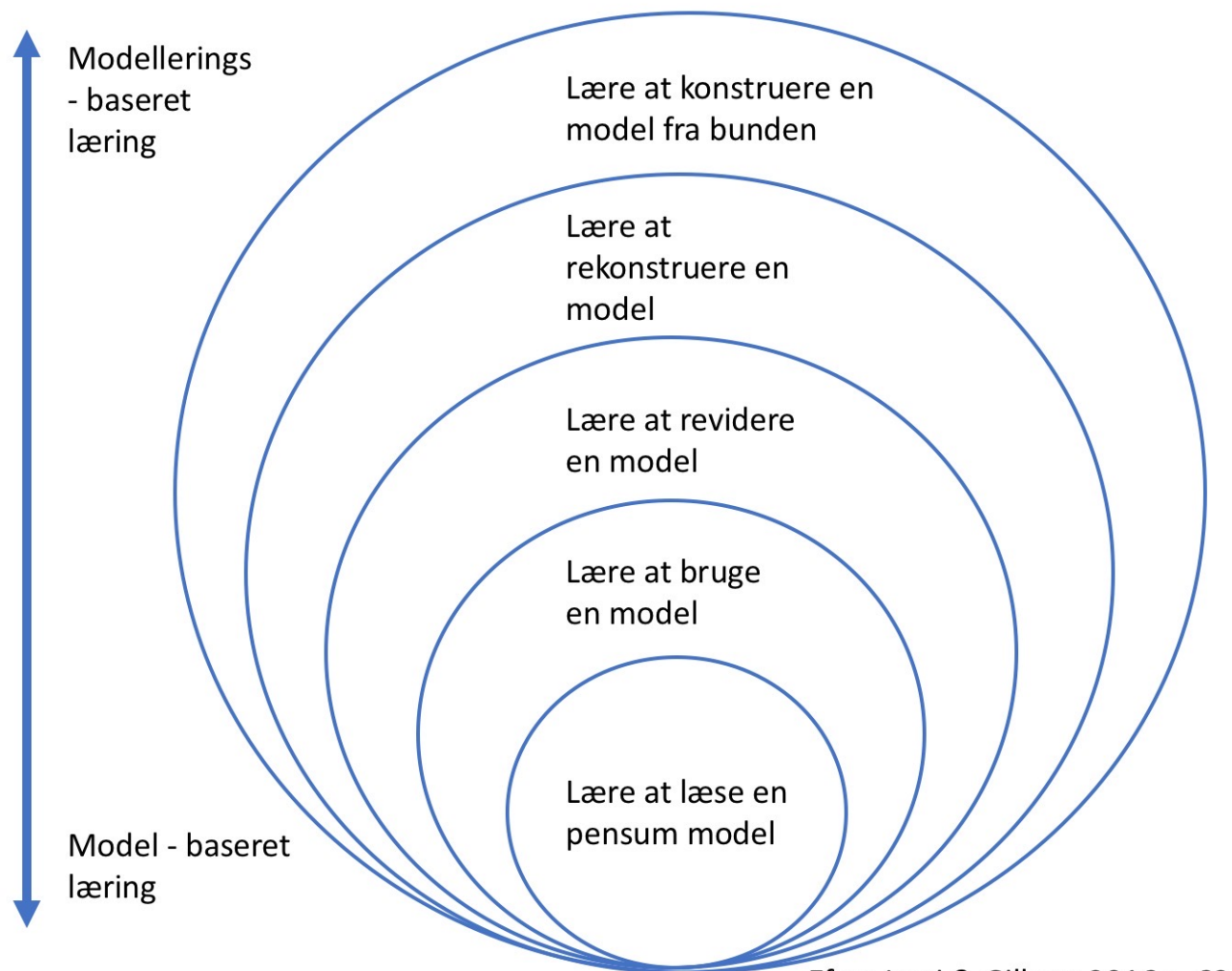
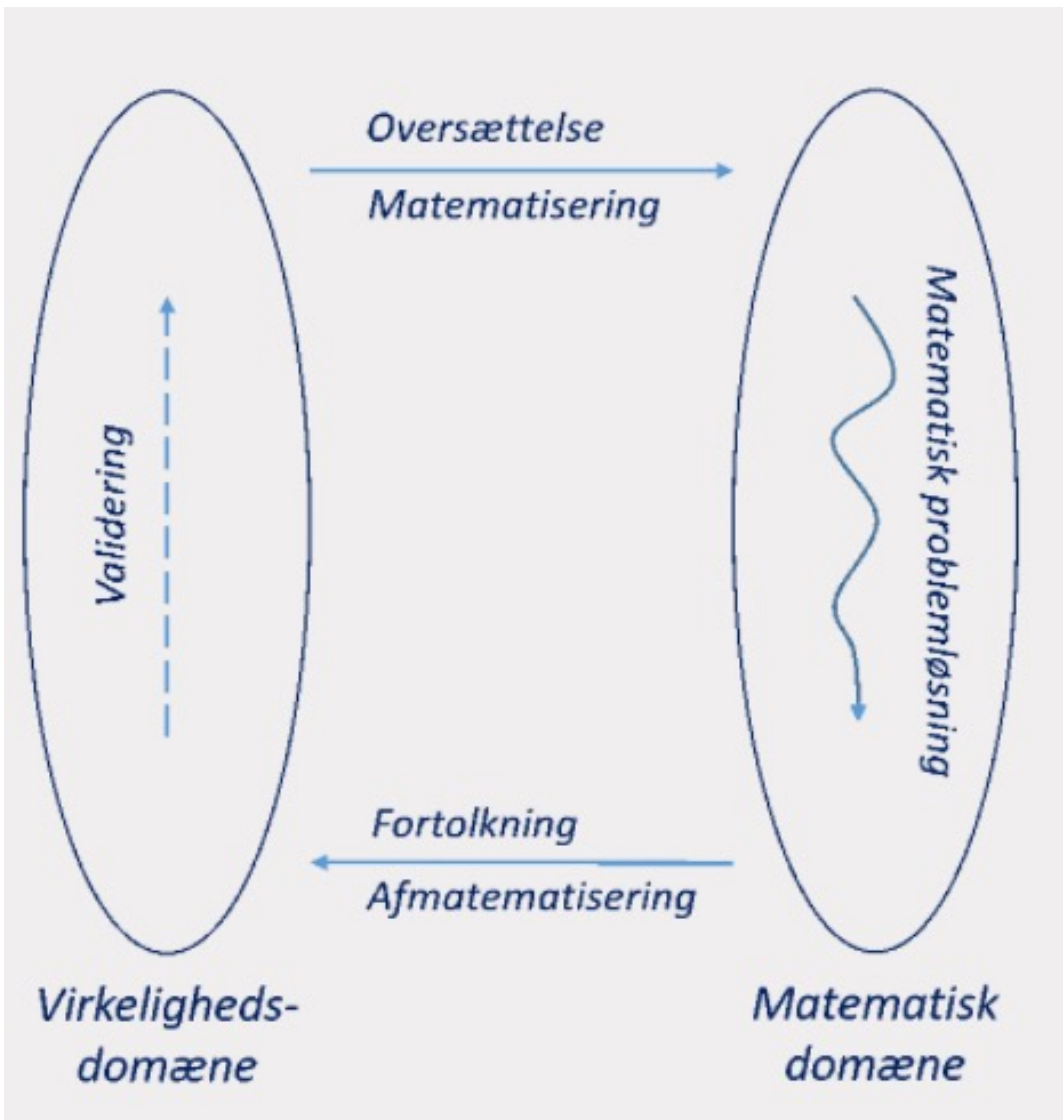


Rødding 25.10.2022

Matematik i STEM - hvorfor og hvordan?

Modellering i matematik
og naturfag i skolen

Ved Claus Auning, Ph.d., postdoc SDU,
lektor UCSYD



Efter Justi & Gilbert 2016 s. 62

Lindenskov, L., & Jankvist, U. T. (2012)

<https://matematikdidaktik.dk/temaer/matematisk-modellering/modelleringscyklussen#ref3>

Hvorfor skete dette i jeres by?

(Der blev udsat for 36 mm nedbør på 30 min)



Dette design forskningens projekt har igennem 3 år arbejdet komplekse fænomener på 7. til 9. årgange i alt har 17 klasser, 10 lærer og 15 studerende deltaget i projektet.

