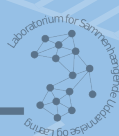


matematik

i vækst

Vol. 1

LSUL



SDU



SYD

UNIVERSITET



Region
Syddanmark

2018, 1. udgave
Forside: Michael Fabrin Hjort
Illustrationer: Colourbox / Public Domain

Materialet er udgivet under Labmat med økonomisk støtte fra Region Syddanmarks Uddannelsespulje.

Undervisningforløbene er udviklet under Laboratorium for Sammenhængende Uddannelse og Læring (LSUL).
Tekst, billeder og materialer er udarbejdet af Claus Michelsen

Ansvarshavende redaktør: Claus Michelsen (LSUL)
Assiterende redaktør/layout/design: Michael Fabrin Hjort (LSUL)

Kontakt: lsul@sdu.dk

Der tages forbehold for fejl. Trykt hos Print & Sign, Syddansk Universitet

Materialet er tilgængeligt online på lsul.dk under menupunktet skriftserie.

ISBN: 978-87-92321-28-2

Udgivet af
Laboratorium for Sammenhængende Uddannelse og Læring (LSUL)
Syddansk Universitet
Campusvej 55
5230 Odense M
Denmark

www.lsul.dk

MATEMATIK I VÆKST

AF

CLAUS MICHELSEN

INTRODUKTION

Det her foreliggende hæfte Matematik i vækst indgår som volumen 1 i rækken af læremidler til matematikundervisningen udgivet under titlen Laboratorium for matematikundervisning af Laboratorium for Sammenhængende Uddannelse og Læring (LSUL). Laboratorium for matematikundervisning er et resultat af projektet Laboratorium for Matematikundervisning (LabMat), der er støttet af en bevilling fra Region Syddanmarks Uddannelsespulje. LabMat er et fireårigt projekt med start i 2015, der gennem systematisk og målrettet udviklingsarbejde skal styrke børn og unges kompetencer og færdigheder i matematik fra folkeskole til ungdomsuddannelser. Udviklingsarbejdet omfatter både didaktik, undervisningsforløb med læremidler, workshopaktiviteter og efteruddannelses tiltag, hvor uddannelsesforskere, fagprofessionelle og lærerstuderende inden for rammen af autentiske undervisningsmiljøer afprøver, udveksler og evaluerer nye undervisningsinitiativer matematik i fællesskab.

LabMat fungerer som en motor for en omfattende nytænkning af matematikundervisningen med afsæt i en didaktisk ramme, der prioriterer en undersøgelsesbaseret og anvendelsesorienteret tilgang til matematik og til matematiks samspil med andre fagområder, herunder naturfagene. Nytænkningen omfatter en vision om en ophævelse af den faglige og didaktiske adskillelse af matematik og naturfag i grundskolen og ungdomsuddannelser. LabMats tiltag skal bringe undervisningen på alle niveauer i nærmere overensstemmelse med den praktiske anvendelse af matematiske kompetencer, og derved fremme de unges forudsætninger og interesse for naturfagene og de tekniske erhvervsuddannelser, hvorved rekrutteringsgrundlaget for regionens fremtidige arbejdskraft inden for naturvidenskab kan styrkes. Udviklingsteams af forskere, lærere og studerende har i fællesskab med afsæt i den såkaldte IBSME1-metode udviklet konkrete undersøgelsesbaserede og anvendelsesorienterede undervisningsforløb på tværs af grundskolen og ungdomsuddannelserne til gavn for de dygtigste elever, middelgruppen og i særdeleshed de elever, som er i matematikvanskeligheder.

Som det fremgår af titlen, sætter Matematik i vækst fokus på vækst. Både i de fysiske og biologiske natur og i samfundet er der vækst, og mange spørgsmål både i dagligdagen, samfundet og videnskaben knyttet sig til vækst. Matematikundervisningen såvel i grundskolen som på ungdomsuddannelser beskæftiger sig med, hvordan man med matematiske modeller, kan beskrive og kategorisere forskellige typer af vækst. Disse modeller har udbredt anvendelse i fysik, kemi, biologi, geografi og samfundsfag.

Matematik i vækst er bygget op omkring en række aktiviteter, der hver især har til formål at invitere eleverne til at undersøge en situation eller et fænomen indeholdende en vækstproblematik. Den didaktiske ide er, at eleverne i mindre grupper søger at beskrive, analysere og forstå vækstproblematikken gennem en matematiseringsproces, dvs. anvender aktivt sprog og redskaber fra matematik til at undersøge situationer og fænomener. Gennem denne proces konstruerer eleverne i fællesskab og guidet af læreren matematiske modeller ved hjælp af matematiske repræsentationer som grafer, formler og tabeller og udvikler derved deres matematiske viden, færdigheder og kompetencer i forbindelse med matematikfaglige generaliseringer.

