# Introduktion til den økonomiske model i *The Economics of Biodiversity: The Dasgupta Review*

**Udarbejdet af Thomas Heide-Jørgensen (ma), Rosborg Gymnasium og Marianne Hvidt (sa), Stenhus Gymnasium**

Den økonomiske model beskrevet i rapporten *The Economics of Biodiversity: The Dasgupta Review*[1] tager udgangspunkt i en produktionsfunktion for den globale produktion af goder og services, *Y*, til tiden *t,* som modelleres, som følger

$$Y(t) = A(t)S^{\beta}(t)K^{a}(t)H^{b}(t)R^{1-a-b}(t) \quad , \quad \beta, a, b, (1-a-b) > 0$$

hvor *A* er offentlig tilgængelig viden, *S* er biosfærens størrelse (havene, biodiversiteten, atmosfæren, jorden etc.), *K* er produceret kapital (maskiner, infrastruktur etc.), *H* er human kapital (arbejdskraftens evner, uddannelse og sundhed), og *R* er brugen af naturressourcer. Produktionsfunktionen ligner traditionelle Cobb-Douglas produktionsfunktioner (se fx s. 98 i *Økonomibogen*), men fokuserer på at indlejre naturressourcer i økonomien og økonomien i naturen eller, med rapportens ord, i biosfæren.

Naturressourcer indgår på to måder i produktionsfunktionen: Dels som en såkaldt *flow* variabel, *R*, som beskriver de løbende ydelser, vi tager fra naturen i form af afgrøder, fisk, mineraler mm. og som bruges direkte i produktionen af goder og services, men også som en *stock* variabel, *S*, fordi størrelsen på biosfæren direkte påvirker, hvor meget vi er i stand til at producere via eksempelvis biodiversiteten og klimaforandringernes betydning for produktionsmulighederne. Et eksempel: hvis landbrugsjorden pga. overdyrkning er udpint, så er det ikke længere interessant, at vi har adgang til den "ydelse" vi normalt bruger jorden til, nemlig at plante og høste afgrøder. Dette beskrives i rapporten som modellens *komplementaritet*. Ligesom en computer ikke er interessant uden en oplader, sådan vil fx adgang til fiskeri på havet være uinteressant, hvis fiskebestandene er døde pga. global opvarmning og deraf forsuring af havene. For at kunne producere skal man altså både have *S* og *R*. Med andre ord, så er en grundlæggende præmis i modellen, at uden biosfæren er der slet ikke nogen økonomi. Dette er en ændring i forhold til traditionelle økonomiske produktionsfunktioner, hvor de forskellige inputs (land, arbejdskraft, kapital, teknologi mm.) antages at kunne substitueres for hinanden. Det betyder, at ringere adgang til naturressourcer antages at kunne erstattes med viden, maskiner eller lignende.

Biosfærens størrelse, *S*, spiller en central rolle i modellen i *The Dasgupta Review*. Biosfæren er summen af mange komplekse og koblede økosystemer fx havene, skove, dyrepopulationer og atmosfæren. Som beskrevet i rapporten, er der store udfordringer med at sætte egentlige tal på denne, men for at forstå,

[1] *The Economics of biodiversity: The Dasgupta Review* er en 600+ sider lang rapport, der kan ses i sin helhed her: https://assets.publishing.service.gov.uk/government/uploads/system/uploads/attachment_data/file/962785/The_Economics_of_Biodiversity_The_Dasgupta_Review_Full_Report.pdf (sidst besøgt 11/6 2021).

hvilke mekanismer, der påvirker biosfæren, kan det være gunstigt at tænke biosfæren som et mere simpelt system fx en fiskebestand i en sø, træer i en skov eller lignende.