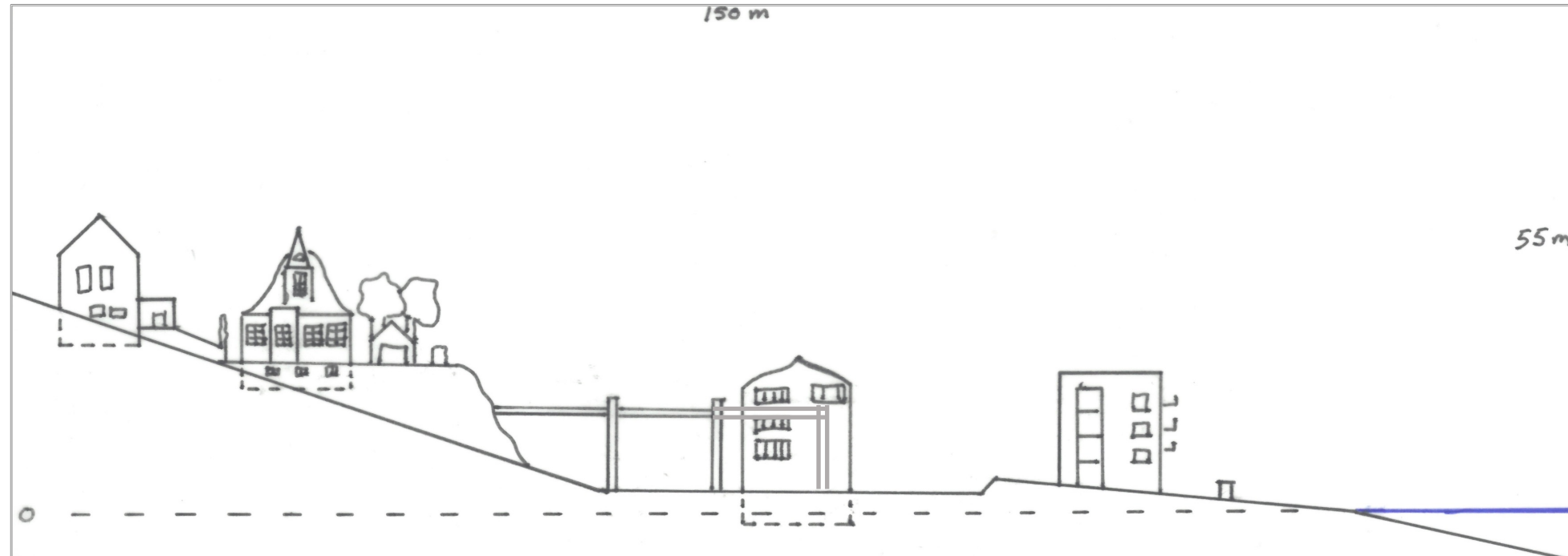
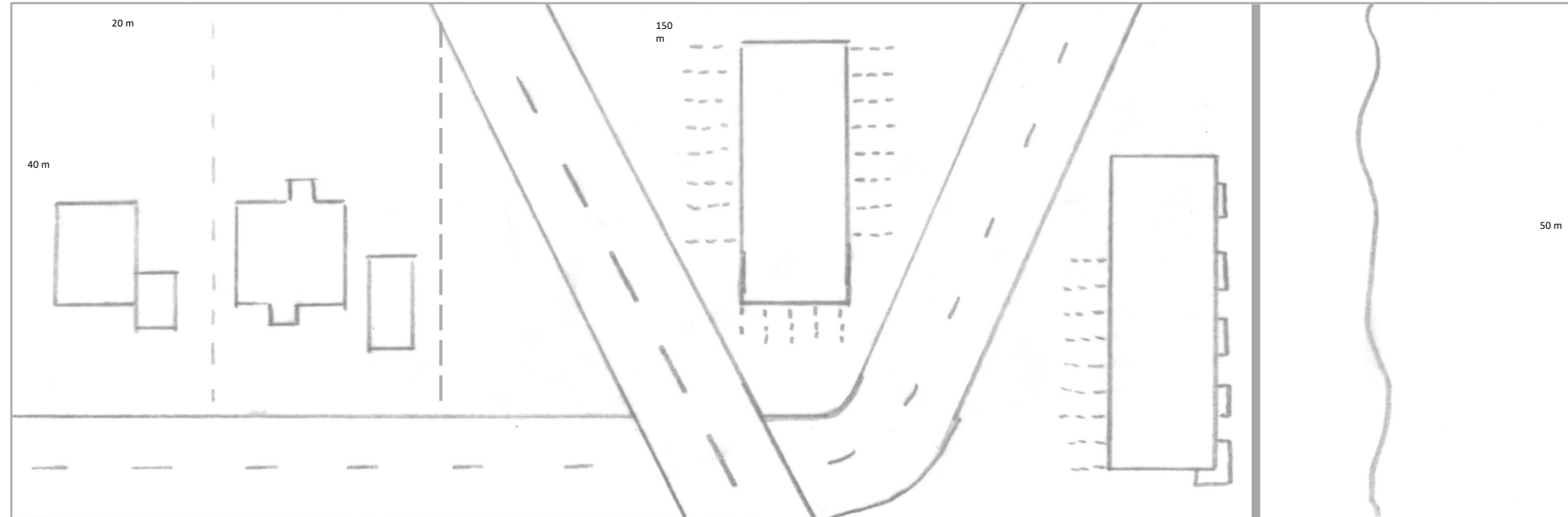
A3 = 1:375 1 cm = 3,75 m

A4 = 1:566 1 cm = 6,66 m

Øvelse:

Diskuter/tegn med jeres sidemand, hvordan kunne I lave en matematisk modellering der understøtter spørgsmålet:

Hvorfor skete dette i jeres by?



Ny viden

Vandbalance ligningen

- Vandet kredsløb kan beskrives kvantitativt ved hjælp af følgende ligning:

$$N = A_o + A_u + F$$

Hvor

N = nedbør

A_o = overfladeafløb (f.eks. vandløb)

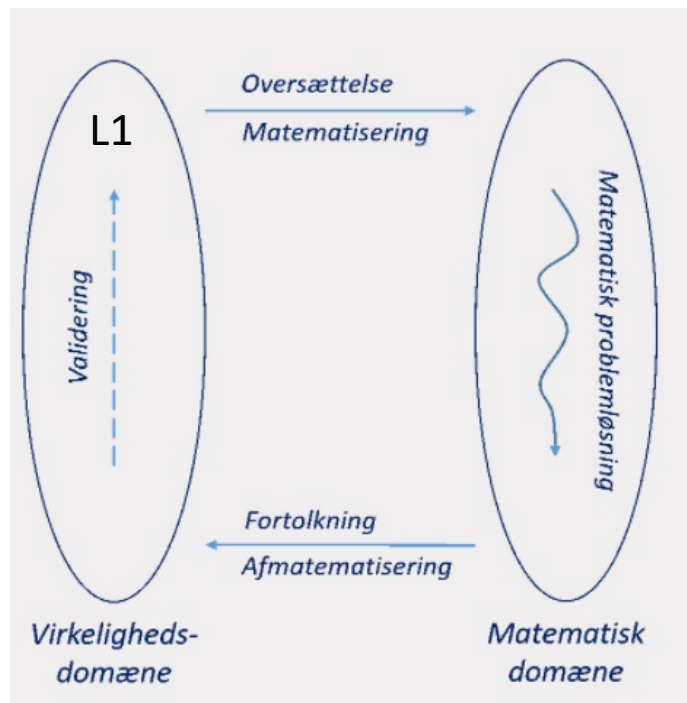
A_u = underjordisk afløb

(via grundvandsstrømme)

F = fordampning

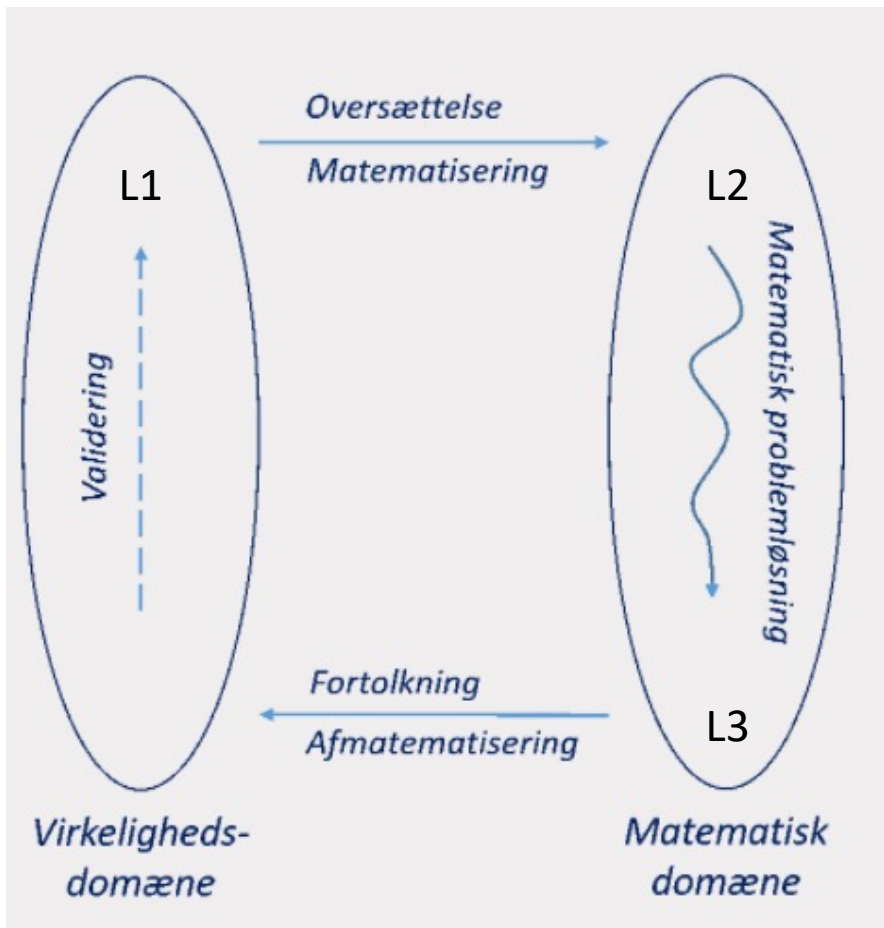


Gruppens første model



Præ-matematiseringsfase

"En fælles betegnelse for de processer, herunder specificering og idealisering, der foregår inden en virkelig situation oversættes til matematik, altså inden matematisering foretages"



