

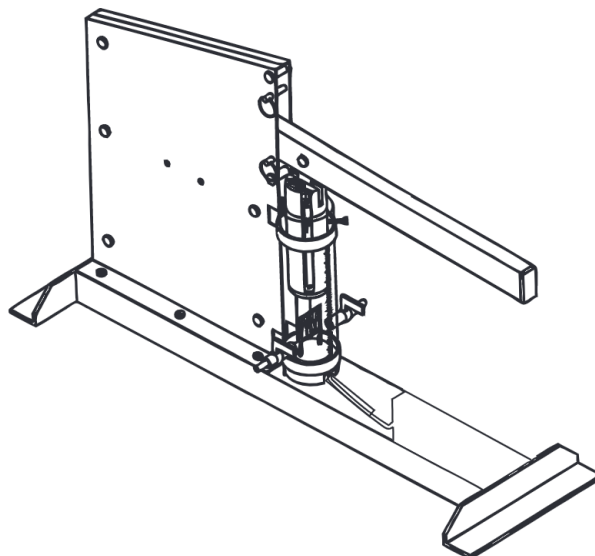
---

## Ideale gasser

---

FKF - Institut for Fysik, Kemi og Farmaci

16. september 2021



## Forord

Velkommen til FysikLabs laboratorieøvelser.

I FysikLab har I mulighed for at udføre aktiviteter og forsøg, som supplerer og perspektiverer materialet fra jeres egen undervisning. Her lærer I, hvordan matematikken kan anvendes til at bygge og analysere modeller, der beskriver fysiske fænomener. I lærer også hvordan man udfører eksperimenter og analyserer resultaterne.

Vi anbefaler at I tager jer tid til at lege med opstillingerne, og at I selv prøver jer frem til at finde løsningerne til de stillede opgaver. Af erfaring ved vi at man opnår både overraskende og interessante resultater, hvis man ikke altid følger bogen. Så I opfordres til at stille jeres egne hypoteser op og afprøve dem. Det er i øvrigt også den mest naturlige måde at forstå fysik på!

## Laboratorieplads

Alle arbejdspladser er udstyret med en Microsoft Windows PC, som har officepakken installeret. Da bordpladsen i laboratoriet er begrænset, kan I desværre ikke bruge egne laptops. Bemærk at der er særlige programmer installeret på PC'erne, der kommunikerer med den eksperimentelle opstilling. Bemærk også at denne software kan gemme data i filformater, som måske ikke kan åbnes på jeres computere derhjemme, så vælg det rigtige format når I gemmer data på et medbragt USB-stik.

## Sikkerhed

I laboratoriet gælder de almindelige arbejdsmiljøregler, som man skal orientere sig om på instituttets hjemmeside, før man møder op til laboratorieøvelserne: [https://www.sdu.dk/da/om\\_sdu/institutter\\_centre/fysik\\_kemi\\_og\\_farmaci/arbejdsmiljo](https://www.sdu.dk/da/om_sdu/institutter_centre/fysik_kemi_og_farmaci/arbejdsmiljo).

Alt udstyr er gennemprøvet og lever så vidt som overhovedet muligt op til de gældende sikkerhedsstandarder. Det er den studerendes pligt at gøre personalet opmærksom på eventuelle fejl og mangler ved udstyr, som kan bringe en selv eller andre personer i fare. Ligeledes skal man altid arbejde med omhu og omtanke på en sådan måde, at man ikke udgør en fare for de andre.

Mad- og drikkevarer er ikke tilladt i laboratoriet.

