semiotics of mathematical text (part 3). *For the Learning of Mathematics*, 28(3), 42-49.
- Evensen, L. S. (2006). Hvordan ser vi på utvikling av skrivekompetanse? Som stadier, som sprang, som orkestrering? I S. Matre (red.). *Utfordringer for skriveopplæring og skriveforskning i dag* (pp. 14-23). Trondheim: Tapir akademisk forlag.
- Evensen, L. S. (2010). En gyldig vurdering av elevers skrivekompetanse? I J. Smidt, I. Folkvord & A. J. Aasen (red.). *Rammer for skriving. Om skriveutvikling i skole og yrkesliv* (pp. 13-32). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Fetzer, M. (2007). "Why should I implement writing in my class?" An empirical study on mathematical writing. I D. Pitta-Pantazi & G. Phillipou (red.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1210-1219). Larnaca, Cypern.
- Flyvbjerg, B. (2010). Fem misforståelser om casestudiet. I S. Brinkmann & L. Tanggard (red.). *Kvalitative metoder. En grundbog* (pp. 463-487). København: Hans Reitzels Forlag.
- Freire, P. (1985). *Pedagogy of the Oppressed*. London: Penguin.
- Fried, M. N. & Amit, M. (2003). Some reflections on mathematics classroom notebooks and their relationship to the public and private nature of student practices. *Educational Studies in Mathematics*, 53, 91-112.
- Ganguli, A. B. (1989). Integrating writing in developmental mathematics. *College Teaching*, 37 (4), 140-142.
- Gee, J. P. (1996). *Social Linguistics and Literacies: Ideology in Discourses* (2. udgave). London: Falmer.

- Gee, J. P. (2001). Identity as an Analytic Lens for Research in Education. *Review of Research in Education*, 25, 99-125.
- Gee, J. P. (2003). *What video games have to teach us about learning and literacy*. New York: Palgrave Macmillan.
- Gee, J. P. (2005). Semiotic social spaces and affinity spaces: From *the Age of Mythology* to today's schools. I D. Barton & K. Tusting (red.). *Beyond communities of practice: language, power and social context* (pp. 214-232). Cambridge: Cambridge University Press.
- Geertz, C. (1973). *The interpretation of cultures*. New York: Basic Books.
- Gibbs, G. (2007). *Analyzing Qualitative Data*. London: SAGE Publications Ltd.
- Gibson, J. J. (1986). *The ecological approach to perception*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Giorgi, A. (1975). An application of phenomenological method in psychology. I A. Giorgi, C. Fisher & E. Murray (red.), *Duquesne Studies in Phenomenological Psychology II* (pp. 82-103). Pittsburgh, PA: Duquesne University Press.
- Gjøvik, Ø. & Sanne, A. (2009). Skrivning i matematikfaget. *Tangenten*, 4(9), 34-39.
- Grootenboer, P. & Zevenbergen, R. (2008). Identity as a Lens to Understand Learning Mathematics: Developing a Model. I M. Goos, R. Brown & K. Makar (red.). *Navigating currents and charting directions. Proceedings of the 31st annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Vol. 1* (pp. 243-249). Brisbane: MERGA.
- Grøn, B. (2008). Projekter og temarapporter i matematik, *LMFK-bladet*, 6, 12-25.
- Grønbæk, N. & Winsløw, C. (2004). Temaopgaver – et format til fremme og evaluering af dybdelæring. *Didaktips 4*. (4 udgave). Institut for Naturfagenes Didaktik, Københavns Universitet.
- Grønbæk, N. & Winsløw, C. (2007). Thematic projects: a format to further and assess advanced student work in undergraduate mathematics. *Recherche en didactique des mathématiques*, 27(2), 187-220.
- Hall, S. (1996). Introduction: 'Who needs 'identity'? I S. Hall & P. du Gay (red.). *Questions of cultural identity* (pp.1 – 17). London: SAGE Publications Ltd.
- Halliday, M. A. K. (1975). Some aspects of sociolinguistics. I B. Christiansen (red.). *Interactions between linguistics and mathematical education symposium* (pp. 64-73). Paris: UNESCO.
- Halliday, M. A. K. (1978). *Language as Social Semiotic: The Social Interpretation of Language and Meaning*. London: Edward Arnold.

- Halliday, M. A. K. (1998a). Situationskonteksten. I K. L. Berge, P. Coppock & E. Maagerø (red.), *Å skape mening med språk. En samling artikler av M. A. K. Halliday, R. Hassan og J. R. Martin* (pp. 67-79). Oslo: LNU/Cappelen Akademisk.
- Halliday, M. A. K. (1998b). Registervariasjon. I K. L. Berge, P. Coppock & E. Maagerø (red.), *Å skape mening med språk. En samling artikler av M. A. K. Halliday, R. Hassan og J. R. Martin* (pp. 95-118). Oslo: LNU/Cappelen Akademisk.
- Halliday, M. A. K. (2003). *On Language and Linguistics*. London: Continuum.
- Halliday, M. A. K. & Hasan, R. (1989). *Language, Context and Text: Aspects of Language in a Social-Semiotic Perspective* (2. udgave). Oxford: Oxford University Press.
- Halliday, M. A. K. & Matthiessen, C. M. I. M. (2004). *An Introduction to Functional Grammar* (3. Udgave). London: Hodder Education.
- Hamilton, M. (2000). Expanding the New Literacy Studies. Using photographs to explore literacy as social practice. I D. Barton, Hamilton, M. & Ivanič, R. (red.), *Situated Literacies: Reading and Writing in Context* (pp. 7-15). London & New York: Routledge.
- Hammersley, M. (2006). Ethnography: problems and prospects. *Ethnography and Education*, 1(1), 3-14.
- Hammersley, M. & Atkinson, P. (2007). *Ethnography: Principles in practice* (3. udgave). London & New York: Routledge.
- Hansen, B. (2009). *Didaktik på tværs af matematik og historie - en prakselogisk undersøgelse af de gymnasiale studieretningsprojekter* (Specialerapport). Institut for Naturfags Didaktik's studenterserie, 10.
- Hansen, J. (2000). Interactional Conflicts among Audience, Purpose, and Content Knowledge in the Acquisition of Academic Literacy in an EAP Course. *Written Communication*, 17(1), 27-52.
- Hastrup, K. (2010). Feltarbejde. I S. Brinkmann & L. Tanggard (red.). *Kvalitative metoder. En grundbog* (pp. 55-81). København: Hans Reitzels Forlag.
- Heath, S. B. (1983). *Ways with words: Language, life and work in communities and classrooms*. New York: Cambridge University Press.
- Hedeboe, B. (2002). *Når vejret læser kalenderen... - en systemisk-funktionel genreanalyse af skrivepædagogiske forløb* (Ph.d.-afhandling). Odense: Syddansk Universitet.
- Hensberry, K. K. R. & Jacobbe, T. (2012). The effects of Polya's heuristic and diary writing on children's problem solving. *Mathematics Education Research Journal*, 24, 59-85.