- Præ-matematisering
- Matematisering
- Problemløsning

Areal

$$150 \times 50 = 7500 \text{ m}^2$$

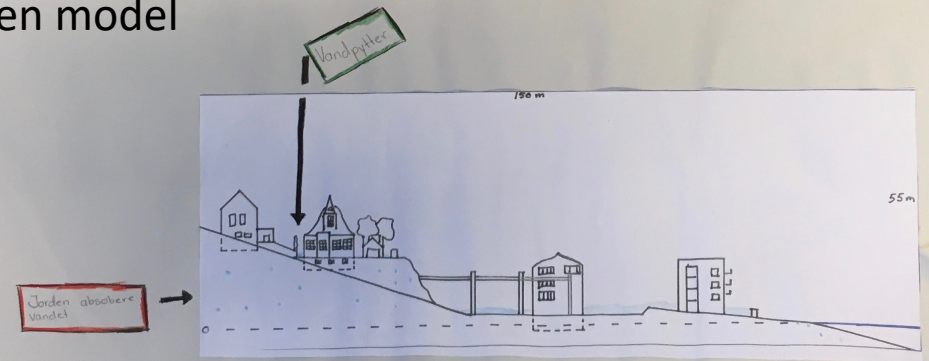
$$7500 \times 10^4 = 75.000.000 \text{ cm}^3$$

$$75.000.000 \times 3,6 = 270.000.000 \text{ cm}^3$$

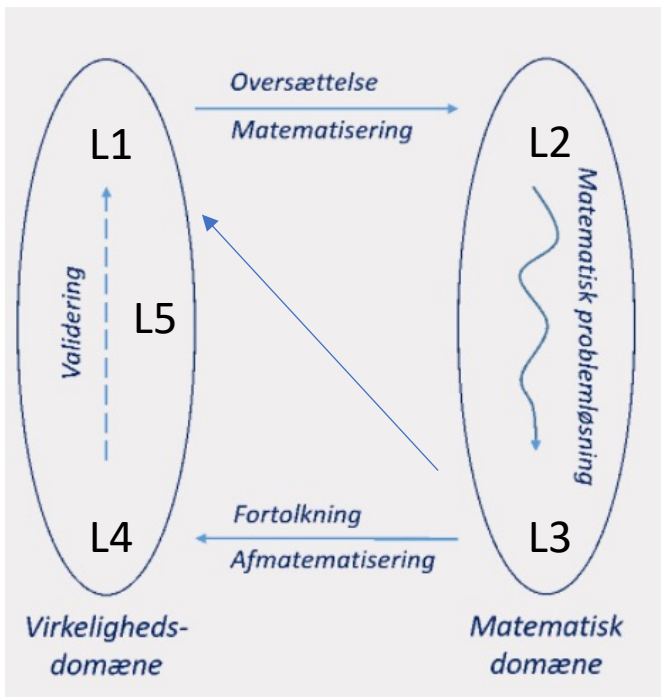
$$270.000.000 / 1000 = 270.000 \text{ L}$$