# Indhold

<b>1</b>	<b>Introduktion</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Teori</b>	<b>3</b>
2.1	Idealgas-loven . . . . .	3
2.2	Isoterm process . . . . .	4
2.3	Isobar process . . . . .	4
2.4	Isochor process . . . . .	5
2.5	Adiabatisk process . . . . .	5
2.6	Varmekapaciteten og adiabat-konstanten af en ideal gas . . . . .	6
2.7	Arbejde udført på en gas . . . . .	8
2.8	Varmemaskiner Diverse omskriving . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Teori-opgaver</b>	<b>10</b>
3.1	Opgave 1 - Den Isoterme process . . . . .	10
3.2	Opgave 2 - Den Isobare Process . . . . .	10
3.3	Opgave 3 - Den Isochore process . . . . .	10
3.4	Opgave 4 - Den Adiabatiske process . . . . .	11
3.5	Opgave 5 - Frihedsgrader . . . . .	11
3.6	Opgave 6 - Den Adiabatiske process . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Vejledning til forsøg</b>	<b>11</b>
4.1	Forsøg 1 - Den Isoterme Process . . . . .	11
4.2	Forsøg 2 - Den adiabatiske process . . . . .	12
4.3	Forsøg 3 - Otto Cyklussen . . . . .	12
<b>5</b>	<b>Hvad har vi lært?</b>	<b>13</b>

# 1 Introduktion

Denne vejledning er udviklet af FysikLab på SDU med henblik på gymnasieelever, som skal beskæftige sig med øvelser i termodynamik. I både teorien og forsøgene beskrevet her er der taget udgangspunkt i noget af det stof, der bliver undervist i på første-året på fysik og fysik og teknologi uddannelserne. Der ligger en del matematik til grund for de ligninger, der arbejdes med, men forståelsen af disse er ikke nødvendig for at udføre øvelserne. Til de videbegærlige kan det siges, at ligningerne er en del af pensum på fysikuddannelsen, og vi glæder os til at se jer på SDU, hvor I kan få stillet spørgetrangen.

## 2 Teori

Følgende afsnit indeholder den teori, der er nødvendig for at forstå forsøgene. For at få mest muligt ud af den tid I har i laboratoriet, er det vigtigt at I har læst og forstået dette på forhånd. Der sluttet af med nogle opgaver, som sikrer, at I har forstået teorien. Gennemgå den gerne sammen med en anden og diskuter, hvad det er, der står.

### 2.1 Idealgas-loven

En ideal gas kendetegnes ved to antagelser:

1. Partiklene er punktpartikler, altså uendelig små.
2. Der er ingen vekselvirkninger mellem partikler (elektrisk tiltrækning/frastødning, kollisioner etc.).

Det er klart, at disse antagelser ikke passer for nogen reelle gasser, men antagelsene er faktisk rimelige gode i flere tilfælde, fx når man beskriver rene gasser som diatomisk nitrogen  $N_2$  eller Argon  $Ar$ , eller luft ved "Standard Temperature and Pressure".

De to nævnte antagelser fører til en matematisk beskrivelse der er meget mere simpel end sine alternativer, nemlig *idealgas-loven*:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \quad (2.1)$$

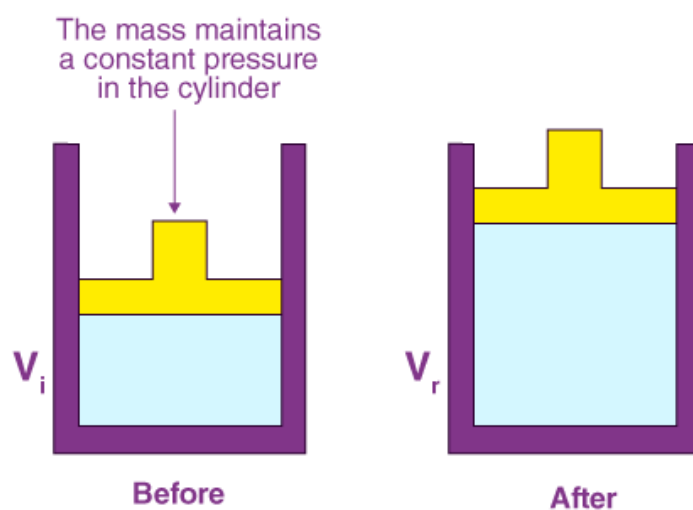
Her er  $P$  trykket,  $V$  volumen,  $n$  stofmængden i mol,  $R$  er gas-konstanten og  $T$  er temperaturen i kelvin.