- Herbel-Eisenmann, B. A. (2007). From Intended Curriculum to Written Curriculum: Examining the "Voice" of a Mathematics Textbook, *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344-369.
- Herbel-Eisenmann, B. A. & Wagner, D. (2007). A framework for uncovering the way a textbook may position the mathematics learner. *For the Learning of Mathematics*, 27(2), 8–14.
- Hobel, P. (2009). *Almen studieforberedelse og innovativ kompetence. En undersøgelse af I.g'eres brug af skrivning som medie til innovation i fagligt samspil* (Ph.d.-afhandling). Odense: Syddansk Universitet.
- Hobel, P. & Krogh, E. (2012). Skriveridentifikationer i religionsfaget: Et delstudie i forskningsprojektet Faglighed og skriftlighed. I S. Matre & A. Skaftun (red.), *Skriv! Les! 1*. (pp. 45-63). Trondheim: Akademika forlag.
- Hodge, R. & Kress, G. (1993). *Language as Ideology* (2. udgave). London: Routledge & Kegan Paul.
- Hoel, T. L. (2000). *Skrive og samtale: Responsgrupper som læringsfelleskap*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Huang, J. & Normandia, B. (2007). Learning the language of mathematics: a study of student writing. *International Journal of Applied Linguistics*, 17(3), 294-318.
- Hyland, K. (2009). *Teaching and Researching Writing* (2. udgave). Edinburgh: Pearson Education Limited.
- Iedema, R. (2001). Resemiotization. *Semiotica*, 137, 1(4), 23-39.
- Illum, B. (2002). *Argumentation som nyt tiltag i skriftlig fremstilling – med særligt henblik på skriveundervisning i dansk i gymnasieskolen* (Ph.d.-afhandling). Aarhus: Aarhus Universitet.
- Ivanič, R. (1998). *Writing and Identity: The Discoursal Construction of Identity in Academic Writing*. Amsterdam/Philadelphia: John Benjamins Publishing Company.
- Ivanič, R. (2004). Discourses of Writing and Learning to Write. *Language and Education*, 18(3), 220-245.
- Ivanič, R. (2006). Language, learning and identification. I R. Kiely, P. Rea-Dickins & G Clibbon (red.), *Language, Culture and Identity in Applied Linguistics* (pp. 7-29). London: Equinox.
- Iversen, S. M. (2013). Identity as an Analytical Tool to Explore Students' Mathematical Writing. I B. U. C. Haser & M. A Mariotti (red.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1496-1505). Ankara: Middle East Technical University.

- Iversen, S. M. (forventet 2014). Om stemme og opgavegenrer i faget matematik. I Christensen, T. S., Jakobsen, K. S. & Krogh, E. (red.), *Elevskrivere i gymnasiefag*. Odense: Syddansk Universitetsforlag.
- Jakobsen, K. S. (2013). "En helt anden måde at skrive på": Et studie i skriftlighed i projektarbejde med tysk som fremmedsprog. *Nordic Journal of Modern Language Methodology*, 2(1), upagineret (20 s.).
- Jensen, K. B. (2008). *Tværfaglige samspil med matematik i gymnasiet* (Specialerapport). Roskilde: Roskilde Universitet.
- Jensen, K. B. (2010). Tværfaglige samspil mellem matematik og historie i gymnasiets studieretningsprojekt (SRP), *MONA – Matematik- og Naturfagsdidaktik*, 2010(1), 32-53.
- Jessen, B. & Winsløw, C. (2011). Research and study course diagrams as an analytical tool: The case of bi-disciplinary projects combining mathematics and history. I M. Bosch Casabo, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage & M. Larguier (red.), *Un panorama de la TAD* (pp. 685-694). Centre de Recerca Matemàtica, Barcelona.
- Jewitt, C. (2009). An introduction to multimodality. I C. Jewitt (red.), *The Routledge Handbook of Multimodal Analysis* (pp. 14-27). London & New York: Routledge.
- Johnson, T. M., Jones, G. A., Thornton, C. A., Langrall, C. W. & Rous, A. (1998). Students' Thinking and Writing in the Context of Probability. *Written Communication*, 15(2), 203-229.
- Juul Jensen, M., Krogh, E., Nordsborg, I. L., Rasmussen, A. & Witzke, A. (1998). *Når sproget vokser: En undersøgelse af kvalifikations- og dannelsesmål i skriftlig og mundtlig dansk i et tre-årigt forsøgsprojekt i fem gymnasieklasser*. København: Dansklærerforeningen.
- Karlsson, A-M. (2006). *En arbetsdag i skriftsamhället. Ett etnografiskt perspektiv på skriftanvändning i vanliga yrken*. Stockholm: Norstedts Akademiska Förlag.
- Katz, V. J. (1998). *A History of Mathematics: An Introduction* (2. Udgave). Reading: Addison Wesley Educational Publishers, Inc.
- Keane, W. (1999). Voice. *Journal of Linguistic Anthropology*, 9(1-2), 271-273.
- Kline, S. L. & Ishii, D. K. (2008). Procedural Explanations in Mathematics Writing: A Framework for Understanding College Students' Effective Communication Practices. *Written Communication*, 25(4), 441-461.

- Kolstø, S. D. (2010). Tre begrunnelser. I E. Maagerø & D. Skjelbred. *De mangfoldige realfagstekstene: Om lesing og skriving i matematikk og naturfag* (pp. 5-8). Bergen: Fagbokforlaget.
- Kress, G. (1997). *Before Writing: Rethinking the Paths to Literacy*. London and New York: Routledge.
- Kress, G. (2000). Design and Transformation: New Theories of Meaning. I B. Cope & M. Kalantzis (red.), *Multiliteracies: Literacy Learning and the Design of Social Futures* (pp. 153–161). London: Routledge.
- Kress, G. (2003). *Literacy in the New Media Age*. London: Routledge.
- Kress, G. (2010). *Multimodality: A Social Semiotic Approach to Contemporary Communication*. London: Routledge.
- Kress, G. & van Leeuwen, T. (2001). *Multimodal Discourse: The modes and media of contemporary communication*. London: Arnold.
- Kress, G. & van Leeuwen (2006). *Reading Images: The Grammar of Visual Design* (2. Udgave). London & New York: Routledge.
- Krogh, E. (2003). *Et fag i moderniteten: Danskfagets didaktiske diskurser* (Ph.d.-afhandling). Odense: Syddansk Universitet.
- Krogh, E. (2007). *En ekstra chance: Portfolioevaluering i dansk*. Gymnasiepædagogik 60. Odense: Syddansk Universitet.
- Krogh, E. (red.) (2010). *Videnskabsretorik og skriveidaktik*. Gymnasiepædagogik 77. Odense: Syddansk Universitet.
- Krogh, E. (2012). Literacy og stemme – et spændingsfelt i modersmålsfaglig skrivning. I S. Ongstad (red.), *Nordisk modersmålsdidaktik. Forskning, felt og fag* (260-289). Oslo: Novus Forlag.
- Krogh, E. (forventet 2014a). Faglighed og skriftlighed – teori, metode og analyseramme. I T. S. Christensen, K. S. Jakobsen & E. Krogh (red.), *Elevskrivere i gymnasiefag*. Odense: Syddansk Universitetsforlag.
- Krogh, E. (forventet 2014b). Introduktion. I T. S. Christensen, K. S. Jakobsen & E. Krogh (red.), *Elevskrivere i gymnasiefag*. Odense: Syddansk Universitetsforlag.
- Krogh, E., Christensen, T. S. & Hjemsted, K. (2009). *Ny skriftlighed? Evaluering af det skriftlige arbejde efter gymnasierformen*. Gymnasiepædagogik 73. Odense: Syddansk Universitet.

- Krogh, E. & Hobel, P. (2012). «Årets bedste opgave»: en analyse af en elevtekst i dens kontekst. I S. Matre, D. K. Sjøhelle & R. Solheim (red.), *Teorier om tekst i møte med skolens lese- og skrivepraksisser* (pp. 137-150). Oslo: Universitetsforlaget.
- Kronholm-Cederberg, A. (2009). *Skolans respons-kultur som skriftpraktik: Gymnasiasters berättelser om lärarens skriftliga respons på uppsatsen* (doktorsavhandling). Åbo: Åbo Akademis förlag.
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *InterView: Introduktion til et håndværk*. København: Hans Reitzels Forlag.
- Kågesten, O. & Engelbrecht, J. (2006). Supplementary explanations in undergraduate mathematics assessment: a forced formative writing activity. *European Journal of Engineering Education*, 31(6), 705-715.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lerman, S. (2004). Challenging research reading (Commentary 3). I A. Chronaki & I. M. Christiansen (red.), *Challenging perspectives on mathematics classroom communication* (pp. 349-358). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lerman, S. (2009). Pedagogy, Discourse and Identity, I L. Black, H. Mendick & Y. Solomon (red.), *Mathematical Relationships: identities and participation* (pp. 147-159). New York: Routledge.
- Lillis, T. (2008). Ethnography as Method, Methodology, and "Deep Theorizing": Closing the Gap Between Text and Context in Academic Writing Research. *Written Communication*, 25(3), 353-388.
- Lillis, T. (2009). Bringing writers' voices to writing research. I A. Carter, T. Lillis & S. Parkin (red.), *Why Writing Matters. Issues of access and identity in writing research and pedagogy* (pp. 169-187), Amsterdam & Philadelphia: John Benjamins B. V.
- Lillis, T. & Curry, M. J. (2010). *Academic Writing in a Global Context: The Politics and Practices of Publishing in English*. London & New York: Routledge.
- Lorentzen, R. T. & Smidt, J. (red.) (2008). *Å skrive i alle fag*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Lykknes, A. & Smidt, J. (2010). Skrivesituasjoner og potensialer for læring i naturfag på ungdomstrinnet og videregående skole, I J Smidt (red.), *Skrijving i alle fag – innsyn og utspill* (pp. 183-205). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- MacArthur, C., A., Graham, S. & Fitzgerald, J. (2006). Introduction. I C. A. MacArthur, S. Graham & J. Fitzgerald (red.), *Handbook of Writing Research* (pp. 1-7). New York & London: The Guilford Press.