INDHOLD

	Side
INTRODUKTION	2
1 INTRODUKTION TIL GRAFER	7
2 MATEMATISKE MODELLER	9
3 MARTA OG MARIUS	19
4 BEFOLKNINGSVÆKST	25
5 ALKOHOL-NEDBRYDNING	33
6 MEDICIN I BLODET	37
7 GÆRCELLER	43
8 TSE-TSE FLUER	49
9 AFSLUTNING	51

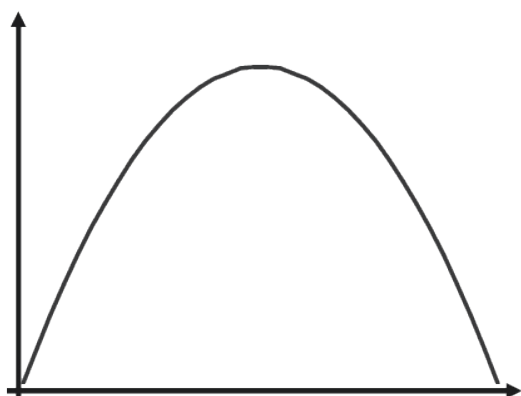
1

INTRODUKTION TIL GRAFER

Grafer anvendes tit til at beskrive situationer fra virkeligheden, og vi skal i denne øvelse se nogle eksempler.

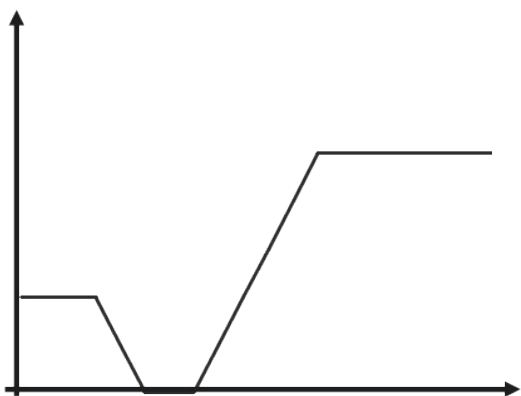
1.1

Prøv at forestille dig en situation fra virkeligheden, som grafen nedenfor kan beskrive. Skriv en kort beretning om denne situation. Husk at angive, hvad det er for størrelser, du afsætter ud af de to akser.



1.2

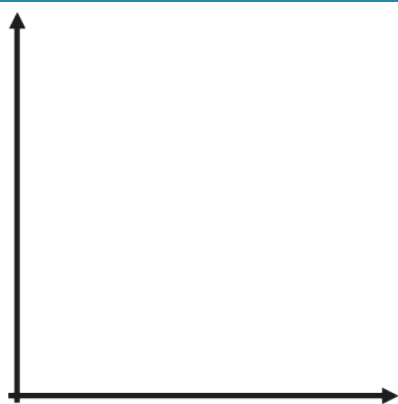
Prøv at forestille dig en situation fra virkeligheden, som grafen nedenfor kan beskrive. Skriv en kort beretning om denne situation. Husk at angive, hvad det er for størrelser, du afsætter ud af de to akser



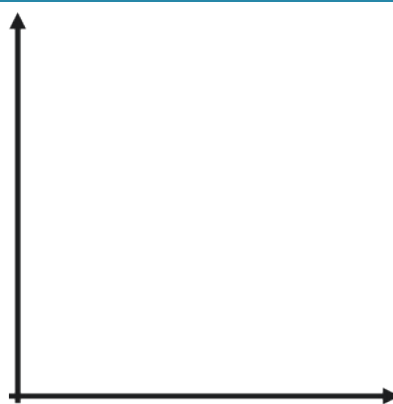
1.3

I hvert af følgende 4 tilfælde skal du nedenunder skitsere en graf, der kan repræsentere den beskrevne situation. Inden du tegner grafen, bør du nøje overveje, hvilke størrelser du vil afsætte på akserne.

- (a) Du åbner for den varme vandhane. Temperaturen af det rindende vand afhænger af den tid, der er gået, siden du åbnede for vandet.
- (b) Du taber en plastikbold ud af et vindue i 2.sals højde og ned på gaden. Boldens højde over gadeplanet afhænger af den tid, der er gået siden, du tabte bolden.