Gruppens anden model

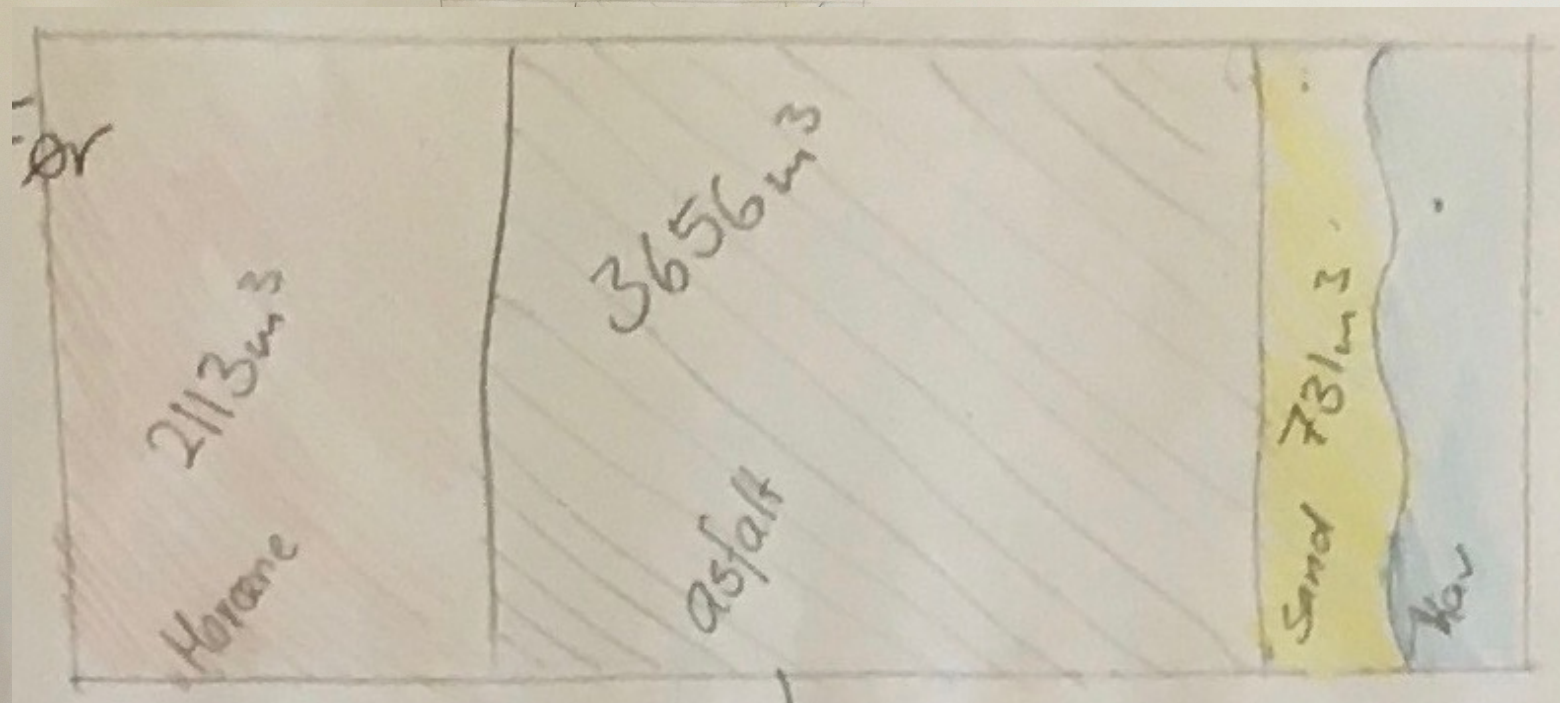


Gruppens tredje model

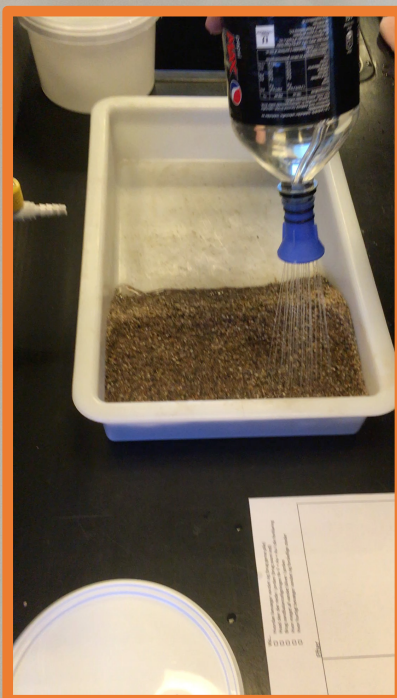


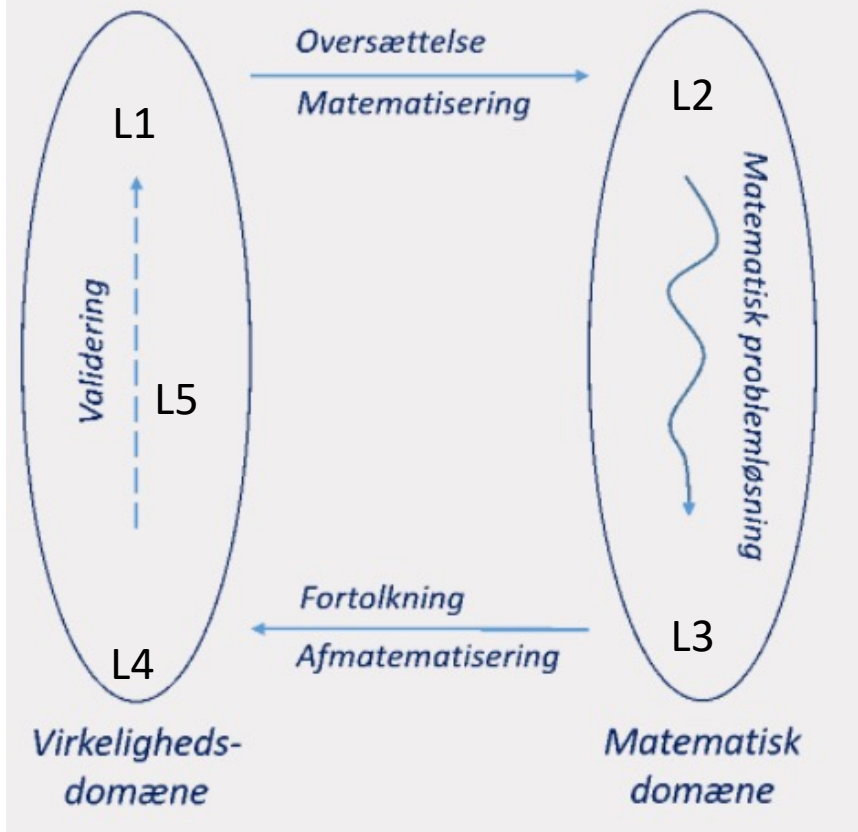
"forsøget hvor vi skulle undersøge forskellige jordtyper og vandets nedsvivning gav rigtig meget indhold vi kunne putte ind på modellen det gav rigtig stor forståelse af hvordan jorden optager vand og hvordan det afstrømmer"

"det med morænen og hvordan vandet løber igennem forskellige slags jord det viste jeg ikke så meget om i starten"



Sand



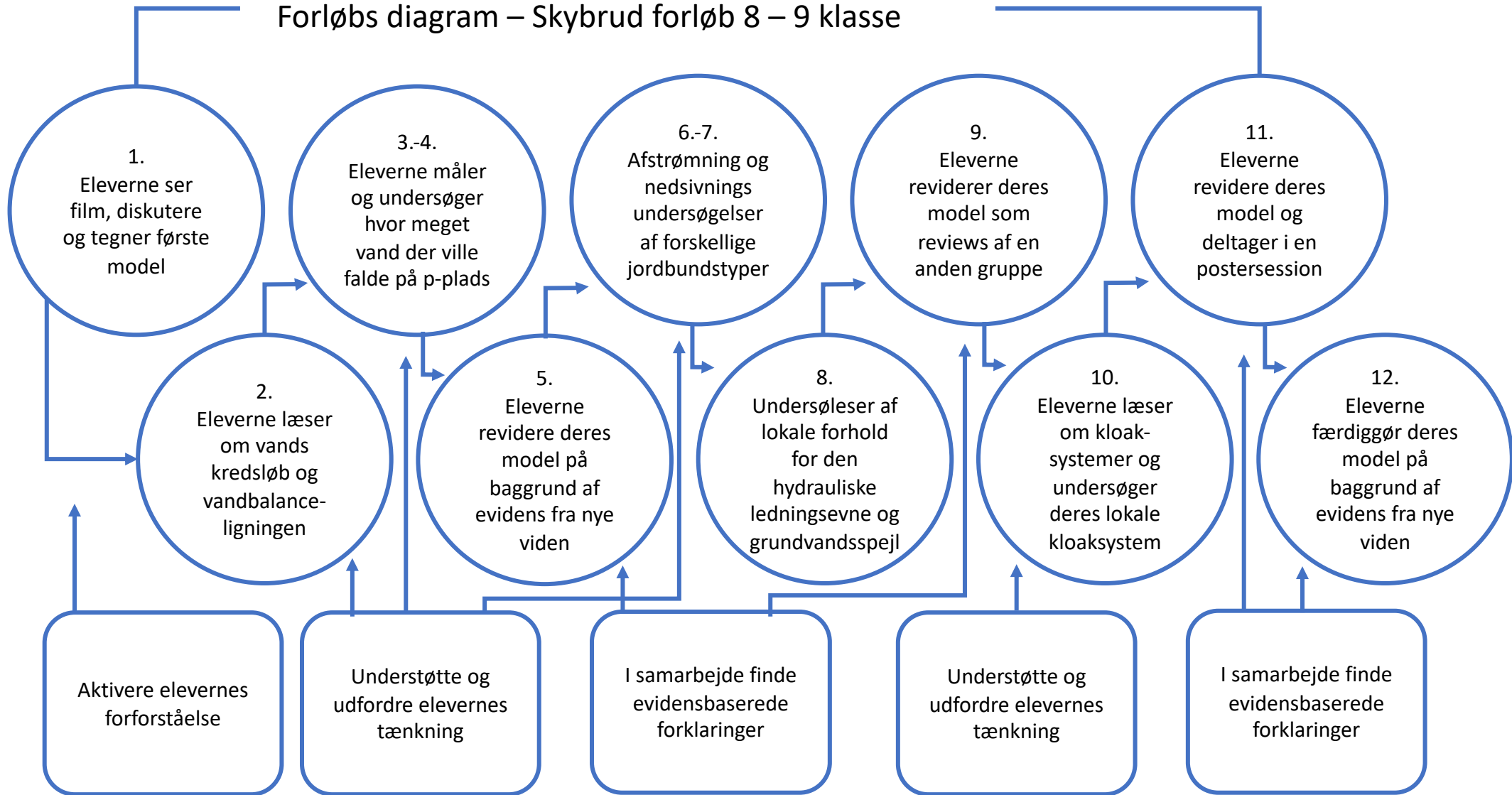


Gruppens 4. model

Handwritten mathematical work and diagrams. Calculations include $N = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \text{Moræne}$, $N = 1000 + 0 = \text{Asfalt}$, and $N = F + A_0 + A_u$. A drawing shows a house on a slope. Another drawing shows a cross-section of a hill with labels 'EFTER' and 'Før'. A diagram at the bottom shows water flow with labels 'Umettet', 'Mettet', and 'Vandretningen'.

"Jeg kan godt lide at man har fået præcise tal for hvordan det er, selvom man ikke er der i realiteten, så kan man lave en plan over det som man kan beregne det. Det synes jeg er meget fedt matematik giver et bedre overblik... (vandbalance ligningen) til et eller andet på en virkelig begivenhed" 9B5s1

Forløbs diagram – Skybrud forløb 8 – 9 klasse



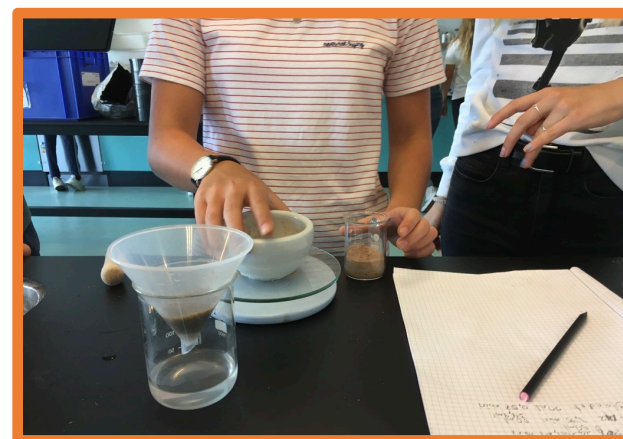
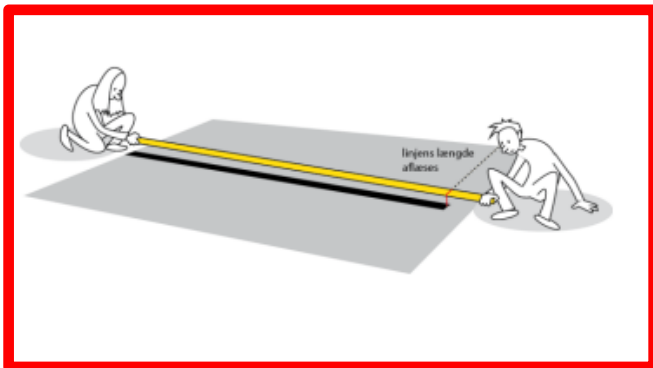
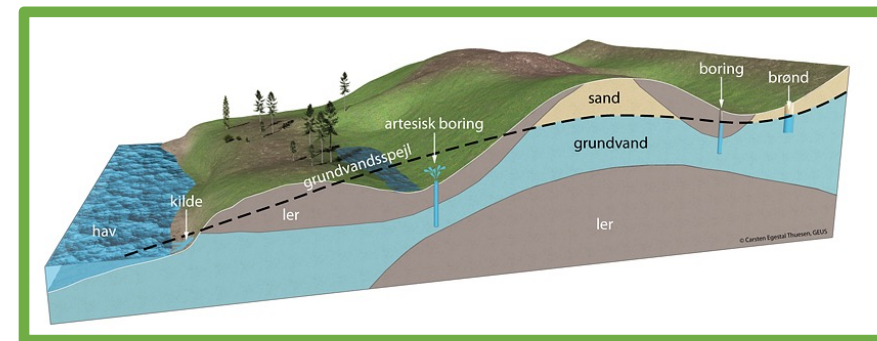
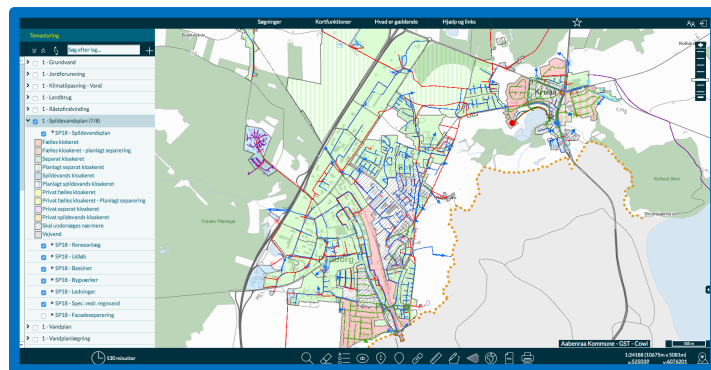
Forløbet en uge 12-14 lektioner