- MacGregor, M. (1990). Writing in natural language helps students construct algebraic equations. *Mathematics Education Research Journal*, 2(2), 1-10.
- Masingila, J. O. & Prus-Wisniowska, E. (1996) Developing and assessing mathematical understanding in calculus through writing. I P. C. Elliott & M. J. Kenney (red.), *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond* (pp. 95-104). National Council of Teachers of Mathematics, Reston, VA.
- Matre, S. (2006). Innleiing. I S. Matre (red.). *Utfordringer for skriveoppl ring og skriveforskning i dag* (pp. 9-13). Trondheim: Tapir Akademisk forlag.
- Miller, L. D. (1991). Constructing pedagogical content knowledge from students' writing in secondary mathematics. *Mathematics Education Research Journal*, 3(1), 30-44.
- Miller, L. D. & England, D. A. (1989). Writing to learn algebra. *School Science and Mathematics*, 89(4), 299-312.
- Misfeldt, M. (2006). *Mathematical Writing* (Ph.d.-afhandling). København: Danmarks Pædagogiske Universitetsforlag.
- Misfeldt, M. (2008). At skrive matematik under påvirkning af nye medier. I L. B. Andreasen, B. Meyer & P. Rattleff (red.), *Digitale medier og didaktisk design: Brug, erfaringer og forskning* (pp. 126-144). København: Danmarks Pædagogiske Universitetsforlag.
- Misfeldt, M. (2011). Computers as medium for mathematical writing. *Semiotica*, 186, 239-258.
- Misfeldt, M. (2013). Mellem læringspotentiale og skuffelse: et bud på en it-didaktik for matematik. I M. W. Andersen & P. Weng (red.), *Håndbog om matematik i grundskolen* (pp. 416-430). København: Dansk Psykologisk Forlag.
- Misfeldt, M. & Sanne, A. (2012). Formula Editors and Handwriting in Mathematical E-Learning. I J. A. Angel, M. A. Huertas, S. Trendholm & C. Steegmann (red.), *Teaching Mathematics Online: Emergent Technologies and Methodologies* (pp. 350-366). Hershey: IGI global.
- Morgan, C. (1995) *An analysis of the discourse of written reports of investigative work in GCSE mathematics*. Ikke publiceret Ph.D. afhandling, Institute of Education, University of London.
- Morgan, C. (1996). "The language of mathematics": Towards a critical analysis of mathematics texts. *For the Learning of Mathematics*, 16(3), 2-10.
- Morgan, C. (1998). *Writing mathematically: The discourse of investigation*. London: Falmer press.
- Morgan, C. (2001). Mathematics and Human Activity: Respresentation in Mathematical Writing. *Research in Mathematics Education*, 3(1), 169-182.



- Morgan, C. (2005). Word, Definitions and Concepts in Discourses of Mathematics, Teaching and Learning. *Language and Education*, 19(2), 102-116.
- Morgan, C. (2006). What Does Social Semiotics Have to Offer Mathematics Education Research? *Educational Studies in Mathematics*, 61, 219-245.
- Morgan, C. (2013). Language and Mathematics: a field without boundaries? I B. U. C. Haser & M. A. Mariotti (red.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 50-67). Ankara: Middle East Technical University.
- Maagerø, E. (2012). Så mange måder at skabe mening på – Multimodale tekster. I B. Larsen, S. hammershøi, S. Holm-Larsen & K. L. S. Brandt (red.), *Læsning og skrivning i alle fag* (pp. 41-56). Frederikshavn: Dafolo.
- Maagerø, E. & Skjelbred, D. (2010). *De mangfoldige realfagstekstene: Om lesing og skrivning i matematikk og naturfag*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Niss, M. & Højgaard, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (KOM-rapporten). Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18, Undervisningsministeriet.
- O'Halloran, K. L. (2004). Discourses in secondary school mathematics classrooms according to social class and gender. I J. A. Foley (red.), *Language, education and discourse: Functional approaches* (pp. 191-223). New York: Continuum.
- O'Halloran, K. L. (2005). *Mathematical Discourse – language, symbolism and visual images*. London: Continuum.
- O'Halloran, K. L. (2009). Historical changes in the semiotic landscape: from calculation to computation. I C. Jewitt (red.), *The Routledge Handbook of Multimodal Analysis* (pp. 98-113). London & New York: Routledge.
- Ongstad, S. (2004). *Språk, kommunikasjon og didaktikk: Norsk som flerfaglig og fagdidaktisk ressurs*. Oslo: Fagbokforlaget.
- Ongstad, S. (2006). Mathematics and mathematics education as triadic communication? A semiotic framework exemplified. *Educational Studies in Mathematics*, 61, 247-277.
- Pehkonen, L. (2000). How do primary pupils give written arguments in a conflicting mathematical situation? *Nordisk matematikk didaktikk (NOMAD)*, 8(1), 23-33.
- Petersen, P. B. & Vagner, S. (2003). *Studentereksamensopgaver i matematik 1806-1991*. Matematiklærerforeningen.
- Phillips, E. (2002). *Classroom Explorations of Mathematical Writing with Nine- and Ten-Year-Olds* (Ph.d.-afhandling). Open University, Milton Keynes, Bucks.

- Phillips, E. & Crespo, S. (1996). Developing Written Communication in Mathematics through Math Penpal Letters. *For the Learning of Mathematics*, 16(1), 15-22.
- Piekut, A. (2012). *Genreskrivning i de fire gymnasiers danskfag – en undersøgelse af genrekompetence i elevbesvarelser fra de fire ungdomsuddannelser* (Ph.d.-afhandling). Odense: Syddansk Universitet.
- Pimm, D. (1987). *Speaking Mathematically: Communication in Mathematics Classrooms*. London & New York: Routledge.
- Porter, M. K. & Masingala, J. O. (2001). Examining the effects of writing on conceptual and procedural knowledge in calculus. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 165–177.
- Prior, P. (1998). *Writing/Disciplinarity: A Sociohistoric Account of Literate Activity in the Academy*. New York & London: Routledge.
- Prior, P. (2006). A sociocultural Theory of Writing. I C. MacArthur, S. Graham & J. Fitzgerald (red.), *Handbook of Writing Research* (pp.54-66). New York & London: The Guilford Press.
- Pugalee, D. K. (2004). A comparison of verbal and written descriptions of students' problem solving processes. *Educational Studies in Mathematics*, 55, 27–47.
- Rogers, P. M. (2008). *The development of writers and writing abilities: A longitudinal study across and beyond the college-span* (Ph.d.-afhandling), tilgængelig fra ProQuest Dissertations and Theses database (UMI No. 3319795). <http://gradworks.umi.com/33/19/3319795.html>.
- Rotman, B. (1988). Toward a semiotics of mathematics. *Semiotica*, 72, 1-35.
- Rotman, B. (2000). *Mathematics as Sign: Writing, Imaging, Counting*. Stanford, CA: Stanford University Press.
- Rowland, T. (1995). Hedges in Mathematics Talks: Linguistic Pointers to Uncertainty. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 327-353.
- Rowland, T. (1999). Pronouns in Mathematics Talk: Power, Vagueness and Generalization, *For the Learning of Mathematics*, 19(2), 19-26.
- Ryve, A. (2011). Discourse Research in Mathematics Education: A Critical Evaluation of 108 Journal Articles. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(2), 167-198.
- Sabrio, D. & Tintera, G. (1993). Writing to learn and learning to write mathematics: an experiment. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 3(4), 419-429.
- Schleppegrell, M. J. (2007). The Linguistic Challenges of Mathematics Teaching and Learning: A Research Review. *Reading & Writing Quarterly*, 23(2), 139-159.