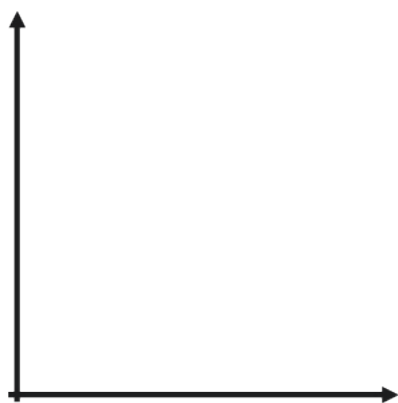


(a)

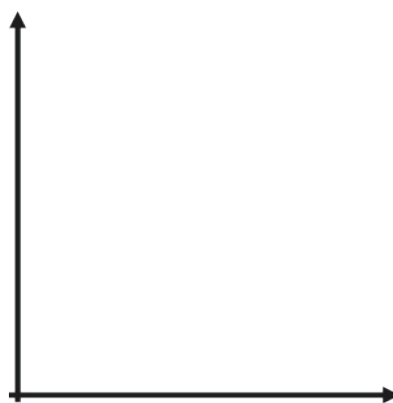


(b)

- (c) Du går fra sollys ind i et mørkt rum. Diameteren på dine pupiller afhænger af hvor længe, du har været i det mørke rum.
- (d) Du placerer et større beløb på en bankkonto med fast rente. Indestående på kontoen afhænger af hvor lang tid, der er gået, siden beløbet blev indsat på kontoen.



(c)



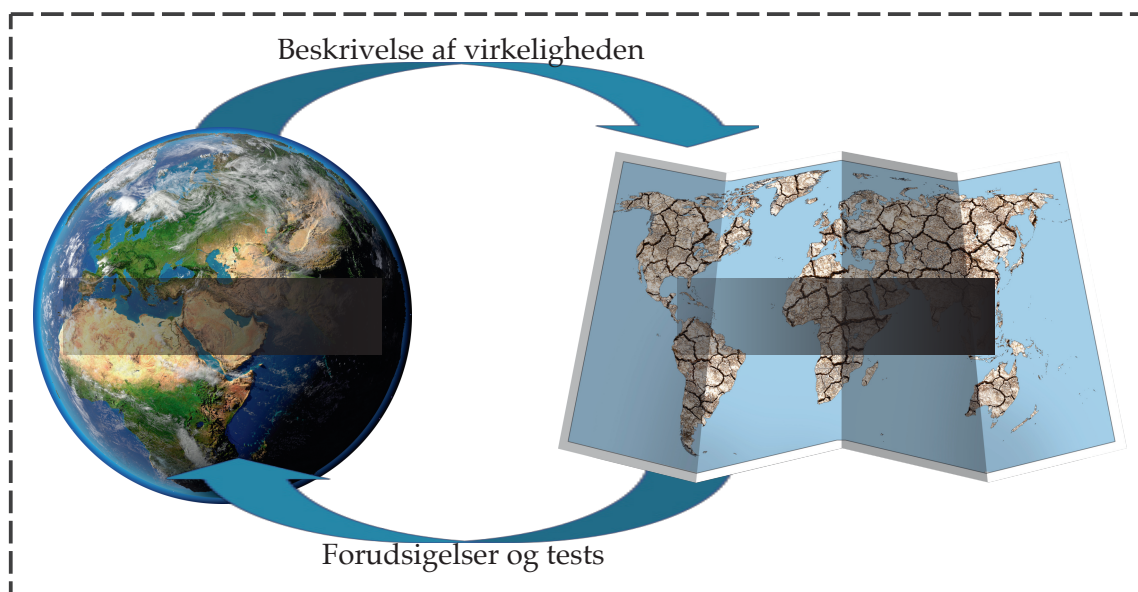
(d)

2

MATEMATISKE MODELLER

En meget vigtig grund til at lære matematik er, at man bliver udstyret med nogle metoder til at løsning af praktiske problemer fra virkeligheden.

De problemstillinger fra virkeligheden, som man forsøger at løse ved hjælp af en matematisk beskrivelse, er ofte så komplekse, at det er nødvendigt at simplificere og idealisere den situation, der skal beskrives. Man kalder derfor den matematiske beskrivelse en matematisk model af virkeligheden.



Der findes andre modeller end matematiske modeller. Et verdenskort er også en model af

Opstillingen og anvendelsen af en matematisk model er normalt en proces, hvor mange af trinene må gentages. Ofte kan den først opstillede model give nogle forudsigelser om den betragtede problemstilling, der kan testes ved at indsamle data. Denne test kan så føre til forbedringer af modellen og til nye forudsigelser, der igen kan testes. Ved gentagne forbedringer af modellen er det ofte muligt at opnå endog meget præcise forudsigelser om situationer fra virkeligheden.

Når man laver matematiske modeller bruger man ofte én af de følgende tre beskrivelses-metoder.

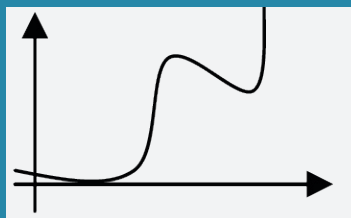
1. Man kan lave en numerisk beskrivelse. Her vil man ofte opstille en række data i en tabel, der kan beskrive en udvikling.