## 2.2 Isoterm process

En isoterm process er en process, hvor **temperaturen er konstant**. For at huske dette, kan man huske at "Iso" kommer fra det græske ord for samme, og at "term" kommer fra det græske ord for varme. Det er svært at få noget til at ske uden at temperaturen ændrer sig overhovedet. Men når temperaturændringerne er små nok, kan vi lade som, eller approksimere, at processen foregår isotermt. Hvis man kun laver små temperaturændringer, og ikke slipper gas ind eller ud, så er mængden af gas  $n$  og temperaturen  $T$  fra ligning 2.1 konstant. Man kan da se at trykket  $P$  ganget med volumen  $V$  er konstant, selv om  $P$  og  $V$  ændrer sig. På den måde kan man måle tryk ved at måle volumen, og vice versa. Evnen til at måle en fysisk størrelse ved faktisk at måle en anden er utrolig nyttig, og er en af fysikkens største gaver til samfundet. Opgaven om den isoterme process finder I under sektion 3.1.

## 2.3 Isobar process

I en isobar process er **trykket konstant**. For at huske dette, kan man huske at "bar" er en enhed for tryk, så "isobar" kan næsten læses som "samme tryk". Da SI-enheden for tryk er pascal, og pascal er defineret som newton per kvadratmeter, kan man lave en isobar process ved at belaste væggen i et gas-kammer med en konstant kraft. Man kunne fx have et bevægelig stempel som låg i et gaskammer, og lægge en vægt oveni, sådan at tyngdekraften skaber et konstant tryk (Se figur 1).



**Figur 1:** Eksempel på setup for en isobar process.

Hvis vi kigger på ligning 2.1 igen, og vi kender trykket  $P$  og stofmængden  $n$  som konstant, så er der en bestemt relation mellem  $V$  og  $T$ . Dette gennemgås i opgaven i sektion 3.2. Den isobare process er en hjørnesten i termodynamikken, så selvom I ikke kommer til at lave denne eksperimentelt, er den vigtig for forståelsen af principperne i termodynamikken.

## 2.4 Isochor process

I en isochor process er **volumen konstant**. Det kan man opnå ved at lave et gaskammer hvor væggene ikke kan bevæge sig. Ved at fastholde en konstant mængde gas i en beholder og holde volumenet konstant, vil trykket og temperaturen ændre sig under en bestemt sammenhæng. Denne sammenhæng kan udledes af idealgas ligningen - se sektion 3.3. En process som denne kan for eksempel optræde i en benzin-motor, som følger en såkaldt Otto-cyklus, hvilken I kommer til at lave i laboratoriet. Denne cyklus opnås ved først at udføre en adiabatisk process (se sektion 2.5), hvor volumenet og trykket ændres, uden at temperaturen ændres. Den efterfølgende process i cyklussen vil således blive en isochor, hvori temperaturen og trykket udlignes.

## 2.5 Adiabatisk process

Under en adiabatisk process er der **ingen udveksling af varme** mellem gassen og omgivelserne. Varmeudveksling kan ikke ske øjeblikkeligt. To materialer med forskellig temperatur er dermed nødt til at være i kontakt over noget tid for at varmeudveksling kan finde sted. Det vil sige, at hvis processen sker hurtigt nok, kan den regnes som adiabatisk. I denne type process forefindes følgende relation mellem tryk  $P$  og volumenet  $V$ :

$$PV^\gamma = \textit{konstant} \quad (2.2)$$

hvor  $\gamma$  kaldes for *adiabat-konstanten*, og defineres lige om lidt i ligning 2.8. Udledningen af ligning 2.2 kræver viden om partielle differentialer, og I må derfor vente med at se den, til I kommer her ud og læser videre.

Man kan bruge idealgas-ligningen til at omskrive ligning 2.2 til de følgende alternative

former:

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \textit{konstant} \quad (2.3)$$

$$p^{1-\gamma} \cdot T^{\gamma} = \textit{konstant} \quad (2.4)$$

Disse alternative former skal ikke bruges i databehandlingen, men I kan selv udlede dem i en af opgavene.