- Schleppegrell, M. J. (2010). Language in Mathematics Teaching and Learning: A Research review. I J. Moschkovich (red.), *Language and mathematics education: multiple perspectives and directions for research* (pp. 73-112). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Schleppegrell, M. (2012). Linguistic Tools for Exploring Issues of Equity. I B. A. Herbel-Eisenmann, J. Choppin, D. Wagner & D. Pimm (red.), *Equity in Discourse for Mathematics Education. Theories, Practices, and Policies* (pp. 109-124). Dordrecht: Springer.
- Schoenfeld, A. H. (2007). Method. I F. K. Lester, Jr. (red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 69-107). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Schultz, K. (2006). Qualitative Research on Writing. I C. MacArthur, S. Graham & J. Fitzgerald (red.), *Handbook of Writing Research* (pp. 357-373). New York & London: The Guilford Press.
- Scribner, S. & Cole, M. (1981). *The psychology of literacy*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Seto, B. & Meel, D. E. (2006). Writing in mathematics: Making it work. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 16(3), 204-232.
- Sfard, A. & Prusak, A. (2005). Telling Identities: In Search of an Analytic Tool for Investigating Learning as a Culturally Shaped Activity. *Educational Researcher*, 34, 14–22.
- Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating: Human development, development of discourses, and mathematizing*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Shield, M., & Galbraith, P. (1998). The analysis of student expository writing in mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 36(1), 29-52.
- Skjelbred, D. (2013). Tekstkulturer, teksthendelser og skrivehandlinger i skolen: Hva sier læreplanerne? I N. Askeland & B. Aamotsbakken (red.), *Syn for skiving. Læringsressurser og skiving i skolens tekstkulturer* (pp. 56-68). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
- Smidt, J. (1996). *Fornyelsens konflikter*. Oslo: LNU / Cappelen Akademisk.
- Smidt, J. (2002). Double Histories in Multivocal Classrooms: Notes Toward an Ecological Account of Writing. *Written Communication*, 19, 414-443.
- Smidt, J. (2008). Skiving og skriveformål – barns og unges veier til ulike fag. I J. Smidt & R. T. Lorentzen (red.), *Å skrive i alle fag* (pp. 22-36). Oslo: Universitetsforlaget.
- Smidt, J. (2009a). Developing Discourse Roles and Positionings: An Ecological Theory of Writing Development. I R. Beard, D. Myhill & M. Nystrand (red.), *The SAGE handbook of Writing Development* (pp. 117-125). London: SAGE Publications Ltd.

- Smidt, J. (2009b). Overgang. Skrivekulturer på ungdomstrinnet og i videregående skole. I O. K. Haugaløkken, L. S. Evensen, F. Hertzberg & H. Otnes (red.), *Tekstvurdering som didaktisk utfordring* (pp. 63–73). Oslo: Universitetsforlaget.
- Smidt, J. (2010). Skrivekulturer og skrivesituasjoner i bevegelse – fra beskrivelser til utvikling. I J. Smidt (red.), *Skriving i alle fag - innsyn og utspill* (pp. 11-35). Trondheim: Tapir Akademisk forlag.
- Smidt, J. (red.) (2010b). *Skriving i alle fag – innsyn og utspill*. Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Solheim, R., Larsen, A. S. & Torvatn, A. C. (2010). Skrivekulturar på mellomtrinnet – tre døme. I J. Smidt (red.), *Skriving i alle fag – innsyn og utspill* (pp. 183-205). Trondheim: Tapir Akademisk Forlag.
- Solomon, Y. & O'Neill, J. (1998). Mathematics and narrative. *Language and Education*, 12(3), 210–221.
- Steenoft, D. & Valero, P. (2009). Identities-in-action: Exploring the fragility of discourse and identity in learning mathematics. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 14, 55-77.
- Stempien, M. & Borasi, R. (1985). Students' Writing in Mathematics: Some Ideas and Experiences. *For the Learning of Mathematics*, 5(3), 14-17.
- Stoustrup, S. (2010). *En analyse af differentialligninger på A-niveau i STX ud fra den antropologiske didaktiske teori* (Specialerapport). Institut for Naturfags Didaktik's studenterserie, 18.
- Street, B. (1984). *Literacy in Theory and Practice*. New York: Cambridge University Press.
- Street, B. (2005). The Hidden Dimensions of Mathematical Language and Literacy. *Language and Education*, 19(2), 135-140.
- Street, B. (red.) (1993). *Cross-cultural Approaches to Literacy*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Swain, J. (2006). An ethnographic approach to researching children in junior school. *International journal of Social Research methodology*, 9(3), 199-213.
- Swinson, K. (1992). An Investigation of the Extent to Which Writing Activities are Used in Mathematical Classes. *Mathematics Education Research Journal*, 4(2), 38-49.
- Tang, S., Morgan, C. & Sfard, A. (2012). Investigating the evolution of school mathematics through the lens of examinations: developing an analytical framework. Paper presenteret ved *the 12th International Congress on Mathematical Education, Topic Study Group 28 on Language and Mathematics*, Seoul, Korea.

- Togeby, O. (2014). *Bland blot genrerne! Om sprog, tekstarter og samfund*. København: Samfundslitteratur.
- Tønnesson, J. L. (2012). *Hva er sakprosa?* Oslo: Universitetsforlaget.
- Veel, R. (1999). Language, knowledge and authority in school mathematics. I F. Christie (red.), *Pedagogy and the shaping of consciousness: Linguistic and social processes* (pp. 185–216). London: Continuum.
- Vollmer, H. (2009). Language in other subjects. DG IV / EDU / LANG (2009) 9 (CoE, Language Policy Division) [http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/langeduc/BoxD2-OtherSub\\_en.asp](http://www.coe.int/t/dg4/linguistic/langeduc/BoxD2-OtherSub_en.asp)
- Vygotsky, L. S. (1971). *Tænkning og sprog* (S. O. Larsen, overs.). (A. Diderichsen, udg.). København: Hans Reitzels Forlag. (Original 1934).
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society. The Development of Higher Psychological Processes*. (A. L. Luria, M. Lopez-Morillas, M. Cole, overs.). (M. Cole, V. John-Steiner, S. Schribner, E. Soubermann, udg.). Cambridge, Mass.; London: Harvard University Press.
- Vygotsky, L. S. (1986). *Thought and Language*. (A. Kozulin, overs., red.). Cambridge, Massachusetts: The Massachusetts Institute of Technology. (Original 1934).
- Wagner, D. (2012). Opening mathematics texts: resisting the seduction. *Educational Studies in Mathematics*, 80, 153–169.
- Waywood, A. (1994). Informal writing-to-learn as a dimension of a student profile. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 321-340.
- Wellington, J. & Osborne J. (2001). *Language and literacy in science education*. Berkshire: Open University Press.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: Learning, meaning and identity*. Cambridge: CUP.
- Wertsch, J. (1998). *Mind in Action*. New York: Oxford University Press.
- Westman, M. (2009). *Skriftpraktikker i gymnasieskolan. Bygg- och omvårdnadselever skriver* (Doktorsavhandling). Stockholm: Acta Universitatis Stockholmiensis.
- Wiese, L. (2004). *Skrivning og studium – en undersøgelse af opgaveskrivning i gymnasiet i et spændingsfelt mellem undervisning og kulturel kapital* (Ph.d.-afhandling). Odense: Syddansk Universitet.
- Winsløw, C. (2003). Semiotic and discursive variables in CAS-based didactical engineering. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 271-288.
- Wittek, L. & Dale, E. L. (2013). Skrivning som læringsressurs sett i lys av Vygotskys teorier. I N. Askeland & B. Aamotsbakken (red.), *Syn for skrivning. Læringsressurser og skrivning i skolens tekstkulturer* (pp. 24-42). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

- Wolff, S. (2004). Ways into the Field and Their Variants. I U. Flick, E. v. Kardorff & I. Steinke (red.), *A Companion to Qualitative Research* (pp. 195-202). London: SAGE Publications Ltd.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.
- Yin, R. K. (2003). *Case Study Research: Design and Methods* (3. udgave). Thousand Oaks, CA: SAGE Publications Ltd.
- Österholm, M. & Bergqvist, E. (2013). What is so special about mathematical texts? Analyses of common claims in research literature and of properties of textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 45, 751–763.