Højde	160	171	172
Vægt	66	68	75

2. Man kan lave en symbolsk beskrivelse. Her bruger man matematiske symboler og udtryk til at beskrive noget fra virkeligheden.

$$P = \alpha \cdot t + \beta$$

3. Man kan lave en grafisk beskrivelse. Her vil man kunne beskrive noget fra virkeligheden ved at tegne en graf i et koordinatsystem.



Verbale modeller

Det er tit en god idé, at man inden man beskriver noget med matematik, først forsøger at beskrive det med ord. På den måde kan man lettere se, hvordan ens model skal se ud. Derfor starter nogle matematiske modeller som tommelfingerregler – en simpel beskrivelse med ord af noget fra virkeligheden. Et godt eksempel på en tommefingeregul – eller en verbal model er:

"Som voksen er man dobbelt så høj, som man var, da man var 2 år gammel"

Når man har lavet sådan en verbal model er det muligt at fortsætte med at lave en matematisk model på baggrund af ens verbale model.

2.1

Giv eksempler på matematiske modeller. Fortæl hvor du kender modellerne fra, og hvad de kan anvendes til. Brug både verbale modeller, og numerisk, grafisk og symbolsk metode til at beskrive modellerne.

Her er en tommelfingerregel:

"Svømmedykkere udsættes som bekendt for et større og større tryk jo længere ned i havet de dykker. Man kan sige, at når dybden øges med 10 meter, så øges trykket med 1 atmosfæres tryk."

2.2

Antag at trykket ved havoverfladen er 1 atm. og giv så en matematisk beskrivelse af ovenstående tommelfingerregel.

Hvis vi har en matematisk model, hvor sammenhængen mellem to størrelser kan beskrives ved en ret linie i et koordinatsystem, kaldes denne model for en lineær model.

2.3

Hvilke metoder kan anvendes til at afgøre, om en sammenhæng mellem to størrelser kan beskrives ved en lineær model?

24

Giv eksempler på eksempler på lineære modeller. Fortæl hvor du kender modellerne fra, og hvad de kan anvendes til.

Nedenstående tabel er fra en engelsk matematikbog 'Mathematical Modelling' af J. Berry og K. Houston (1995):

Example 2 World Record for the Mile

Table 1.2 shows the world record for the mile in minutes and seconds between 1913 and 1986

Time	Name	Country	Date	Place
4:14.4	John Paul Jones	USA	31.5.1913	Cambridge, Mass.
4:12.6	Norman Taber	USA	16.7.1915	Cambridge, Mass.
4:10.4	Paavo Nurmi	FIN	23.8.1923	Stockholm
4:09.2	Jules Ladoumègue	FRA	4.10.1931	Paris
4:07.6	Jack Lovelock	NZL	15.7.1933	Princeton, N.J.
4:06.8	Glen Cunningham	USA	16.6.1934	Princeton, N.J.
4:06.4	Sydney Wooderson	GBR	28.8.1937	Motspur Park
4:06.2	Gunder Hagg	SWE	1.7.1942	Göteborg
4:06.2	Arne Andersson	SWE	10.7.1942	Stockholm
4:04.6	Gunder Hagg	SWE	4.9.1942	Stockholm
4:02.6	Arne Andersson	SWE	1.7.1943	Göteborg
4:01.6	Arne Andersson	SWE	18.7.1944	Malmö
4:01.4	Gunder Hagg	SWE	17.7.1945	Malmö
3:59.4	Roger Bannister	GBR	6.5.1954	Oxford
3:58.0	John Landy	AUS	21.6.1954	Turku, Finland
3:57.2	Derek Ibbotson	GBR	19.7.1957	London
3:54.5	Herb Elliott	AUS	6.8.1958	Dublin
3:54.4	Peter Snell	NZL	27.1.1962	Wanganui
3:54.1	Peter Snell	NZL	17.11.1964	Auckland
3:53.6	Michel Jazy	FRA	9.6.1965	Rennes
3:51.3	Jim Ryun	USA	17.7.1966	Berkeley, Calif.
3:51.1	Jim Ryun	USA	23.6.1967	Bakersfield, Calif.
3:51.0	Filbert Bayi	TAN	17.5.1975	Kingston, Jamaica
3:49.4	John Walker	NZL	12.8.1975	Göteborg
3:49.0	Sebastian Coe	GBR	17.7.1979	Oslo
3:46.31	Steve Cram	GBR	27.7.1985	Oslo
3:44.39	Noureddine Morceli	ALG	5.9.1993	Rieti

Table 1.2 The world record for the mile

2.5

Hvilke informationer giver ovenstående tabel? Kan der på baggrund af ovenstående tabel opstilles en lineær model for sammenhængen mellem årstal og verdensrekorden for 1 mil? Hvis ja - så opstil en lineær model.