## 2.6 Varmekapaciteten og adiabat-konstanten af en ideal gas

Varmekapaciteten  $C$  beskriver, hvor meget varme-energi der skal tilføjes et system, for at temperaturen ændrer sig én grad (Celcius når man bruger SI-enheder). Man kan finde varmekapaciteten  $C$  ved at tilføje varme-energi  $Q$ , måle temperatur-ændringen  $\Delta T$ , og udregne forholdet imellem de to størrelser:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (2.5)$$

Der er forskel på, om varme tilføjes under konstant tryk eller volumen, og dette vises ofte med et lille index  $V$  eller  $P$ :

$$C_V = \left( \frac{Q}{\Delta T} \right)_V, \quad C_P = \left( \frac{Q}{\Delta T} \right)_P \quad (2.6)$$

Der gælder at  $C_P > C_V$ . Fra en af termodynamikkens mest grundlæggende begreber (kaldet hovedsætninger), nærmere betegnet den første hovedsætning, kan man vise at:

$$C_P = C_V + nR \quad (2.7)$$

Forholdet mellem  $C_P$  og  $C_V$  viser sig at være brugbart i beskrivelsen af en adiabatisk process, som I har set i ligning 2.2. Man definerer derfor *adiabat-konstanten*  $\gamma$ :

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} \quad (2.8)$$

Vi skal nu finde adiabat-konstanten  $\gamma$  udtrykt ved kun antal frihedsgrader  $f$ . Vi starter med at opskrive den siste ligning vi har brug for, nemlig den der giver  $C_V$  for en ideal gas, ud fra antal frihedsgrader  $f$ , stofmængde  $n$  og gas-konstanten  $R$ :

$$C_V = \frac{f}{2}nR \quad (2.9)$$

Ved at indsætte ligning 2.7 i ligning 2.8, og derefter erstatte  $C_V$  ved hjælp af ligning 2.9, får man:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{C_V + nR}{C_V} \quad (2.10)$$

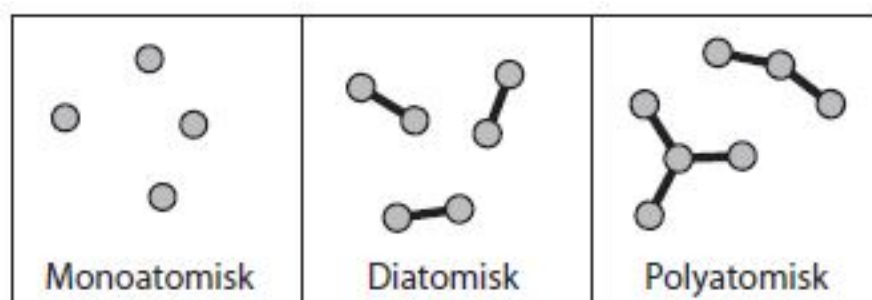
$$= \frac{\frac{f}{2}nR + nR}{\frac{f}{2}nR} = \frac{\frac{f}{2} + 1}{\frac{f}{2}} \quad (2.11)$$

$$= \frac{f + 2}{f} \quad (2.12)$$

$$\gamma = 1 + \frac{2}{f} \quad (2.13)$$

Det er altså nemt at bestemme  $\gamma$  for en ideal gas, hvis man kender antallet af frihedsgrader  $f$ . Men hvad er en frihedsgrad?

Antal frihedsgrader er et udtryk for antallet af forskellige måder et systemet kan gemme bevægelses-energi på. Man deler ofte gasser op i 3 forskellige kategorier: Monoatomisk, Diatomisk og Polyatomisk, som illustreret i figur 2.



**Figur 2:** De tre overordnede kategorier af molekyler der er relevante for antal frihedsgrader.

En monoatomisk gas består af enkelte atomer, som kun kan have bevægelses-energi i de 3 rumlige dimensioner, hvilket medfører at  $f = 3$ . En diatomisk gas kan også have rotationel bevægelses-energi i 2 dimensioner, som giver anledning til 2 nye frihedsgrader,  $f = 3 + 2 = 5$ . Grunden til at det kun er 2 rotationelle frihedsgrader, er fordi rotation omkring akse der forbinder de 2 atomer, ikke rigtig kan gemme rotationel bevægelses-energi. I en polyatomisk gas, altså en gas hvor hvert molekyle består af flere atomer, kan også denne sidste rotations-akse gemme bevægelses-energi, hvilket giver  $f = 6$  for 3 bevægelses-retninger og 3 rotations-retninger.