## 11 Bilag

### 11.1 Erklæring om elevdeltagelse



#### **Erklæring om elevdeltagelse i forskningsprojekt Matematikkens tekster og skrivning - Et studie af skriftbrug i de gymnasiale matematikfag.**

Som forældre til \_\_\_\_\_ giver jeg tilladelse til at han/hun deltager i et forskningsprojekt om skrivning i de gymnasiale uddannelser, som gennemføres af Ph.d.-stipendiat Steffen M. Iversen ansat ved Institut for Filosofi, Pædagogik og Religionsstudier (IFPR), Syddansk Universitet.

Formålet med forskningsprojektet er at undersøge elevers skriftlige læringsbiografi, dvs. hvordan de lærer ved hjælp af skriftligt arbejde og hvordan skriftlighed indgår i deres måde at løse faglige problemer på. Skriftlighed forstås her meget bredt og inkluderer både traditionel skriftlighed (bogstaver/tal på papir/skærm) og nye former for digital skriftlighed og udtryksformer, herunder brug af billeder, video, grafiske fremstillinger mv.

Det konkrete projekt går ud på, at forskeren (som har en flerårig erfaring som gymnasielærer) – efter aftale med elevens skole og under opsyn af elevens matematiklærer som på forhånd har indvilget i at deltage i projektet – følger elevens skriftlige skolearbejde i faget matematik i skoleåret 2011 -2012.

- Det vil ske ved at eleven afleverer sine skriftlige opgaver/besvarelser i en kopi til forskeren og deltager i jævnlige samtaler (ca. 2 – 3 gange pr. semester) med forskeren om det skriftlige arbejde. Disse samtaler vil, hvis ikke andet aftales, finde sted på elevens skole og uden for undervisningstiden. Der kan også blive tale om elektronisk kommunikation mellem forsker og elev. Forskeren blander sig ikke i den formelle bedømmelse af den faglige kvalitet af elevens skriftlige arbejde.
- Det vil endvidere ske ved at forskeren på forskellig måde vil følge det snævre fokus på eleven op med et bredere fokus på skriftlighed i elevens klasse og skole. De forskellige

muligheder der måtte vise sig for at fokusere på forhold i elevens læringsmiljø i skolen og fritiden kendes naturligvis ikke på forhånd, men der vil konkret være tale om, at forskeren gennemfører observationer og interview i elevens klasse, at forskeren følger eleven og dennes kammerater i gruppearbejde i klassen, at forskeren supplerer med interview af elevens lærere etc.

- Samtalerne mellem eleverne og forskeren om deres skriftlige arbejde vil formentlig være til stor faglig nytte for eleverne, idet de ikke kan undgå også at handle om, hvordan man skal forstå tingene og hvad man kan gøre for at gøre det godt.

Eleven er garanteret anonymitet og eleven (indtil eleven fylder 18 år gælder dette ligeledes dennes forældre/værge) kan til enhver tid afbryde samarbejdet eller tage samarbejdets form op til diskussion.

Dato og underskrift

Elev og forældre (værge)

Forsker

## 11.2 Observationsskema

Klasse:	Fag:	Dato:	Observatør:
<b>Registrering</b>			
<i>Modulets forløb(dets sekvenser, evt. angives det, hvilken lektie eleverne har for til timen)</i>			
<i>Formål (begrundelse):</i> Lærer / Elev			
<i>Læringsressurser:</i>			
<i>Skriveordre:</i> Mundtlig instruktion / Skriftlig instruktion / Ingen entydig instruktion			



<i>Medier og modaliteter:</i>	
<i>Opgavegenrer:</i> Feltets egne betegnelser, hvis ingen, vores egne	
<i>Skrivehandling:</i> Feltets egne betegnelser, hvis ingen, vores egne	
<b>Fortælling</b>	
<i>Skrifthændelse:</i> Beskrivelse af situationer, hvor skriftlige aktiviteter indgår	
<i>Publikum / modtager</i>	
<i>Andet / Kontekst</i>	

### 11.3 Eksempel på interviewguide

#### Interviewguide, Anna, februar 2012

##### Seneste skriftlige opgaver

- Fortæl om den skriftlige del af matematikundervisningen, som den har set ud i den sidste periode.
- Fortæl *historien* om projekt vodkaklovn.

##### Skrivning

- Skriver du i nogen sammenhænge uden for skolen?

- I hvilke fag på gymnasiet kan du bedst lide at skrive? Forklar.
- Hvad kendetegner den måde du/man skriver på i faget matematik?
- Hvilke grunde kan der være til at man skal skrive på bestemte måder i faget matematik?
- Hvad forventer din matematiklærer af en god aflevering i matematik? Er der forskel på matematikafleveringer i den henseende?
- Hvordan vil du karakterisere dig selv som skriver i matematik?
- Har du udviklet dig som skriver i faget matematik i løbet af gymnasietiden? Hvis ja – hvordan og hvorfor?
- Er der nogen matematiktekster, hvor du synes du har skrevet bedre/værre end andre matematiktekster? Hvis ja – hvilke og hvorfor?
- Spiller det nogen rolle for dig, om du har indflydelse på indhold og form af dine matematiktekster?
- Er personen Anna til stede i dine matematiktekster? Hvis ja – hvordan og hvorfor. Hvis nej – hvorfor ikke?
- Er der nogle af matematikafleveringerne der er mere *dine* end andre?
- Hvilket indtryk vil du gerne have at en læser af dine matematiktekster sidder tilbage med?
- Spiller det nogen rolle for dig om den matematik I arbejder med kan anvendes til noget konkret udenfor matematikken?
- Er matematik opfundet eller opdaget?

## 11.4 Konstellation Htx1gMat5

### 11.4.1 Skriveordre

#### Hjemmeopgave 5 – Matematik A

Klasse [*klassens betegnelse*] (skoleår 2009 – 2010)

Afleveres [*datoangivelse*] i mit dueslag på papir. Husk at afsætte lidt plads til mine bemærkninger.

Du skal som et minimum aflevere 6 af nedenstående opgaver, men gerne alle.

Svære og lette opgaver er blandet.

Husk: Det er vigtigt, at jeg ud af din besvarelse kan se din løsningsstrategi og de anvendte metoder og regneregler. Skriv gerne helt almindelig tekst i din besvarelse.

Du behøver ikke at bruge TI89 til denne opgave. Under alle omstændigheder: Brug den kun til kontrol. Stemmer din løsning ikke med lommeregneren må du gerne kommentere det.

For at jeg bedre kan justere opgavestørrelsen vil jeg gerne igen have at du anfører den tid du har brugt på opgavesættet (dit bedste gæt).

God arbejdslyst ☺

[Lærerens navn]

### Opgave 1

Opstil den rette linies ligning der går gennem punkterne A og B:

- a) A(5,3) og B(11,7)
- b) A (-3,-5) og B(5,-3)

Skitsér linierne i et koordinatsystem.

### Opgave 2

En linie går gennem punktet A(4,5) og har en hældningskoefficient på  $\frac{1}{2}$ . Opstil liniens ligning.

Bestem liniens skæring med henholdsvis x- og y-aksen. Skitsér linierne i et koordinatsystem.