**Figur 1: Økonomien er indlejret i biosfæren**


*Kilde: The Economics of Biodiversity: The Dasgupta Review s. 128*

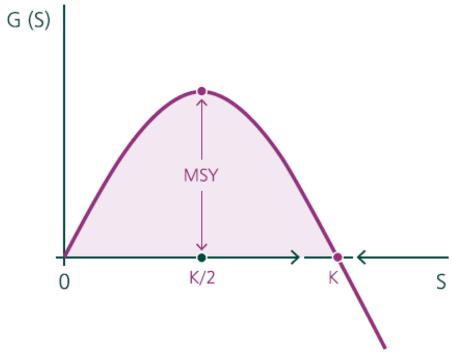
I et sådant simpelt eksempel, kan *S* for eksempel beskrive bestanden af fisk i en sø til et givent tidspunkt. Fisk fødes og dør i søen, og *G* beskriver nettotilvæksten af fisk, altså fødselsraten fratrukket dødsraten. I søen er der næring til fiskene. Hvis søen og dermed mængden af næring er ubegrænset, vil fiskebestanden vokse eksponentielt med raten, *r*. For små værdier af fiskebestanden, vil nettotilvæksten *G* derfor afhænge positivt af *S*, men på et tidspunkt vil bestanden af fisk blive så stor, og næringen per fisk derfor så begrænset, at dødsraten vil overstige fødselsraten, og nettotilvæksten blive negativ. Dette modelleres i rapporten ved at lade *G* være en kvadratisk funktion i *S*:[2]

$$G(S) = rS\left(1 - \frac{S}{K}\right) \quad , \; K, r > 0$$

hvor *K* er den kritiske størrelse, hvorefter fiskebestanden begynder at aftage. Sammenhængen mellem nettotilvækst og fiskebestand er illustreret i figur 2 nedenfor. Bemærk, at *MSY* er en forkortelse for *Maximum Sustainable Yield*, som beskriver det størst mulige afkast, som fiskebestanden kan give, eller med andre ord, hvor mange fisk, vi højst kan fange uden at bestanden ophører.

[2] Dette er i øvrigt helt ækvivalent med differentialligningen, der beskriver logistisk vækst. Det er en nyttig lille øvelse at overbevise sig om dette, men det overlades til den interesserede læser at gøre.

**Figur 2: Nettotilvæksten af fisk (*G*) som funktion af bestanden (*S*)**



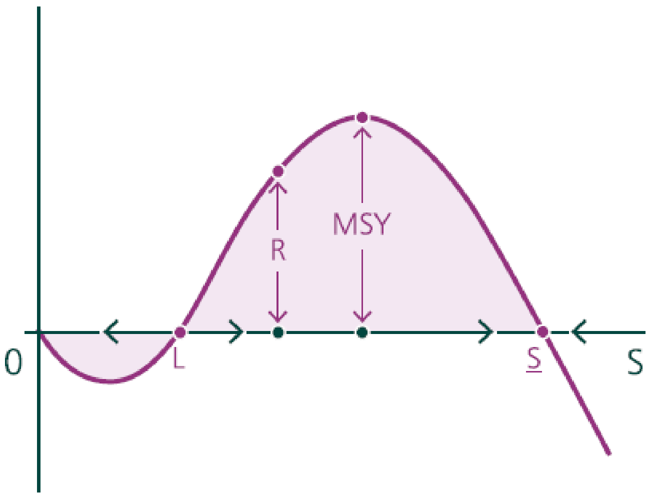

*Kilde: The Economics of Biodiversity: The Dasgupta Review s. 56*

Man kan udvide dette eksempel ved at antage, at ligesom der er en øvre grænse for fiskebestandens størrelse, findes der også en nedre grænse. Tanken bag dette er, at hvis fiskebestanden falder under en vis størrelse, så vil arten uddø, og andre fisk eller andre dyr overtage søen. Det er illustreret i figur 3 herunder, hvor *L* angiver denne mindste bestand, som vil kunne overleve. Bemærk, at $\underline{S}$ nu indikerer den størst mulige bestand. Med en sådan mindstebestand defineret, modelleres nettotilvæksten eller biosystemets regenerative rate, *G*, i rapporten ved følgende udtryk:

$$G(S) = rS\left(1 - \frac{S}{\underline{S}}\right)\left(\frac{S-L}{\underline{S}}\right)$$

Bemærk, at der i figur 3 er indikeret en mulig og bæredygtig værdi af brugen af naturressourcer i produktionen (*R*). I det konkrete eksempel skal dette altså forstås som et niveau af fiskefangst, som vil tillade fiskebestanden at overleve. Det antages, at den samlede biosfæres regenerative rate kan modelleres med samme udtryk for $G(S)$ som i eksemplet med fiskebestanden herover. *Se opgave 1*.