## 2.7 Arbejde udført på en gas

Arbejdet  $W$  udført på en ideal gas kan findes ved at integrere trykket  $P$  fra start-volumen  $V_1$  til slut-volumen  $V_2$ :

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV \quad (2.14)$$

For at forstå hvorfor kan man kigge på enheder. Enheden for trykket  $P$  er pascal, som er lig med newton/kvadratmeter. Når man integrerer  $P$  med hensyn til  $V$ , medfører det at den resulterende størrelse har enhed til  $P$ , ganget enheden til  $V$ . Det giver

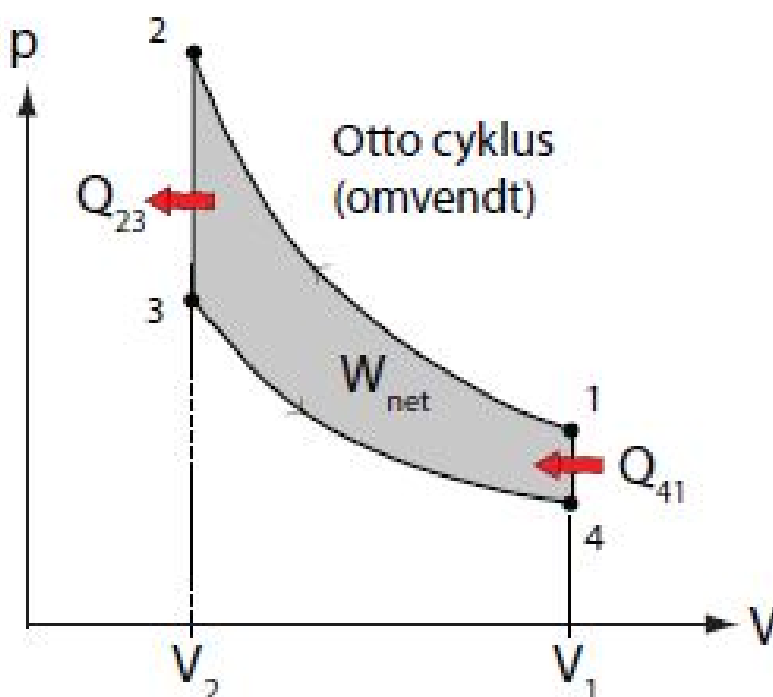
$$\underbrace{\frac{\text{newton}}{\text{meter}^2}}_{\text{tryk}} \cdot \underbrace{\text{meter}^3}_{\text{volumen}} = \underbrace{\text{newton} \cdot \text{meter}}_{\text{arbejde}}.$$

For at benytte ligning 2.14 skal man kende en såkaldt tilstandsligning. Idealgasligningen er netop sådan én, og ved indsætning og udførelse af integrationen kan følgende udtryk for arbejdet i henholdsvis en isoterm og en adiabat bestemmes:

$$W_{isoterm} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (2.15)$$

$$W_{adiabat} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1 - \gamma} \quad (2.16)$$

## 2.8 Varmemaskiner Diverse omskriving



**Figur 3:** Illustration af en Otto cyklus. Processerne forløber fra  $1 \rightarrow 4$  i rækkefølgen: *Adiabat*  $\rightarrow$  *Isochor*  $\rightarrow$  *Adiabat*  $\rightarrow$  *Isochor*

I laboratoriet skal I udføre en såkaldt Otto cyklus, som er en model for en forbrændingsmotor. Den er vist i et PV-diagram i figur 3, og består af 4 delprocesser der tar os imellem punkterne:

$1 \rightarrow 2$  Adiabatisk (ingen varmeoverførsel) kompression af gassen. Arbejde  $W_{12}$