Faglig læsning/præsentation

Undersøgelse ved hjælp af kort (GIS)

Naturvidenskabelige undersøgelser

Matematisk modellering/undersøgelser



$$N = F + A_o + A_u$$



Sådan kan du håndtere regnvandet på din egen grund

Du har flere forskellige muligheder for at håndtere regnvand på din grund. Du kan læse om løsningerne her og på klimavand.dk/hvad-kan-du-selv-goere. Alle løsningerne, undtagen grønt tag og regnvandsopsamling kræver en såkaldt nedsvingstilladelse fra Kolding Kommune. Den tilladelse kan du søge om på klimavand.dk, og her kan du også søge om tilladelse til, at din ejendom udtræder for regnvand.

Vidste du...
At du kan få råd og vejledning til valg og anlæg af den klimatilpassningsløsning, der passer til netop dit behov hos din lokale klimaentreprenør, kloakmester eller anlægspartner.

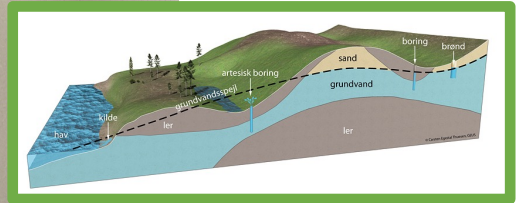
Regnbed Permeabel overflade Faskine Regnvandsopsamling Grønt tag Græsplæne



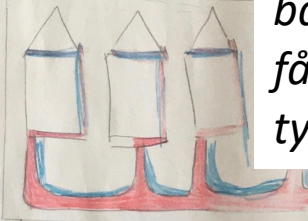
"hvordan jorden optager vandet så ved man når man er ude på stranden det her går ret hurtigt (nedsiver) og hvis man er ved et sted hvor der ikke er sand men moræne så vil det nok tage lidt længere tid (at nedsive)"

"jeg viste ikke særlig meget omkring kloaksystemet, at det bare er så simpelt og der ikke er en eller anden motor der får vandet pumpe rundt det er endeligt bare tyngdekraften"

$$N = F + A_o + A_u$$



SEPERATSYSTEM



FÆLLESSYSTEM

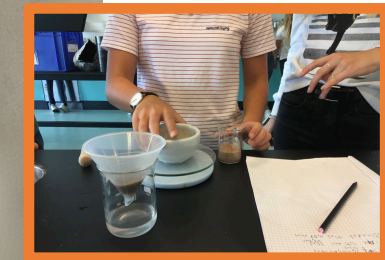
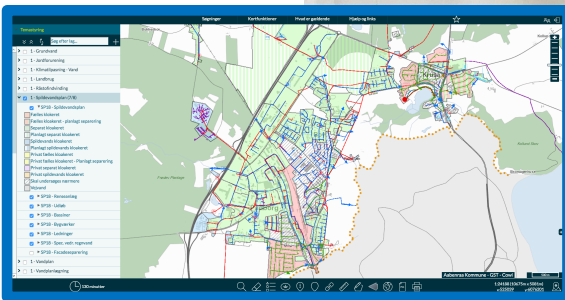
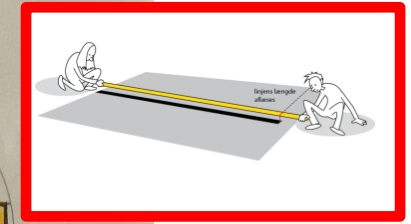
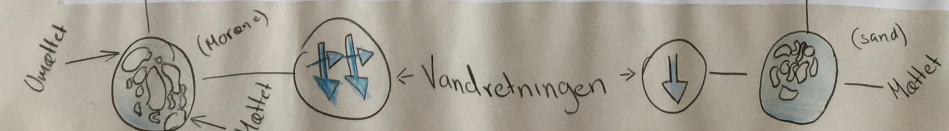
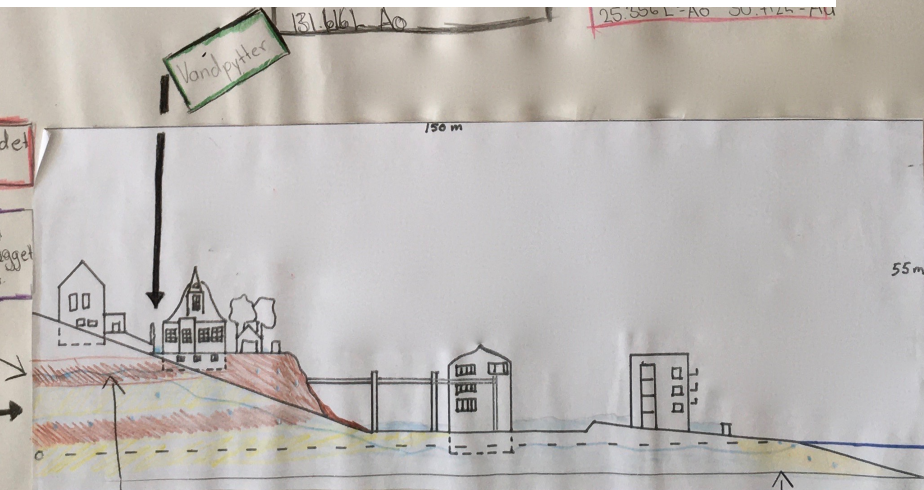
I et seperatsystem er spildevand og regnvand adskilt.

Spildevandet og regnvandet bliver samlet.

Ender i renseanlægget og havet.

Grundvandspejl

Jorden absorbere vandet.



Rammeværk i matematik og naturfag inden for modellering

*Det komplekse fænomen skal kunne forklares eller løses ved anvendelse af matematisk modellering på det pågældende klassetrin (Hansen, 2018)