2.6

Giv et begrundet bud på, hvad verdensrekorden er i 2010, 2020 og 2030.

3

MARTA OG MARIUS

Marta og Marius går i 1.g og er gode venner. De laver en masse ting sammen, men anskuer ikke verden på samme måde.



Marta er meget omhyggelig og læser mange bøger. Hvor, Marius forsøger ofte at optimere sin tid, så han får så meget fritid som muligt. De bruger begge matematisk modellering til at forstå verden.



Marta er vild med at læse bøger. Ved siden af sit skrivebord har hun en stabel med 5 bøger fra biblioteket. Hver uge afleverer hun 4 af bøgerne på biblioteket og samtidig låner hun 4 nye bøger.

3.1

Tegn i et koordinatsystem en graf der viser sammenhængen mellem antallet af bøger i Martas stabel af bøger i en periode på 10 uger, og aflæs hvor mange bøger, der er i stabelen efter 8 uger?



Marta og Marius vil gerne se EM i håndbold i fjernsynet og diskuterer nu, om de skal leje eller købe et TV. For at belyse problemstillingen nærmere beslutter de at opstille en matematisk model.

3.2

Hvilke elementer, mener du, skal indgå i en sådan model? Prøv at opstille en matematisk model, der kan hjælpe Marta og Marius til at afgøre, om de skal leje eller købe.



Mens Marta er meget flittig og omhyggelig med sit hjemmearbejde, så foretrækker Marius at drive den af. I gennemsnit får Marta og Marius hver uge 2 nye afleveringsopgaver for, og i gennemsnit afleverer Marius 2 afleveringsopgaver, hver anden uge. Skoleåret er på 40 uger og efter de 40 uger skal alle opgaver være afleveret.

3.3

Lav en model, der beskriver Marius' aflevering af opgaver. Hvor mange opgaver mangler Marius at aflevere, når der er gået 10 uger? 20 uger? 40 uger?



I vinterferien har Marta og Marius job på et vintersportshotel i Sverige. Hotellets chef Mats Matte er blevet opmærksom på, at Marta og Marius har kendskab til matematisk modellering, og beder dem derfor om at opstille en model, der på en overskuelig måde kan illustrere og beregne hvor mange gæster, der er på hotellet til et bestemt tidspunkt i en travl periode på 14 dage. Mats oplyser, at der ved periodens begyndelse er 220 gæster på hotellet. De første 4 dage flytter 40 personer ud pr. dag og 10 personer pr. dag flytter ind. Fra og med 5. dag flytter 20 personer ud pr. dag. På 5. og 6.dag flytter 30 personer ind pr. dag og fra og med 7.dag flytter der 50 personer ind pr. dag.

3.4

Giv Marta og Marius et eksempel på, hvordan de kan opstille en matematisk model for hvor mange gæster, der er på hotellet i perioden på 14 dage.



Når problemstillinger som ovenstående skal analyseres ved hjælp af matematiske modeller, så vil der normalt være flere muligheder, når modellen skal opstilles. En model kan fremstilles på forskellige måder:

- Verbal beskrivelse
- En ligning
- En graf
- En tabel

3.5

Diskuter for hver af ovenstående fremstillinger fordele og ulemper ved hver af ovenstående, og giv eksempler på anvendelse af de forskellige fremstillinger.

4

BEFOLKNINGSVÆKST

Kendskab til størrelsen af populationen i et land er vigtigt for såvel embedsmænd som politiske beslutningstagere i forbindelse med f.eks. økonomiske bevillinger til forsvar, transport, skoler, sundhedsvæsen mm.



Interessen for udviklingen af en populations størrelse opstod i løbet af det 18. århundrede, hvor opmærksomheden blev rettet mod forholdet mellem en populations størrelse og forbruget af naturlige ressourcer. Den britiske økonom Thomas R. Malthus (1766-1834) udgav i 1798 bogen '*Essay on the Principle on Population*', hvori han præsenterede en matematisk model for en populations vækst. Malthus' model kan beskrives symbolsk ved denne formel:

$$P_t = P_0 \cdot (1 + r)^t$$

Her er P_t populationens størrelse til tidspunktet t , P_0 er populationens størrelse til starttidspunktet, r er den årlige vækstrate (f.eks. er $r = 0.015$, hvis den årlige vækst er på 1.5%), og t er antal år efter starttidspunktet.