### Opgave 3

Undersøg om A og B ligger på linien m, når:

- a) m:  $y=2x-1$ , A(3,4) og B(-2,-5)
- b) m:  $y=-3x+4$ , A(1,1) og B(-3, 10)

### Opgave 4

Der er givet cirklen med ligningen

$$(x-4)^2 + (y+1)^2 = 16.$$

- Bestem centrum og radius for cirklen, og skitsér den i et koordinatsystem.
- Undersøg, om punktet  $(0,-1)$  ligger indenfor, udenfor eller på cirklen.
- Bestem koordinaterne for skæringspunkterne mellem cirklen og  $x$ -aksen.

### Opgave 5

Hvornår er to linier parallelle? Giv et eksempel.

### Opgave 6

Et telefonselskab har følgende takstsystem:

Et abonnement på 20 kr per måned samt en taletidspris på 0,50 kr per minut.

En abonnent taler en måned 25 minutter, hvad koster det?

En anden måned taler hun  $x$  minutter, hvad koster det?

Skitser grafen for omkostningerne i et passende koordinatsystem.

### Opgave 7

Et telefonselskab, tele-A, tilbyder følgende:

- intet abonnement
- taletidspris på 1 kr per minut

Et andet telefonselskab, tele-B, tilbyder følgende

- abonnement på 100 kr per måned
- taletidspris på 0,50 kr per minut

Maren taler i telefon 50 minutter per måned, Mette taler 500 minutter.

Hvem skal vælge hvilket telefonselskab?

### Opgave 8

Hvornår koster det det samme for telefonselskaberne i opgave 7? Skitser løsningen i et passende koordinatsystem.

## 11.4.2 Elevbesvarelse inklusiv skriftlig respons

Elevens navn  
Klassens betegnelse

Matematik  
Hjemmeopgave 5

Skolens logo

### Hjemmeopgaver 5

#### Opgave 1

Opstil den rette linjes ligning der går gennem punkterne A og B:

a) A(5,3) og B(11,7)

b) A(-3,-5) og B(5,-3)

Skitser linjerne i et koordinatsystem.

Strategi: 1) omskriv til linjens ligning ( $y = ax + b$ ) ved at

2) udregne a ud fra 2 punkter ( $a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$ )

3) udregne b når vi kender a

a)  $a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$

⇓ indsæt tal

$$a = \frac{(7 - 3)}{(11 - 5)}$$

⇓ subtrahere

$$a = \frac{4}{6}$$

⇓ omskriver

$$a = \frac{2}{3} \checkmark$$

$$y = ax + b$$

⇓ isoler b

$$b = y - ax$$

⇓ indsæt tal

$$b = 7 - \left(\frac{2}{3} \cdot 11\right)$$

⇓ multiplicer i parentesen og omskriv 7 til brøk

$$b = \frac{21}{3} - \frac{22}{3}$$

⇓ subtrahere

$$b = \frac{1}{3} \text{ vps } b = -\frac{1}{3}$$

linjens ligning:  $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \checkmark$

b)  $a = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}$

⇓ indsæt tal

$$a = \frac{((-3) - (-5))}{((5) - (-3))}$$

⇓ subtrahere og dividere

$$a = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$y = ax + b$$

⇓ isoler b

$$b = y - ax$$

⇓ indsæt tal

$$b = (-3) - \left(\frac{2}{8} \cdot 5\right)$$

⇓ multiplicer og omskriver til brøk

$$b = \left(-\frac{24}{8}\right) - \left(\frac{10}{8}\right)$$

⇓ addere

$$b = \frac{-34}{8} = \frac{-17}{4}$$

linjens ligning:  $y = \frac{2}{8}x + \frac{34}{8} \checkmark$

Side 1 af 9

## Opgave 2

En linje går gennem punktet A(4,5) og har en hældningskoefficient på  $\frac{1}{2}$ . Opstil linjens ligning.

Bestem linjens skæring med henholdsvis x- og y-aksen. Skitser linjerne i et koordinatsystem. (se bilag)

$$y = ax + b$$

⇓ isoler b

$$b = y - ax$$

⇓ indsæt tal

$$b = 5 - \frac{1}{2} \cdot 4$$

⇓ multipliser

$$b = 5 - 2$$

⇓ subtraher

$$b = 3 \quad \checkmark$$

dvs

$$\text{Linjens ligning: } y = \frac{1}{2}x + 3 \quad \checkmark$$

Sæt skitserne ind hvor det er relevant dvs HER.

Bevar vha beregning:

Skæring m. y-aksen:  $x=0$  dvs

$$y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 3 = 3$$

Skæring m. x-aksen:  $y=0$  dvs

$$0 = \frac{1}{2}x + 3 \Leftrightarrow x = -6$$

Skæringspunkterne er  $(0, 3)$  og  $(-6, 0)$

Kontrol: se på grafen.

Ud fra linjens ligning kan vi se at den skær y-aksen i (+3). For at finde ud af hvor den skærer på x-aksen tager vi udgangspunkt i hvor den skærer y-aksen. Hvis vi går baglæns fra det punkt og trækker  $\frac{1}{2}x$  væk gang indtil vi når nul finder vi x-aksen. Hvis det gøres rigtig burde vi lande på punktet (-6) på x-aksen.

## Opgave 3

Undersøg om A og B ligger på linjen m, når:

- a)  $m: y=2x-1$ , A(3,4) og B(-2,-5)  
b)  $m: y=-3x+4$ , A(1,1) og B(-3, 10)

A)

A

$$y = 2x - 1$$

⇓ indsæt tal på x og y plads

$$4 = (2 \cdot 3) - 1$$

⇓ multiplicer

$$4 = 6 - 1$$

⇓ subtraher

$$4 = 5 \quad \text{Falsk udsagn}$$

dvs

A(3,4) ligger ikke på linjen ✓

B

$$y = 2x - 1$$

⇓ indsæt tal på x og y plads

$$-5 = (2 \cdot -2) - 1$$

⇓ multiplicer

$$-5 = -4 - 1$$

⇓ addere

$$-5 = -5 \quad \text{Sandt udsagn}$$

dvs

A(-2,-5) ligger på linjen ✓

B)

A

$$y = 2x - 1$$

⇕ indsæt tal på x og y plads

$$1 = (2 \cdot 1) - 1$$

⇕ multiplicer

$$1 = 2 - 1$$

⇕ subtraher

$$1 = 1$$

dvs

A(1,1) ligger på linjen ✓

B

$$y = 2x - 1$$

⇕ indsæt tal på x og y plads

$$10 = (2 \cdot -3) - 1$$

⇕ multiplicer

$$10 = -6 - 1$$

⇕ addere

$$10 = -7$$

dvs

A(-3,10) ligger ikke på linjen ✓

#### Opgave 4

Der er givet cirklen med ligningen  $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 16$ .

- Bestem centrum og radius for cirklen, og skitsér den i et koordinatsystem.
- Undersøg, om punktet (0,-1) ligger indenfor, udenfor eller på cirklen.
- Bestem koordinaterne for skæringspunkterne mellem cirklen og x-aksen.

$$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 16$$

- ⇕ vi tager kvadratroden på begge sider

$$\pm\sqrt{(x - 4)^2 + (y + 1)^2} = \pm\sqrt{16}$$

⇕ vi omskriver så den ligner linjens ligning

$$\pm\sqrt{(x - (-4))^2 + (y - 1)^2} = \pm 4$$

dvs

radius = 4 (radius kan ikke være negativ) og centrum = (4, -1) ✓

- $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 16$

⇕ vi indsætter punktet i ligningen

$$(0 - 4)^2 + (-1 + 1)^2 = 16$$

⇕

-1 og 1 går ud med hinanden, vi opløfter (-4) i anden potens

⇕

$$16 = 16$$

dvs

udsagn sandt og punktet ligger derfor på cirklen ✓

3) Hvis vi tager udgangspunkt i vores start ligning, kan vi se at vi har alle oplysninger (y må være 0) undtagen X. Det vil sige at vi skal isolere X. vi kan også se ud fra den skitse som jeg har lavet at X har 2 skæringspunkter ✓