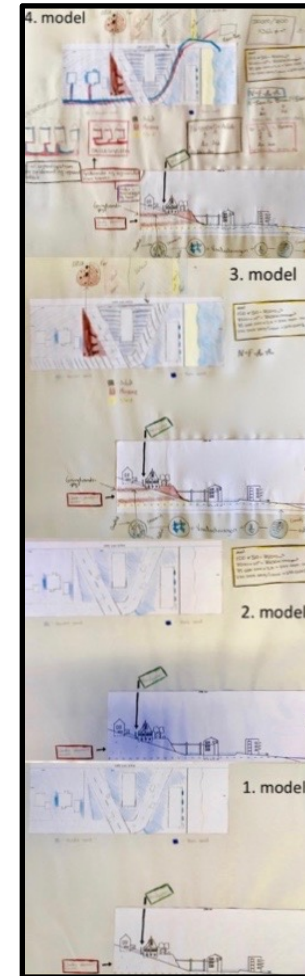
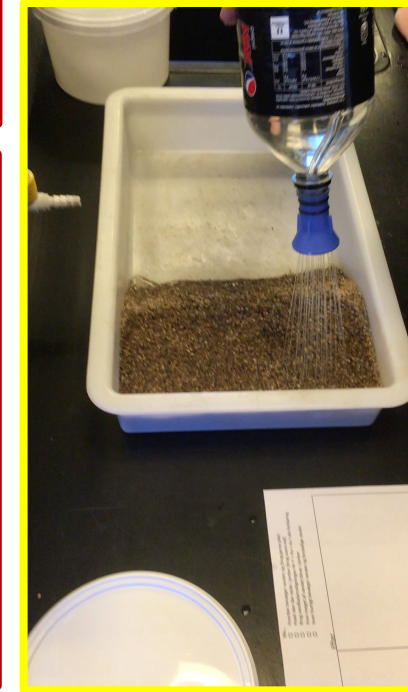
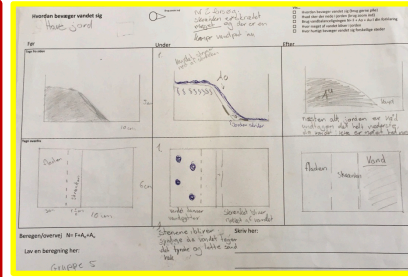
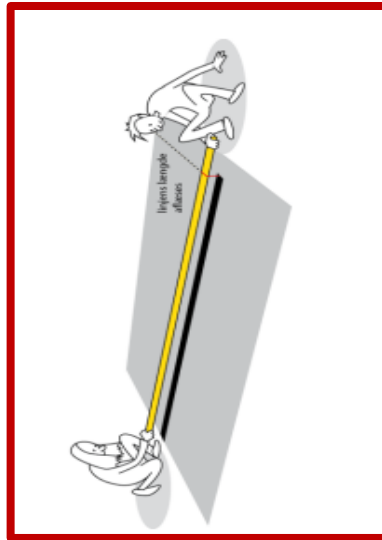
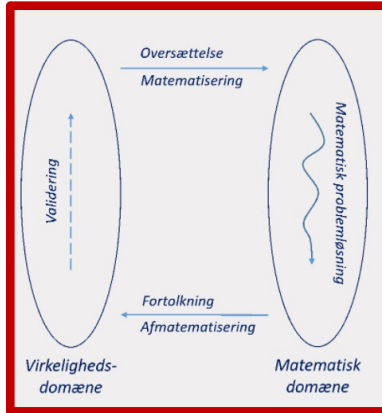
Det vertikale plan