4.1

I bogen '*Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*', der er en amerikansk lærebog i matematisk modellering findes der en opgave, hvor det oplyses, at USA's befolkning i 1950 var på 150.697.000, og herefter skal USA befolkningstal i 1980 og i 2000 bestemmes ved hjælp af Malthus' model, idet det antages, at den årlige vækst er på 2%. Løs denne opgave.

4.1

I bogen '*Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*', der er en amerikansk lærebog i matematisk modellering findes der en opgave, hvor det oplyses, at USA's befolkning i 1950 var på 150.697.000, og herefter skal USA befolkningstal i 1980 og i 2000 bestemmes ved hjælp af Malthus' model, idet det antages, at den årlige vækst er på 2%. Løs denne opgave.

4.2

Ifølge U.S. Census Bureau, Population Division er størrelsen af USAs befolkning ved indgangen til år 2000 274.338.367. Sammenlign med resultatet fra opgave 4.1. Hvad kan være årsagen til eventuelle uoverensstemmelser, og kan bestemmelsen af befolkningsstørrelsen i 2000 eventuelt forbedres?



Befolkningsvækst i England og Wales

Når problemstillinger som befolkningsvækst skal analyseres ved hjælp af matematiske modeller, vil der normalt være tre mulige matematiske metoder at angribe problemet på: *Numerisk*, *grafisk* og *symbolsk*. Disse er kort beskrevet i kapitel 2.

Den numeriske metode anvendes ofte, når der foreligger data i en tabel som nedenstående, der viser befolkningstallet i millioner i England og Wales i perioden fra 1801 til 1911:

År	1801	1811	1821	1831	1841	1851	1861	1871	1881	1891	1901	1911
Mill.	8.89	10.16	12.00	13.9	15.91	17.93	20.07	22.71	25.97	29.00	32.53	36.07

En meget simpel metode er at bestemme differencen eller kvotienten mellem to på hinanden følgende kolonner:

Er *differencen* mellem befolkningstallet i to på hinanden følgende kolonner konstant, vil vi kalde væksten i befolkningstallet *lineær*.

Er *kvotienten* mellem befolkningstallet i to på hinanden følgende kolonner konstant, vil vi kalde væksten i befolkningstallet *eksponentiel*.

4.3

Undersøg om væksten i befolkningstallet i England og Wales i perioden fra 1801 til 1911 er lineær eller eksponentiel.

Grafiske metoder kan hjælpe os med at forstå sammenhænge mellem to størrelser samt til at kommunikere disse sammenhænge. En graf kan give os et overblik over, hvordan befolkningstallet vokser, og vi kan aflæse befolkningens størrelse i et bestemt år.

4.4

Tegn en graf der viser hvordan befolkningstallet i England og Wales udviklede sig i perioden 1801 til 1911.

Endelig er der den symbolske metode, hvor der opstilles matematiske udtryk, en formel, hvori symboler repræsenterer de størrelser, der indgår i modellen. Et eksempel på en symbolsk metode er Malthus' formel for befolkningstallet.

Udtrykket kan f.eks. anvendes til at beregne befolkningstørrelse til et bestemt tidspunkt, eller hvor meget befolkningstallet vokser i løbet af et bestemt tidsrum.

4.5

Opstil et udtryk der beskriver sammenhængen mellem befolkningstallet i England og Wales og tiden i perioden fra 1801 til 1911.



Thomas Robert Malthus
Portræt af John Linnell/Public domain

En matematisk model vil normalt involvere alle de tre nævnte metoder, idet de hver for sig kan give forskellige perspektiver på problemstillingen, der undersøges. De tre metoder bør endvidere suppleres med forklaringer til og begrundelse for, hvordan modellen opstilles og anvendes.

Hvis du ser på den formel, som Malthus præsenterede i 1798 (som nævnt i starten af kapitel 4), kan du se, at han mente, at befolkningen voksede eksponentielt. I hans bog skrev Malthus, at befolkningen voksede eksponentielt men, at mængden af fødevarer voksede lineært. Det var ifølge Malthus et stort problem: han mente, at verdens befolkning vokser så hurtigt, at der i løbet af et århundrede vil blive mangel på fødevarer og en deraf følgende hungersnød.

På baggrund af hans model, anbefalede Malthus at få reduceret fødselsraten ved at udsætte ægteskabsindgåelsen. Det var et tiltag, som han dog frygtede kunne give negative moralske effekter i befolkningen i form af udenomsægteskabelig sex.

Nu gik det som bekendt ikke som spået af Malthus, men selv om Malthus' teori ikke var korrekt, så havde han dog henledt opmærksomheden på, at populationsvækst og væksten af mængden af fødevarer kan beskrives ved hjælp af matematiske modeller.