**Figur 3: Nettotilvæksten af fisk (*G*) som funktion af bestanden (*S*) med mindstebestand**



*Kilde: The Economics of Biodiversity: The Dasgupta Review s. 88*

Den globale produktion, *Y*, og biosfæren, *S*, er koblede: dels fordi vi bruger af biosfæren, når vi producerer, og dels fordi vores affaldsstoffer fra produktionen formindsker biosfæren. *X* angiver mængden af biosfære brugt i produktionen, hvorfor $X = X(Y)$, og *Z* indikerer det negative aftryk på biosfæren som den globale produktion forårsager $Z = Z(Y)$. Det antages, at sammenhængen mellem den globale produktion og hhv. forbruget af biosfære i produktionen samt det negative biosfæriske fodaftryk, som produktionen forårsager kan beskrives ved følgende sammenhænge

$$X = \frac{Y}{\alpha_x}$$

$$Z = \frac{Y}{\alpha_z}$$

Hvor $\alpha_x$ beskriver hvor effektiv den globale produktion er ift. at omdanne biosfæren til goder og services og $\alpha_z$ beskriver hvor meget den globale produktion påvirker biosfæren. Denne parameter kan påvirkes ved fx at rense spildevand, øge genanvendelsesrater mm. Derfor antages det, at $\alpha_z = \alpha_z(A)$, sådan at øget global viden også bidrager til at mindske det biosfæriske fodaftryk. Det antages dog også, at der er en øvre grænse for $\alpha_z$, som vi kalder $\alpha^*$, altså $\alpha \leq \alpha^*$, således der altid vil være et aftryk på biosfæren af vores produktion. *Se opgave 2*.

I stedet for at betragte de to forskellige effektivitetsvariable $\alpha_x$ og $\alpha_z$, så defineres en samlet effektivitetsvariabel $\alpha = \frac{\alpha_x \alpha_z}{\alpha_x + \alpha_z}$, sådan at økonomiens samlede indvirkning (*I*) på biosfæren kan skrives som

$$I = \frac{Y}{\alpha_x} + \frac{Y}{\alpha_z} := \frac{Y}{\alpha}$$

*Se opgave 3 og 4.* Denne indvirkning stammer altså dels fra direkte brug af naturressourcer i produktionen af varer og services, $\frac{Y}{\alpha_x}$ eller *R*, men også fra de affaldsstoffer og andre afledte effekter, som den globale produktion har på biosfæren, $\frac{Y}{\alpha_z}$. Man kan derfor tale om en ulig indvirkning eller ikke bæredygtig produktion, hvis

$$\frac{Y}{\alpha} > G(S)$$

fordi den globale produktions aftryk på biosfæren da overstiger biosfærens evne til at regenerere. Bæredygtig produktion skal derfor opfylde uligheden,

$$\frac{Y}{\alpha} = \frac{Y}{\alpha_x} + \frac{Y}{\alpha_z} \leq G(S).$$

Ændringen i biosfæren til tiden *t* kan opstilles som en differentialligning, hvor

$$\frac{dS}{dt} = G(S) - \frac{Y}{\alpha_x} - \frac{Y}{\alpha_z} = G(S) - \frac{Y}{\alpha}$$

Og med udtrykket for biosfærens regenerative rate indsat:

$$\frac{dS}{dt} = rS\left(1 - \frac{S}{\underline{S}}\right)\left(\frac{S - L}{\underline{S}}\right) - \frac{Y}{\alpha}$$