Vertikal fordybelse i forskellige områder

Matematisk modellering

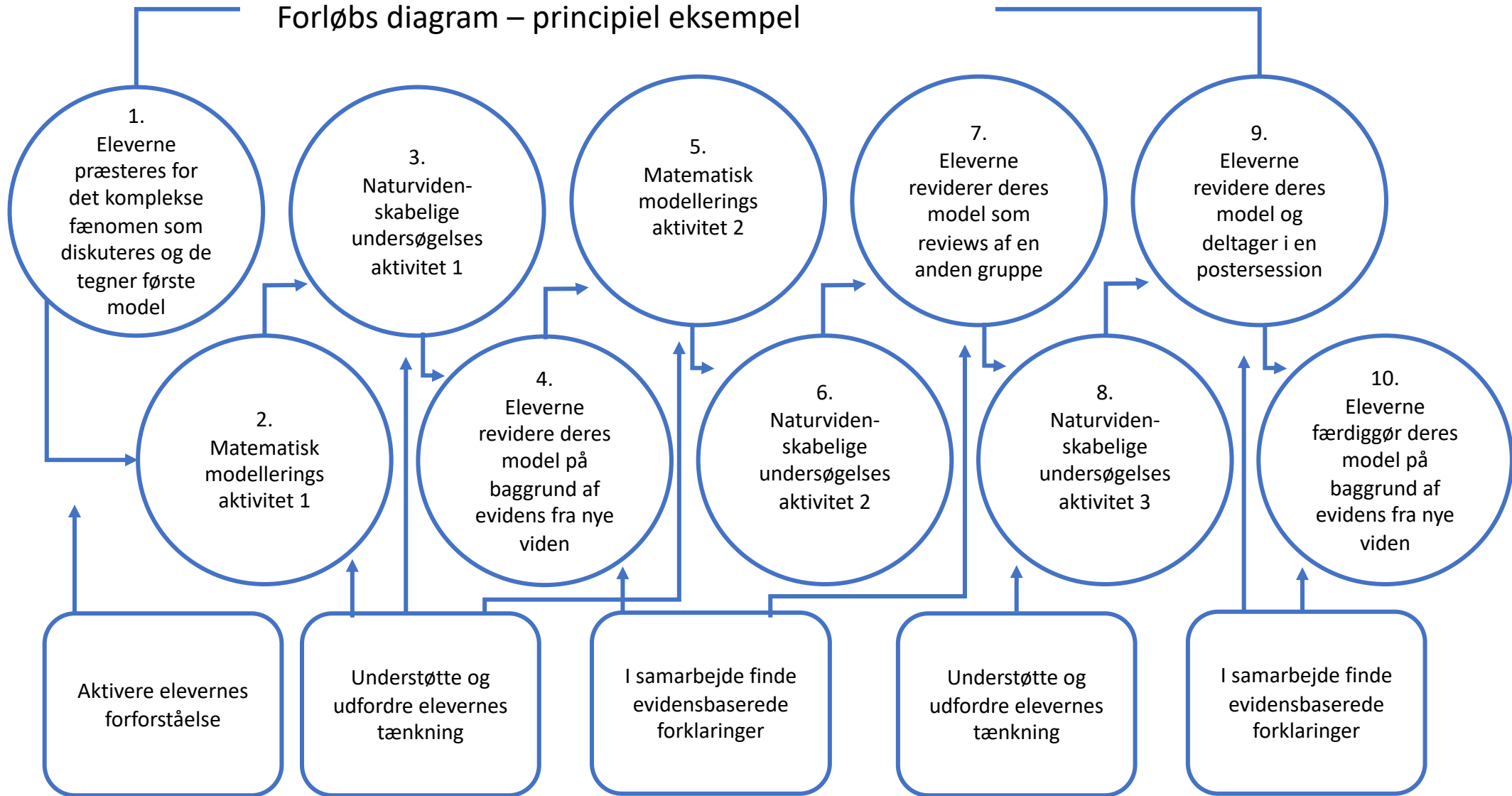
Naturvidenskabelige undersøgelser

Undersøgelser baseret på modellering



Forklaringer og løsninger af det komplekse fænomen*

Forløbs diagram – principiel eksempel

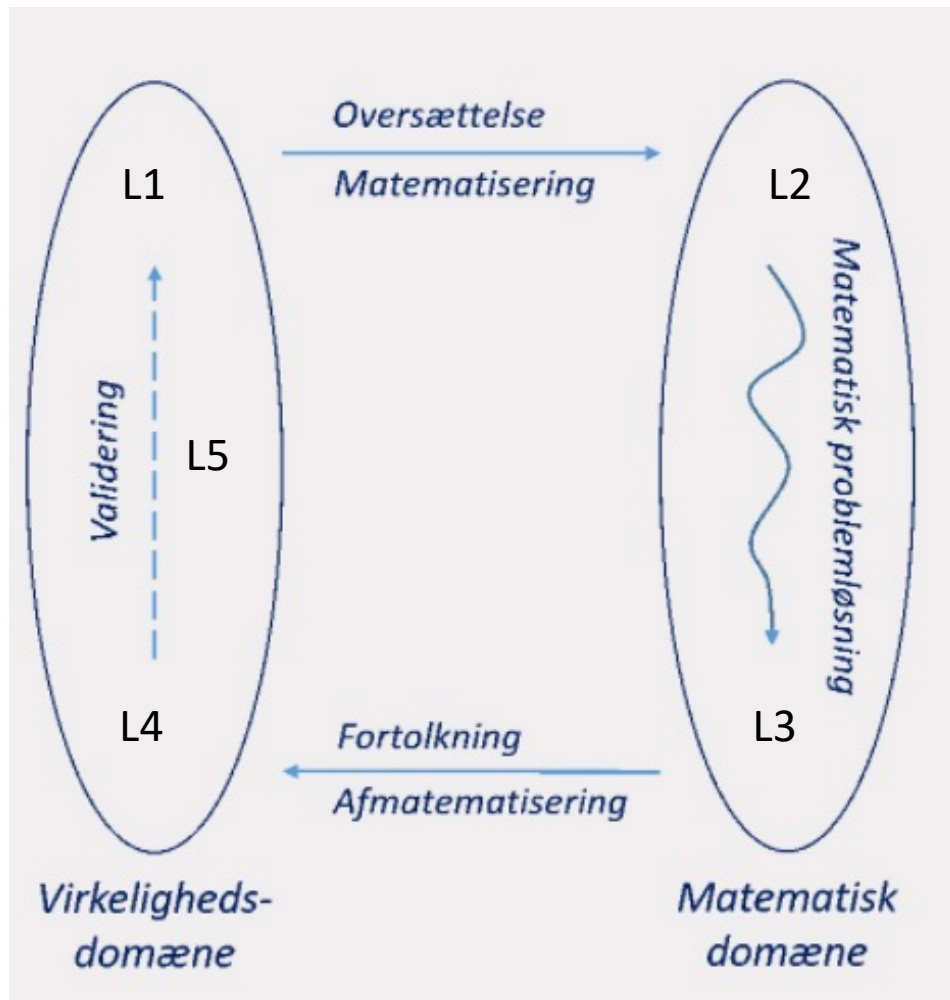


Eleverne producerer modeller af det komplekse fænomen

Undersøgelsesbaseret modellering

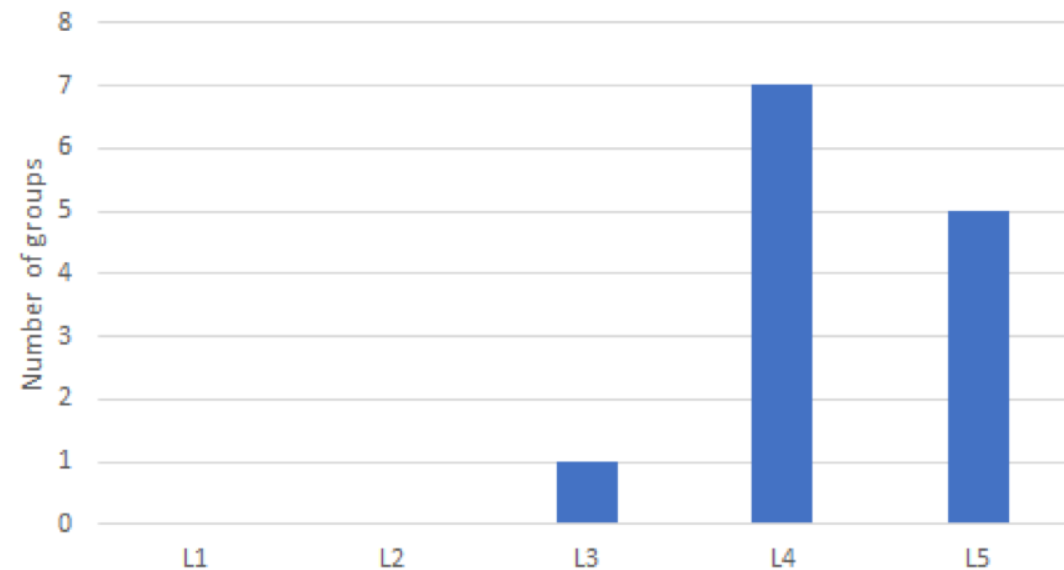
- Repræsenterer en **proces** og **begivenhed**.
- Viser en **kontekstbaseret** situation
- Er **visuelle**. Der er en visuel forbindelse mellem repræsentationerne og begivenhed.
- Viser det **ikke-observerbare** forklare det, der kan observeres
- **Skal revideres** når ny viden og forklaringer opstår.
- Forklaringen kræver at flere kernevidenskabelige ideer i sig selv og supplerer hinanden
- Må gerne **se anderledes ud** end en tekstbog for at det skal IKKE tegne tekstbog for





Lindenskov, L., & Jankvist, U. T. (2012)

Gruppescore (N=13)



Classification of student's level using classification of levels into the modelling cycle of Blum and Leiß (2005) designed by (Ludwig & Xu, 2010)

Processer i modelleringscyklussen

- Præ-matematisering (L1)
- Matematisering (L2)
- Problemløsning (L3)
- Afmatematisering (L4)
- Validering (L5)

<https://matematikdidaktik.dk/temaer/matematisk-modellering/modelleringscyklussen#ref3>

Hvad skal den modelbaserede forklaring indeholde for en fuld forklaring:

Modellen indeholder følgende:

- Afstrømning alt efter overfladetyperne forskellige steder på modellen
 - Bygninger
 - Haver
 - Skrænt
 - Veje
 - Strand
 - Hav
 - Hårdbelægning P-pladser mm.
- Vandbalanceligningen $N = F + A_o + A_u + \Delta R$
 - Beskrevet skriftligt
 - Udført beregninger
- Vandkredsløbet
 - Fordampning
 - Nedbør
 - Overfladeafstrømning
 - Grundvandsstrømning
 - Mættede- og umættede zone
 - Grundvandsspejl
- Jordens opbygning
 - Det øverste lag
 - De skiftevis lag ned igennem jordbundsprofilen
- Jordbundsegenskaber
 - Jordbundens tekstur
 - Infiltrationsevne
 - Vandkapacitet
 - Porøsitet herunder udsende af de enkelte partikler, vand og luft

- Beregninger
 - Flade beregninger
 - Volumen beregninger

 - Beregninger af udvalgte områder
 - Beregninger af hovedparten
 - Beregninger af hele modellen
 - Beregninger af løsninger
- Vandstrømning i kloakledninger
 - Et fælles-/separeret system i vejen
 - Stikledninger til huse
 - Tagrender og dræn ved huse
 - Eksempel på system omkring bebyggelse eksempelvis skelbrønd, nedløbsbrønd
 - Eksempel på system på offentlige arealer eksempelvis rendestensbrønd, nedgangsbrønd, bassin.
 - Overløbsværk
 - Rensningsanlæg
- Oversvømmelser
 - Oversvømmelse i lavtliggende områder
 - Vand i kældre
 - Forklarer oversvømmelse i lavtliggende områder
 - Forklarer vand i kældre

The model includes the following marked in red:

- Runoff according to the surface type, different places on the model
 - Buildings
 - Gardens
 - Slope
 - Roads
 - Beach
 - Sea
 - Hard Coating Parking spaces etc.
- The water balance $P = E + R_s + R_u + \Delta S$
 - Described in writing
 - Done calculations
- The water cycle
 - Evaporation
 - Precipitation
 - Surface runoff
 - Groundwater Flow
 - Saturated (Vadose zone) and unsaturated zone
 - Groundwater table
- Soil build-up
 - The top layer
 - The alternating layers down the entire soil profile
- Soil Properties
 - Soil texture
 - Infiltration Ability
 - Water capacity
 - Porosity including appearance of the individual particles, water and air
- Calculations
 - Area calculations
 - Volume calculations
 - Calculations of selected areas
 - Calculations of the majority parts
 - Calculations of the entire model
 - Calculations of solutions
- Water flow in sewer lines
 - A common or separated system in the road
 - Sockets for houses
 - Gutters and sinks at houses
 - Example of a system around buildings, for example, a manhole, a downhole well
 - Examples of systems in public areas such as gutter well, downfall well, basin.
 - Overflow Work
 - Wastewater Treatment Plant
- Flooding
 - Flooding in low lying areas
 - Water in the basement
 - Explains flooding in low lying areas
 - Explains water in basements

9. klasse

9. klasse

Diagram 1: Cross-section of a building and ground level.
 Labels: EFTER, Før, 2113 m², 213,36 = 76,82 L, 3653 m², 365,36 = 126,16 L, 731,36 = 26,76 L, Rensekløv, 1:375 1 cm = 3,75 m.

Diagram 2: Soil profiles.
 Labels: SEPERATSYSTEM, FÆLLESSYSTEM, - Mindre vand, - Mere vand, - Asfalt, - Moræne, - Sand.

Diagram 3: Calculations.

$$\frac{270.000}{7500} = 36 \text{ L pr. m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{Areal} & 150 \times 50 = 7500 \text{ m}^2 \\ 7500 \times 10^4 & = 75.000.000 \text{ cm}^3 \\ 75.000.000 \times 3,6 & = 270.000.000 \text{ cm}^3 \\ 270.000.000 / 1000 & = 270.000 \text{ L} \end{aligned}$$

$$N = F + A_0 + A_u$$

$$N = 50 \text{ m} + 950 \text{ m} = \text{Sand}$$

$$1316 \text{ L} = A_0 \quad 25.000 \text{ L} = A_u$$

$$N = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \text{Moræne}$$

$$25.356 \text{ L} = A_0 \quad 50.712 \text{ L} = A_u$$

$$N = 1000 + 0 = \text{Asfalt}$$

$$1316 \text{ L} = A_0$$

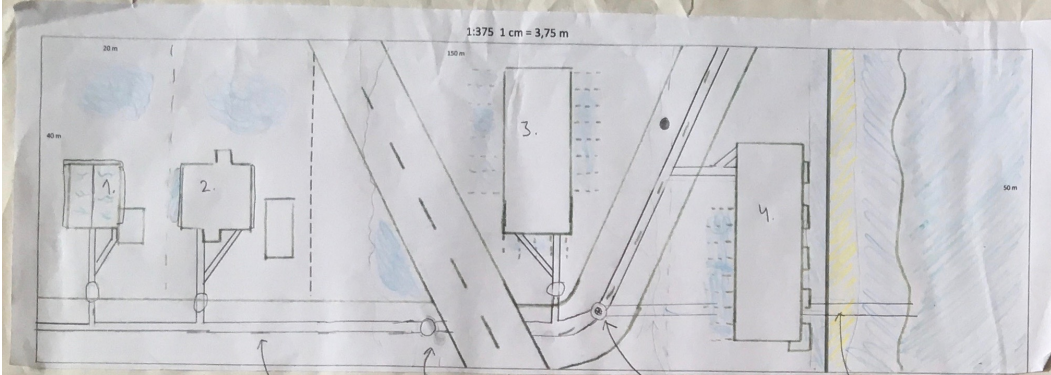
Diagram 4: Plan view of a street.
 Labels: Vandpitter, 150 m, 55 m, Grundvandspejl, Jorden absorbere vandet, Ender i Rensekløvet og havet, Omvejt, Møtlet, (Moræne), Vandretningen, (sand), Møtlet.