$2 \rightarrow 3$  Isochor (konstant volumen) afkøling med varmemængde  $Q_{23}$

$3 \rightarrow 4$  Adiabatisk ekspansion. Arbejde  $W_{34}$

$4 \rightarrow 1$  Isochor opvarmning med varme-energi  $Q_{41}$

En termodynamisk cyklus som denne, er oftest karakteriseret ved dens effektivitet, som er udtrykt ved det græske bogstav  $\eta$ . Ved at undersøge de 4 delprocesser separat kan man opnå et udtryk for effektiviteten  $\eta$ , som er et udtryk for, hvor godt en Otto-maskine

kan omsætte varme til arbejde.

$$\eta = \frac{W_{net}}{W_{12}} \quad (2.17)$$

Her er  $W_{net}$  nettoarbejdet i processen og  $W_{12}$  er arbejde fra process 1 $\rightarrow$ 2. Ved at bestemme disse (arealet under kurven) kan I finde effektiviteten.

### 3 Teori-opgaver

Følgende opgaver er lavet for at sikre, at I har en grundlæggende forståelse af, hvad I skal ind og lave i laboratoriet, så I får mest muligt ud af tiden.

Det anbefales, at I laver opgaverne på papir, da vi som fysikere oftest arbejder sådan. Vi laver analytiske udregninger (løsning af ligninger med symboler) og tegner skitser over de systemer, vi arbejder med. Det er derfor en god øvelse, at kunne tegne nogle ganske simple grafer i hånden og navngive dem, så I ved hvad, der er hvad.

Hint: Benyt farver, stiplede linjer, osv. for let at kende forskel.

#### 3.1 Opgave 1 - Den Isoterme process

Se på højre og venstre side af idealgas ligningen (2.1), og antag at stofmængden  $n$  er konstant. Hvad skal trykket og volumen opfylde i tilfældet, hvor en gas undergår en isotherm process?

Med andre ord; hvordan vil et PV-Diagram (tryk afbilledet som funktion af volumen) se ud i en isotherm process.

Tegn en skitse af grafen.

#### 3.2 Opgave 2 - Den Isobare Process

Se igen på idealgas ligningen (2.1). Beskriv ud fra kendetegnene ved den isobare process, hvordan sammenhængen mellem  $V$  og  $T$  er. Skitsér en graf af  $V$  som funktion af  $T$ .

#### 3.3 Opgave 3 - Den Isochore process

Vi omtaler nu en isochor process, hvilket betyder at volumet  $V$  er konstant. Lav ud fra idealgas loven (ligning 2.1) en formel, der beskriver trykket som funktion af temperaturen. Skitser PV-diagramet ( $P$  som funktion af  $V$ ).

Hvordan ser processen ud i dit PV-diagram? Når temperaturen stiger? Hvad når temperaturen falder?

### 3.4 Opgave 4 - Den Adiabatiske process

Den adiabatiske process ligner lidt en isoterm, så løs opgave 1 først. Find i teori afsnittet forskellen mellem de to i et PV digram. Tegn en skitse af en adiabat og en isoterm i et PV-diagram.

Hvis værdien for  $\gamma$  bliver større, hvad gør det så ved formen på grafen? Tegn endnu en skitse oven i de to andre, hvor værdien for  $\gamma$  er højere - husk at markere hvilke graf, der er hvilken.

### 3.5 Opgave 5 - Frihedsgrader

I laboratoriet skal I arbejde med en monoatomar gas (Argon), en diatomar gas ( $N_2$ ) og en polyatomar gas  $CO_2$ . Beregn en teoretisk værdi for  $\gamma$  for de tre gasser:

$$f(Ar) = 3 \quad f(N_2) = 5 \quad f(CO_2) = 6$$

### 3.6 Opgave 6 - Den Adiabatiske process

Udled udtrykkene givet i ligning 2.3 og 2.4 ved hjælp af idealgas ligningen, samt ligningen der gælder for adiabatiske processer.

Denne opgave kan med fordel løses sidst, da den har mindre relevans end nogle af de følgende.