*Se opgave 5, 6 og 7*

# Opgaver:

**Opgave 1:** Biosfærens regenereringsrate $G$, som funktion af biosfærens størrelse $S$, er som skrevet givet ved

$$G(S) = rS\left(1 - \frac{S}{\underline{S}}\right)\left(\frac{S - L}{\underline{S}}\right),$$

hvor $r, L, \underline{S} > 0$ er konstanter med $L < \underline{S}$, og hvor det desuden gælder, at biosfærens størrelse ikke kan være negativ, altså $S \geq 0$.

a) Forklar, at dette er et 3. gradspolynomium i $S$.
b) Vis, at polynomiet har tre rødder: $0, L$ og $\underline{S}$.
   *Hint:* nulreglen.
c) Brug din viden om grafer for tredjegradspolynomier til at skitsere grafen for $G$, overvej i den forbindelse om $G$ er positiv eller negativ i intervallerne $]0; L[, ]L, \underline{S}[$ og $]\underline{S}, \infty[$.

At $G$ er regenereringsraten for biosfæren betyder, at det er den hastighed, hvormed biosfæren genopbygger sig selv. Vi antager nu, at biosfæren ikke påvirkes af andre udefrakommende faktorer. Ved et fixpunkt for $G$ forstås en værdi af biosfærens størrelse, hvor den ikke ændrer sig.

d) Vis, med hjælp af din grafskitse fra c), at $S = L$ er et frastødende fixpunkt, mens $S = 0$ og $S = \underline{S}$ er tiltrækkende fixpunkter og forklar, hvad det betyder.

**Opgave 2:** Husk, at $\alpha^*$ er en øvre grænse for $\alpha_z$. Dette betyder, at vi *ikke* via teknologiske fremskridt kan sikre en ubegrænset stor effektivitet i forhold til at forhindre den globale produktionen i at påvirke biosfæren negativt (fx via spildevandsrensning, genanvendelse osv.). Uligheden $\alpha_z \leq \alpha^*$ fastsætter altså en grænse for denne effektivitet.

a) Redegør for, at hvis $\alpha_z \leq \alpha^*$, så er $Z = \frac{Y}{\alpha_z} \geq \frac{Y}{\alpha^*}$.
b) Konkludér på den baggrund, at den eneste mulighed for, at $Z \to 0$ derfor er, hvis $Y \to 0$. Forklar, at dette, hverken er realistisk eller ønskeligt.
c) Forklar, at dette kan fortolkes som at den globale produktion $Y$ altid vil forårsage et negativt aftryk på biosfæren.

**Opgave 3:** Vis, at hvis vi definerer

$$\alpha = \frac{\alpha_x \alpha_z}{\alpha_x + \alpha_z},$$

så er

$$\frac{Y}{\alpha_x} + \frac{Y}{\alpha_z} = \frac{Y}{\alpha}$$

*Hint:* Sæt venstresiden på fælles brøkstreg.

**Opgave 4:** Lad $f(x,y) = \frac{x \cdot y}{x+y}$ være en funktion af to variable, hvor vi kræver, at både $x > 0$ og $y > 0$.

a) Forklar, at funktionen $f$ repræsenterer den nævnte variabelsammenhæng:

$$\alpha = \frac{\alpha_x \alpha_z}{\alpha_x + \alpha_z}.$$

b) Tegn grafen for $f$ i et passende grafvindue i dit CAS-program (fx $[0; 15] \times [0; 15] \times [0; 10]$).

c) Undersøg niveaukurverne for $f$, og forklar, hvad de viser om sammenhængen mellem $\alpha, \alpha_x$ og $\alpha_z$.

d) Undersøg snitfunktionerne for $f$. Brug snitfunktionerne til at argumentere for, at påstanden

*Hvis enten $\alpha_x$ eller $\alpha_z$ er konstant, så er $\alpha$ opadtil begrænset af den konstante variabels værdi.*

er korrekt.

e) Redegør på baggrund af d) for, at hvis $\alpha_z \leq \alpha^*$, så må $\alpha \leq \alpha^*$.

f) Giv en samfundsfaglig fortolkning af resultaterne i d) og e).