Diagram 5: Text boxes.
 - et seperatsystem for spildevand og regnvand adskilt.
 - Spildevandet og regnvandet bliver samlet.
 - et fællessystem.

What should the model-based explanation include for a full explanation: Result 26/38

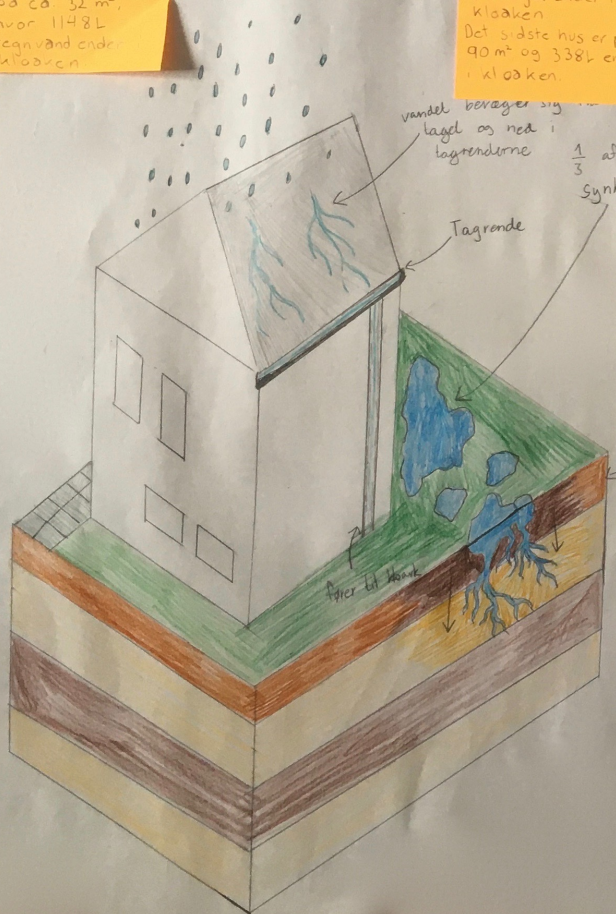
The model includes the following marked in red:

- Runoff according to the surface type, different places on the model
 - Buildings
 - Gardens
 - Slope
 - Roads
 - Beach
 - Sea
 - Hard Coating Parking spaces etc.
- The water balance $P = E + R_s + R_u + \Delta S$
 - Described in writing
 - Done calculations
- The water cycle
 - Evaporation
 - Precipitation
 - Surface runoff
 - Groundwater Flow
 - Saturated (Vadose zone) and unsaturated zone
 - Groundwater table
- Soil build-up
 - The top layer
 - The alternating layers down the entire soil profile
- Soil Properties
 - Soil texture
 - Infiltration Ability
 - Water capacity
 - Porosity including appearance of the individual particles, water and air
- Calculations
 - Area calculations
 - Volume calculations
 - Calculations of selected areas
 - Calculations of the majority parts
 - Calculations of the entire model
 - Calculations of solutions
- Water flow in sewer lines
 - A common or separated system in the road
 - Sockets for houses
 - Gutters and sinks at houses
 - Example of a system around buildings, for example, a manhole, a downhole well
 - Examples of systems in public areas such as gutter well, downfall well, basin.
 - Overflow Work
 - Wastewater Treatment Plant
- Flooding
 - Flooding in low lying areas
 - Water in the basement
 - Explains flooding in low lying areas
 - Explains water in basements



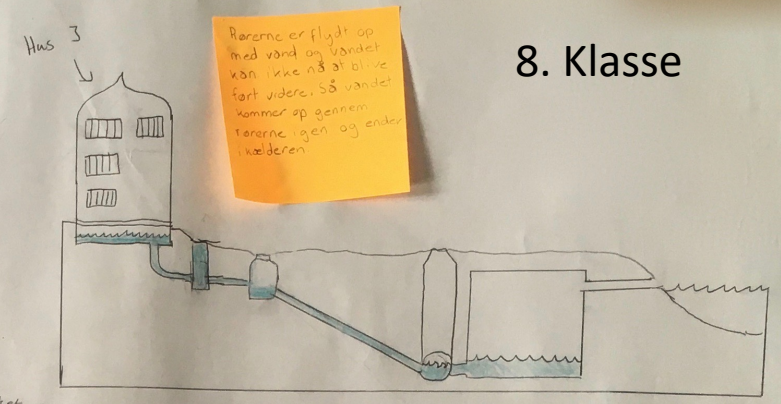
Huset er på 102 m²
3672 L regnvand kommer taget til kloakken
Det andet hus er på ca. 32 m², hvor 1148 L regnvand ender i kloakken

Det tredje hus er på 61 m², hvor 2193 L regnvand fra taget ender i kloakken
Det sidste hus er på 90 m² og 338 L ender i kloakken



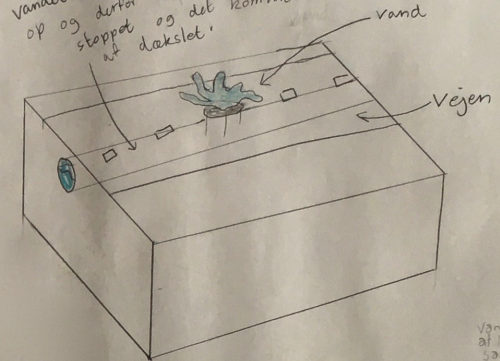
1/3 af de 21168 l. vand som ligger i haven synker ned i jorden. Resten bevæger sig ned af.

Laget var umættet men efter regnen bliver det sult og roligt nællet grundet vandet



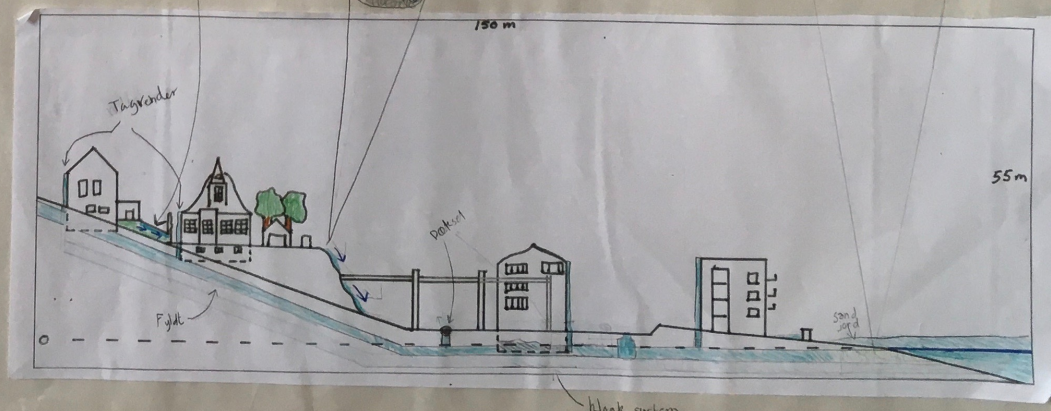
8. Klasse

Vandet flyder kloakrøret helt op og derfor bliver røret stoppet og det kommer op på dækslet.



Vandet har nemt ved at løbe gennem sandet og løber ud til havet.

Moranejord suger kun 1/3 af vandet, derfor vil det glide henover og bevæge sig ned af.



Referencer

- Auning, C. (2020). Modelling som proces i naturfagsundervisningen. *MONA - Matematik- Og Naturfagsdidaktik*, 2020(1), 22. Hentet fra <https://tidsskrift.dk/mona/article/view/118889>
- Auning, C., & Nielsen, S. S. (2020). Kan modellering adskilles fra undersøgelse i grundskolens naturfagsundervisning?. *MONA - Matematik- Og Naturfagsdidaktik*, 2020(4), 8. Hentet fra <https://tidsskrift.dk/mona/article/view/122884>
- Lijnse, P. (2008). Models of/for Teaching Modeling. E. van den Berg, A.L. Ellermeijer, O. Slooten (Eds.), *Modelling in Physics and Physics Education*. AMSTEL Institute, University of Amsterdam, s. 20-3
- Michelsen, C. (2020). Naturfagscurriculum med fokus på modeller og modellering. *MONA - Matematik- og Naturfagsdidaktik*, 1(2020), 87-91. <https://tidsskrift.dk/mona/article/view/118897>
- Windschitl, Mark & Thompson, Jessica. (2013). The Modeling Toolkit: Making Student Thinking Visible with Public Representations. *The Science Teacher*. 80(6)