## 4 Vejledning til forsøg

### 4.1 Forsøg 1 - Den Isoterme Process

Som I har arbejdet med i tidligere opgaver samt læst i teorien, er denne process kendt ved, at temperaturen er konstant. I har i opstillingen en Adiabatic Gas Law Apparatus (AGLA, som vist i figuren på forsiden), som indeholder  $Ar$ ,  $N_2$  eller  $CO_2$  på gas-form. I skal nu udføre en isoterm process ved at trække i håndtaget. For at holde temperaturen konstant, er det vigtig at udføre processen langsomt, for at gassen kontinuerligt får tid til at temperaturudligne med sine omgivelser.

Se på hvordan de forskellige størrelser som tryk, volumen og temperatur, ændrer sig over tid. Ligner jeres målinger det I vil forvente, for en isoterm process?

## 4.2 Forsøg 2 - Den adiabatiske process

*Her er det vigtigt, at I gør følgende. Noter hvilken gas I arbejder med. Udfør en adiabat som beskrevet nedenfor. Udfør derefter forsøg 3 med SAMME gas. Husk at gemme capstone-filen I arbejder i med jævne mellemrum - den ene capstone-fil indeholder alle jeres "runs", eller dataset. Giv jeres dataset navne der gør det tydeligt hvilken process I har lavet for at producere dataene. Når I har gjort det for en gas, går I tilbage og gentager processen for en anden gas. Gør dette for alle 3 gasser (medmindre jeres lærer og/eller instruktør har sagt noget andet).*

For at udføre en adiabatisk process er det, som forklaret i teori afsnittet sektion 2.5, vigtigt, at processen forløber hurtigt. Ved at udføre en hurtig kompression (reducering af volumen) og studere PV-diagrammet, er det muligt at undersøge adiabat-konstanten  $\gamma$  for en given gas. Ved at beregne logaritmen til P og V, kan  $\gamma$  bestemmes ud fra hældningen. Dette kan gøres i Pasco ved at benytte værktøjet "Calculator". I skal beregne  $\ln(P)$  og  $\ln(V)$  og plotte disse mod hinanden. Ud fra den graf kan I finde hældningen. Brug  $PV^\gamma$  og logaritme regneregler for at finde  $\gamma$ . Spørg de fysikstuderende, der er i laboratoriet med jer, hvis I er i tvivl om hvordan. Noter værdien for  $\gamma$  ned. Sammenlign med den teoretiske værdi.

## 4.3 Forsøg 3 - Otto Cyklussen

En Otto cyklus er en kombination af forskellige af de ovenstående processer. Cyklussen består af en adiabat efterfulgt af en isochor, endnu en adiabat og til sidst en isochor. Man ender med en lukket kurve i et PV-diagram.

For at udføre en Otto-cyklus, gør følgende:

1. Skub håndtaget helt op, og hold det der indtil systemet er i ligevægt (konstant tryk, volumen, temperatur) .
2. Tryk stemplet hurtig i bund for at få systemet til at gennemgå en adiabat process.

3. Hold håndtaget nede indtil trykket er konstant. Systemet undergår dermed en isochor process (konstant volumen).
4. Løft håndtaget hurtig til top for at få systemet til at gennemgå en ”omvendt” adiabat.
5. Hold håndtaget oppe indtil systemet igen er i ligevægt. Systemet undergår nu den sidste isochore process.

I kan nu finde effektiviteten af den udførte Otto cyklus ved at regne  $W_{net}$  og  $W_{12}$ . Disse kan let findes ved brug af Pascos integrations-funktion.

## 5 Hvad har vi lært?

Efter endt gennemgang af teori, forsøg samt databehandling så skulle du gerne kunne nikke genkendende til følgende udsagn:

- Teorien bag de forskellige processer - konstante og variable størrelser samt deres udformning i forskellige vigtige diagrammer, oftest PV-diagrammer:
  1. Isoterm
  2. Isobar
  3. Isochor
  4. Adiabat
- Blevet bekendt med nogle af udfordringerne ved at udføre de forskellige processer eksperimentelt.
- Udførelse og anvendelse af en Otto-cyklus.
- Forskellene i adiabater afhængig af gassens molekylres struktur (monoatomisk, diatomisk og polyatomisk).