**Opgave 5:** Redegør for, at når $G(S)$ er biosfærens regenerative rate, og $\frac{Y}{\alpha}$ er økonomiens samlede indvirkning på (forbrug af) biosfæren, så vil den hastighed, hvormed biosfæren ændrer sig være givet ved differentialligningen:

$$\frac{dS}{dt} = G(S) - \frac{Y}{\alpha}$$

**Opgave 6:** Vi fortsætter med at studere differentialligningen fra forrige opgave, som beskriver ændringen i biosfæren $S$:

$$\frac{dS}{dt} = G(S) - \frac{Y}{\alpha}$$

Vi ønsker at undersøge konsekvenserne af, hvis det er muligt, at den globale produktion, $Y(t)$, kan blive ved med at vokse ubegrænset. Som vi har set, så regenererer biosfæren, men hvis forbruget af biosfæren $\frac{Y(t)}{\alpha}$ er større end regenereringsraten $G(S)$, altså $\frac{Y}{\alpha} > G(S)$, så vil der effektivt ske et svind i $S$. Hvis $S$ går mod nul, altså hvis biosfæren forsvinder, så vil økonomien kollapse, da økonomien er indlejret i biosfæren jf. produktionsfunktionen. Dette er ikke en ønskværdig situation.

a) Vis, ud fra differentialligningen, at hvis $\frac{Y}{\alpha} > G(S)$, så vil $S$ være aftagende.

b) Forklar, at man ikke alene ud fra en viden om, at $S$ er aftagende kan konkludere, at $S$ går mod 0.

Vi antager nu, at $Y$, den globale produktion, kan vokse ubegrænset. Vi kan i princippet ikke vide om $\alpha$ vil vokse lige så meget og lige så hurtigt, som $Y$. Hvis det er tilfældet, kan vi antage, at $\frac{Y(t)}{\alpha}$ er konstant – så det antager vi derfor.

c) Sæt for nemheds skyld[3] $r = 0{,}5, L = 2, \underline{S} = 10$ og $\frac{Y}{\alpha} = 0{,}1$. Tegn et hældningsfelt med dit CAS-værktøj, og undersøg i hvilke situationer (dvs. for hvilke startværdier af $S$) biosfæren $S$ går mod nul (forsvinder med tiden) og for hvilke biosfæren kan opretholde sig selv.

d) Lav samme undersøgelse, nu bare med $\frac{Y}{\alpha} = 0{,}5$ og $\frac{Y}{\alpha} = 0{,}6$. Fortolk resultaterne af dine undersøgelser.

e) (Udfordring) Definér funktionen $f(x) = 0{,}5 \cdot x \cdot \left(1 - \frac{x}{10}\right)\left(\frac{x-2}{10}\right)$ for $x \geq 0$. Bestem maksimumsværdien for $f$ og bestem løsningerne til ligningen $f(x) = 0{,}1$ med dit CAS-værktøj. Og her er så udfordringen: fortolk resultaterne i forhold til undersøgelsen i de forrige opgaver.

**Opgave 7:** Vi antager stadig at $Y(t)$ kan vokse ubegrænset. Og vi betragter stadig differentialligningen for biosfæren

$$\frac{dS}{dt} = G(S) - \frac{Y}{\alpha}$$

Der mindes om (fra opgave 4 – og hvis du ikke har løst denne, så må du bare bruge det følgende), at

$$\alpha = \frac{\alpha_x \alpha_z}{\alpha_x + \alpha_z}$$

og at $\alpha$ er opadtil begrænset af en bestemt værdi $\alpha^*$.

a) Redegør for, at hvis $Y$ vokser ubegrænset, og $G$ er begrænset, så vil $\frac{dS}{dt}$ gå mod minus uendelig.

b) Redegør for at dette betyder, at biosfæren forsvinder, og at økonomien dermed kollapser.

c) Giv en fortolkning af resultatet, hvor du inddrager konsekvensen af ubegrænset global produktion.

d) (frivillig) Visualisér dine resultater med hældningsfelter og indtegnede løsningskurver.

[3] Disse værdier har som udgangspunkt ikke noget med virkeligheden at gøre, men det er meget lettere at undersøge modellen, hvis vi ser på konkrete tal, fremfor i den generelle opsætning (med bogstaver).