$$(x-4)^2 + (y+1)^2 = 16$$

↕ indsætter y

$$(x-4)^2 + (0+1)^2 = 16$$

↕ ved hjælp af kvadratsætningerne skriver vi  $(x-4)^2$  og  $(0+1)^2$  om

$$x^2 + 16 - 8x + 1 = 16$$

↕ vi subtrahere -16 på begge sider

$$x^2 - 8x + 1 = 0$$

en andengradsligning

$$a=1, b=-8, c=1$$

↕ indsætter vi i diskriminanten

$$d = b^2 - 4ac \quad \text{UPS}$$

↕ indsæt tal / 4

$$d = (-8)^2 - (1 \cdot 1)$$

↕ opløft i potens og subtrahere

$$d = 63 \quad \% \quad 60$$

dvs at der er 2 løsninger ✓

$$x = \frac{-b + \sqrt{d}}{2a}$$

↕ indsæt tal

$$x = \frac{-(-8) + \sqrt{63}}{(2 \cdot 1)}$$

↕ multiplicer

$$x = \frac{8 + \sqrt{63}}{2}$$

↕ tag kvadratroden, addere og dividere

$$x = \underline{\underline{7,87298}} \quad (\checkmark)$$

$$x = \frac{-b - \sqrt{d}}{2a}$$

↕ indsæt tal

$$x = \frac{-(-8) - \sqrt{63}}{(2 \cdot 1)}$$

↕ multiplicer

$$x = \frac{8 - \sqrt{63}}{2}$$

↕ tag kvadratroden, subtrahere og dividere

$$x = \underline{\underline{0,127017}} \quad (\checkmark)$$

Passer det med skitsen ?



### Opgave 5

Hvornår er to linjer parallelle? Giv et eksempel. ✓

To linjer er parallelle når de har samme hældningskoefficienten. Hvis vi kigger på linjens ligning:  $y = ax + b$ , vil det betyde at de to linjer har samme  $a$ .

Eksempel på to linjer som er parallelle:

$$y = 2x + 5$$

$$y = 2x + 12$$

### Opgave 6

Et telefonselskab har følgende takstsystem:

Et abonnement på 20 kr per måned samt en taletidspris på 0,50 kr per minut.

En abonnent taler en måned 25 minutter, hvad koster det?

En anden måned taler hun  $x$  minutter, hvad koster det?

Skitser grafen for omkostningerne i et passende koordinatsystem.

$$pris = \text{abonnement} + (\text{taletidspris} * \text{talt min})$$

⇓ indsætter tal

$$pris = 20 + (0,50 \frac{kr}{min} * 25 \text{ min})$$

⇓ multiplicere og addere

$$pris = \underline{32,5kr} \quad \checkmark$$

$$pris = \text{abonnement} + (\text{taletidspris} * \text{talt min})$$

⇓ indsætter tal

$$pris = 20 + (0,50 \frac{kr}{min} * x \text{ min})$$

⇓ multiplicere

$$pris = \underline{20 + 0,50x kr} \quad \checkmark$$

### Opgave 7

Et telefonselskab, tele-A, tilbyder følgende:

- intet abonnement
- taletidspris på 1 kr per minut

Et andet telefonselskab, tele-B, tilbyder følgende

- abonnement på 100 kr per måned
- taletidspris på 0,50 kr per minut

Maren taler i telefon 50 minutter per måned, Mette taler 500 minutter.

Hvem skal vælge hvilket telefonselskab?

	Maren:	Mette:
Tele a:	$\text{pris} = \text{abonnement} + (\text{taletidspris} * \text{talt min})$ <p>⇓ indsæt tal</p> $\text{pris} = 0 + (1 \frac{\text{kr}}{\text{min}} * 50 \text{ min})$ <p>⇓ multiplicer og subtrahere</p> $\text{pris} = \underline{50\text{kr}} \quad \checkmark$	$\text{pris} = \text{abonnement} + (\text{taletidspris} * \text{talt min})$ <p>⇓ indsæt tal</p> $\text{pris} = 0 + (1 \frac{\text{kr}}{\text{min}} * 500 \text{ min})$ <p>⇓ multiplicer og subtrahere</p> $\text{pris} = \underline{500\text{kr}} \quad \checkmark$
Tele b:	$\text{pris} = \text{abonnement} + (\text{taletidspris} * \text{talt min})$ <p>⇓ indsæt tal</p> $\text{pris} = 100 + (0,50 \frac{\text{kr}}{\text{min}} * 50 \text{ min})$ <p>⇓ multiplicer og subtrahere</p> $\text{pris} = \underline{125\text{kr}} \quad \checkmark$	$\text{pris} = \text{abonnement} + (\text{taletidspris} * \text{talt min})$ <p>⇓ indsæt tal</p> $\text{pris} = 100 + (0,50 \frac{\text{kr}}{\text{min}} * 500 \text{ min})$ <p>⇓ multiplicer og subtrahere</p> $\text{pris} = \underline{350\text{kr}} \quad \checkmark$

Derfor vil det være billigst for Maren at købe et abonnement fra tele a og billigst for Mette at købe et abonnement fra tele b



### Opgave 8

Hvornår koster det det samme for telefonselskaberne i opgave 7? Skitser løsningen i et passende koordinatsystem. Facit er.....?

Anslået tid brugt: 2 timer. Har prøvet at bruge Graph til koordinatsystemerne (for at lære at bruge det), sig hvis du hellere vil have at jeg laver dem i håndtegning Nicki

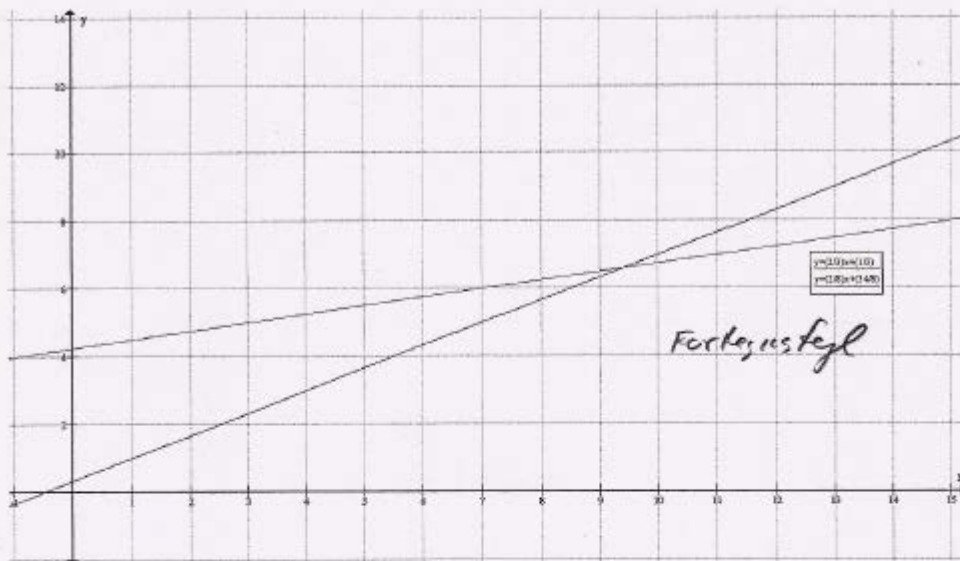
✓  
Poen besvarelse, dumme regnefejl og gode grafer.