4.6

Overvej hvorfor Malthus mente, at befolkningen vokser eksponentielt, mens mængden af fødevarer vokser lineært. Beskriv de faktorer der har indflydelse på befolkningsvækst, og beskriv de faktorer, der har indflydelse på, at mængden af fødevarer vokser. Brug disse overvejelser til at give et bud på, hvilken type vækst, der er tale om, når mængden af fødevarer vokser.

5

ALKOHOL-NEDBRYDNING

Det kan være en stor fordel at vide, hvor meget alkohol man har i blodet et bestemt stykke tid efter, man har drukket alkohol. Til det formål udviklede den svenske kemiker Widmark i 1922 en matematisk model for alkoholpromillen i blodet.



Da alkohol er vandopløseligt, kan det kun fordeles i kroppens vand. Hvis man vil udregne alkoholpromillen i blodet, må man derfor først kende til, hvor meget af personens kropsmasse, der udgøres af vand.

Widmark fremstillede en såkaldt reduktionsfaktor r , hvormed man kan udregne, hvor meget vand en persons krop består af. Denne faktor er forskellig alt efter køn:

$$\begin{aligned} r_{\text{mænd}} &= 0,3161 - 0,0048 \cdot v + 0,0046 \cdot h \\ r_{\text{kvinder}} &= 0,3122 - 0,0064 \cdot v + 0,0045 \cdot h \end{aligned}$$

Her er v personens vægt i kg, og h er personens højde i cm.

5.1

Udregn din reduktionsfaktor udfra det ovenstående udtryk.



Widmark mente, at når man kender en persons reduktionsfaktor, kan man med den følgende formel beregne alkoholpromillen udfra følgende formel:

$$C_t = \frac{n \cdot D}{r \cdot w} - \beta \cdot t$$

Her er

- C_t : alkoholpromillen i blodet i g/l til tiden t ,
- n : antal genstande
- D : alkohol i en genstand i g (man siger, at en genstand er 12 g alkohol, det svarer til det, der er i en almindelig øl)
- r : Widmarks reduktionsfaktor
- w : legemesvægt i kg
- β : stofskifterate i g/l/time (for mænd: 0,15; for kvinder: 0,18)
- t : tid i timer

5.2

Normalt regner man med, at der er 12 g alkohol i en genstand. Tegn grafer der beskriver udviklingen af alkoholpromillen i dit blod, hvis du indtager 3, 5 og 8 genstande. Hvor stor er alkoholpromillen i dit blod i de tre tilfælde efter 4, 6 og 8 timer?

5.3

Malthe vejer 80 kg, og han er 178 cm høj. I dag har politiet stoppet Malthe på sin scooter og bedt ham blæse i et alkometer. Hans promille blev målt til at være 0,93. Han sagde, at det er 3 timer siden, at han sidst drak alkohol. Hvor mange genstande har Malthe som minimum drukket for 3 timer siden, hvis han talte sandt?

6

MEDICIN I BLODET

Når vi indtager et medikament, nedbrydes det gradvist i kroppen. Til beskrivelse af denne proces anvendes der ofte en model, hvor det antages, at over et fast tidsrum vil en fast procentdel af medikamentet blive fjernet.



F.eks. regner man med, at ved indtagelse af aspirin vil omkring halvdelen af medikamentet være nedbrudt i løbet af en halv time. Antag at du indtager en dosis aspirin på 750 mg.

6.1

- (a) Hvor meget aspirin er der tilbage i blodet 4 timer efter indtagelsen?
- (b) Opstil et symbolsk udtryk til bestemmelse af mængden af aspirin i kroppen til et bestemt tidspunkt.

6.2

Tegn en graf der viser sammenhængen mellem mængden af aspirin i blodet og tiden.



Mange mennesker indtager regelmæssigt medicin. Antag nu at du hver fjerde time indtager en dosis aspirin på 200 mg.

6.3

Hvad er effekten over et længere tidsrum, f.eks. 4 døgn, af denne regelmæssige indtagelse? Opstil f.eks. en tabel og tegn en graf, der beskriver sammenhængen mellem tiden og mængden af aspirin i blodet.

6.4

Se på den graf, du tegnede i sidste opgave. Hvilken type udvikling tror du, der er tale om. Sammenlign dette med det du ved om kroppens nedbrydelse af alkohol. Er der forskel på, hvordan alkohol nedbrydes, og hvordan medicin nedbrydes?

7 GÆRCELLER

Når man laver vin, udnytter man en naturlig gæringsprocess. Når druerne moses blandes gærceller, der sidder på overfalden af druerne med druernes frugtsaft. Under gæringsprocessen i sådan en opløsning omdanner gærcellerne sukkerstoffer til ethanol (alkohol) og kuldioxid.



I en gæringsprocess gennemløber gærcellerne forskellige faser. I hver fase er udviklingen af antallet af gærceller anderledes.

Lagfasen: I den første fase skal gærcellerne lige vænne sig til de nye forhold, de befinder sig i. I denne fase deler gærcellerne sig næsten ikke. Når gærcellerne har vænnet sig til forholdene, går de ind i den anden fase.

Den eksponentielle fase:

I den anden fase deler cellerne sig med en konstant hastighed. På et tidspunkt har gærcellerne delt sig så mange gange, at der simpelthen ikke er sukkerstof nok til alle. Så går gærcellerne ind i den tredje fase.

Den stationære fase:

I den tredje fase dør der ligeså mange gærceller, som der er celle-delinger. I alle disse faser har de levende gærceller omdannet sukkerstoffet til alkohol (ethanol) og kuldioxid, men alkohol er meget giftigt for gærceller. På et tidspunkt er der ikke mere næring til gærcellerne, og der er blevet omdannet så meget alkohol, at gærcellerne ikke længere kan overleve.

Dødsfasen:

I den sidste fase begynder gærcellerne gradvist at dø, her dør der langt flere gærceller, end der er celledelinger.

7.1

Tegn en graf der beskriver væksten af gærceller i de forskellige faser.



7.2

Mængden af alkohol der omdannes afhænger af antallet af gærceller. Desto flere gærceller, der lever i opløsningen, desto mere alkohol omdannes der. Hver gærceller omdanner en fast mængde sukkerstof til alkohol og kuldioxid. I sidste opgave tegnede du en graf, der beskriver væksten af gærceller i de forskellige faser. Brug denne beskrivelse til at overveje, hvordan alkohol-procenten i en opløsning udvikler sig over tid. Tegn en graf, der beskriver hvordan alkohol-procenten vokser i en gæringsprocess.



I nedenstående skema ser du resultater fra et forsøg, hvor man jævnligt har målt alkohol-procenten i en opløsning:

Tid i timer	5	10	15	20	25	30	35	40	60	80	100	120	140	200	250
Alkohol%	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	1,0	1,3	1,6	4,0	6,5	9,3	11,1	12	12,5	12,5

Kilde: <http://w2.ef.dk/netbog/Htxopg/kap32.htm>

7.3

- Sammenlign disse resultater med den graf du tegnede i opg. 4.4. Svarer udseendet på din graf til de numeriske data?
- Prøv at se på resultaterne fra de første 40 timer af forsøget. Undersøg om væksten i alkohol-procent mellem time 5 og time 40 er eksponentiel eller lineær.

Væksten af alkohol-procenten i en opløsning er en vækst-type, man kalder logistisk vækst.

7.4

Beskriv hvad der karakteriserer logistisk vækst udfra det, du ved om væksten af alkohol-procenten.

7.5

Der er mange ting, der vokser logistisk. Prøv at finde nogle eksempler på noget, der vokser logistisk. Beskriv hvilke faktorer der har indflydelse på, at væksten er logistisk.

8

TSE-TSE FLUER

Den afrikanske Hilus-stamme lever af kvægavl. Stammens indkomst afhænger af, hvor meget kvæg der hvert år kan sælges. Jo større stammens kvægbestand er, des større indtægt har stammen.



Da det sjældent regner, der hvor kvæget græsser, har stammen anlagt en brønd og indrettet et vandingsanlæg. De slår tilfredse fast, at kvægets græsgange bliver mere og mere frugtbare i takt med at området vandes, og at kvægbestanden bliver større og større i takt med, at græsgangene bliver mere og mere frugtbare. Stammen har nu lært, at der er en sammenhæng mellem frugtbarheden af græsgangen og størrelsen på kvægbestanden: Jo mindre foder der gror på græsgangen, jo mindre bliver kvægbestanden.

Derfor vælger stammen at vande området endnu hyppigere. Men den udvidede vanding har en ubehagelig bivirkning: antallet af de frygtede tse-tse fluer begynder at vokse meget hurtigt. Jo fugtigere græsgangen er jo mere formerer tse-tse fluerne sig. Og da tse-tse fluerne kan smitte kvæget med den ofte dødelige sovesyge, er stammen ængstelig for, at deres kvægbestand skal falde.

8.1

Forsøg at skitsere de nævnte sammenhænge på en måde så man på én gang kan overskue de vigtigste faktorer.

9

AFSLUTNING

Skriv et kort referat af dine aktiviteter i forbindelse med dette tema.



Referatet skal afsluttes med en konklusion om, hvad du synes er de vigtigste resultater af arbejdet med dette tema – hvilke matematiske egenskaber ved forskellige typer vækstfunktioner har du nu fundet. Du kan endvidere fremsætte såvel kritik og spørgsmål vedrørende temaet og hele forløbet, samt give forslag til ændringer mm.