Lærersignatur

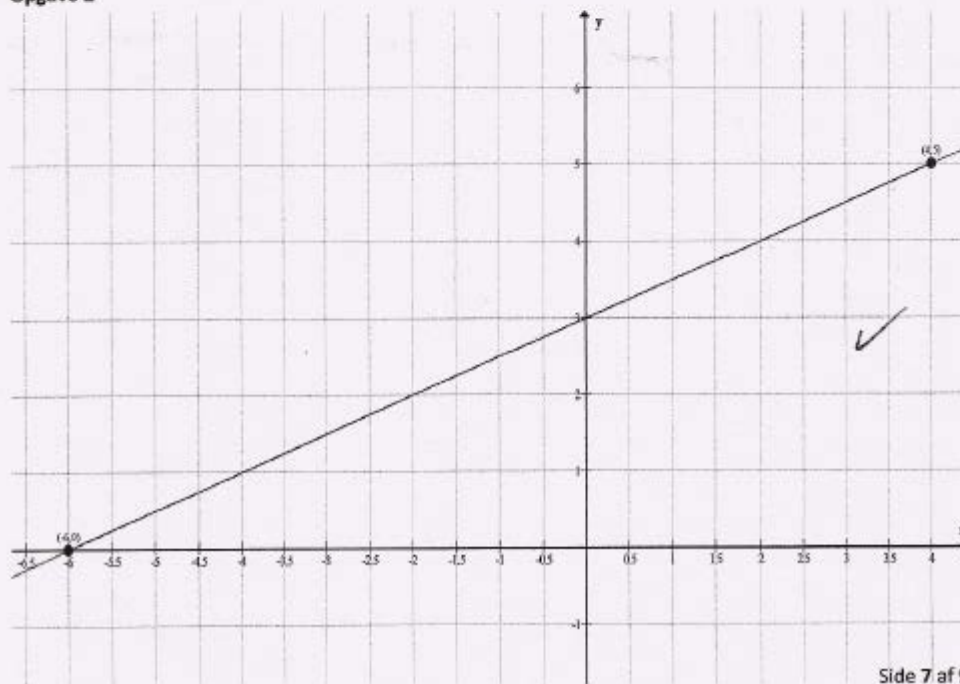
Side 6 af 9

**Bilag: koordinatsystemer**

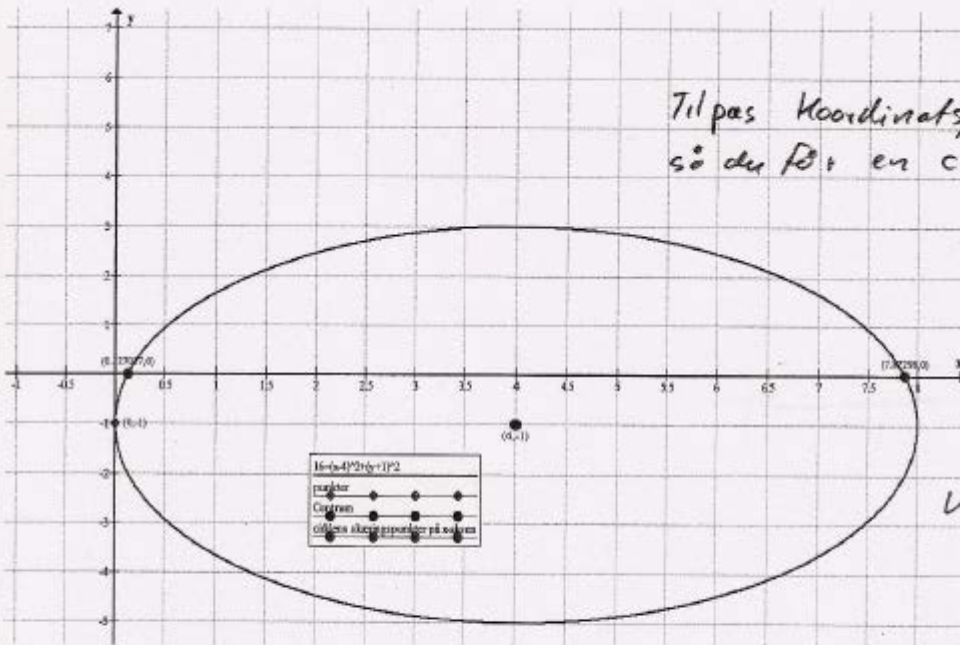
**Opgave 1)**



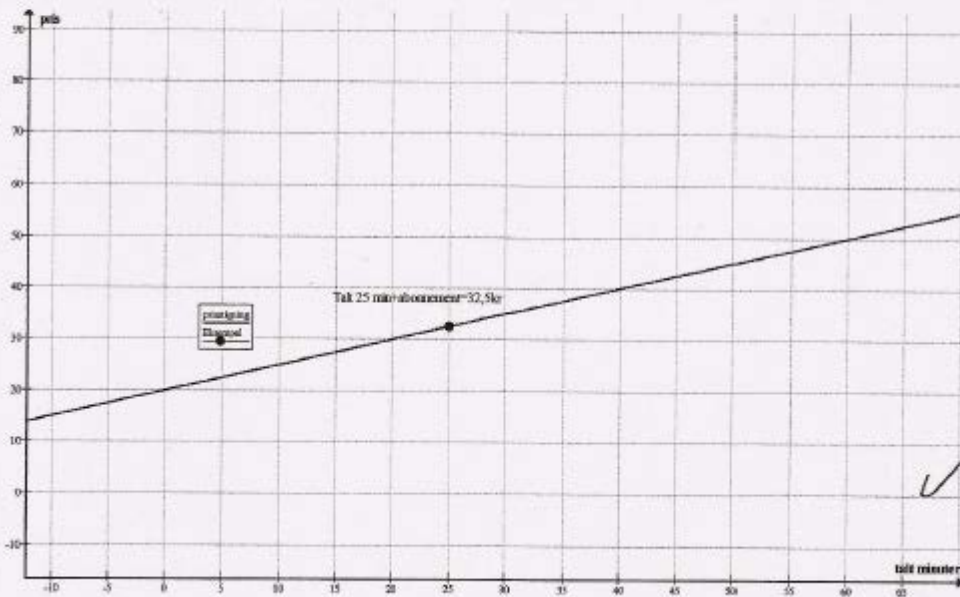
**Opgave 2**



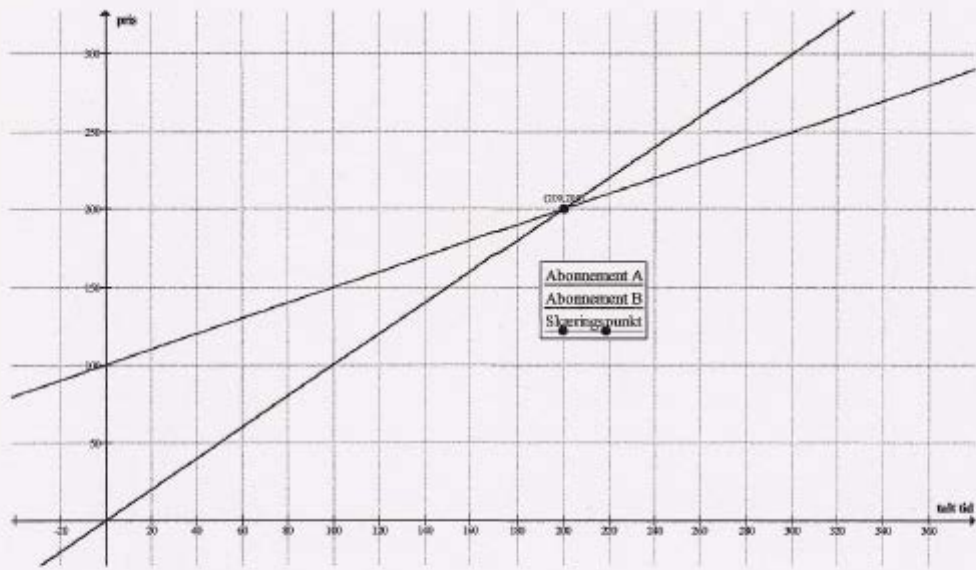
Opgave 4



Opgave 6



Opgave 8



## 11.5 Uddrag Htx3gMat6 (Christopher)

b) Bestem en ligning for planen, der indeholder sidepladen ADEF

Jeg vil starte med at finde en normalvektor, ved at danne to vektorer AF og AE og krydse dem.

$$\vec{AE} = \begin{pmatrix} -15 \\ -15 \\ 230 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 180 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -45 \\ -15 \\ 50 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

$$\vec{AF} = \begin{pmatrix} 45 \\ -15 \\ 230 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 30 \\ 0 \\ 180 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -15 \\ 50 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

Jeg krydser så disse vektorer:

$$\vec{n} = \vec{AE} \times \vec{AF} = \begin{pmatrix} 15 \\ -15 \\ 50 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -45 \\ -15 \\ 50 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3000 \\ 900 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

Planens ligning er:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

Jeg vælger A som mit punkt:  $\checkmark$

$$0(x - 30) + 10(y - 0) + 3(z - 180) = \underline{10y + 3z - 540} = 0 \quad \checkmark$$