

matematik

i robotlaboratoriet

Vol. 3

SDU

SYD



Region
Syddanmark

2018, 1. udgave

Forside: Colourbox/"M" Logo: Michael Fabrin Hjort

Materialet er udgivet under Labmat med økonomisk støtte fra Region Syddanmarks Uddannelsespulje.

Undervisningforløbene er udviklet under Laboratorium for Sammenhængende Uddannelse og Læring (LSUL).

Tekst, billeder og materialer er udarbejdet af Jeppe Munk og Søren Præstegaard

Illustrationer: Colourbox (side 1)

Redaktør: Claus Michelsen (LSUL)

Layout/Design: Michael Fabrin Hjort (LSUL)

Kontakt: lsul@sdu.dk

Der tages forbehold for fejl. Trykt hos Print & Sign, Syddansk Universitet

Materialet er tilgængeligt online på lsul.dk under menupunktet skriftserie.

ISBN 978-87-92321-29-9

Udgivet af

Laboratorium for Sammenhængende Uddannelse og Læring (LSUL)

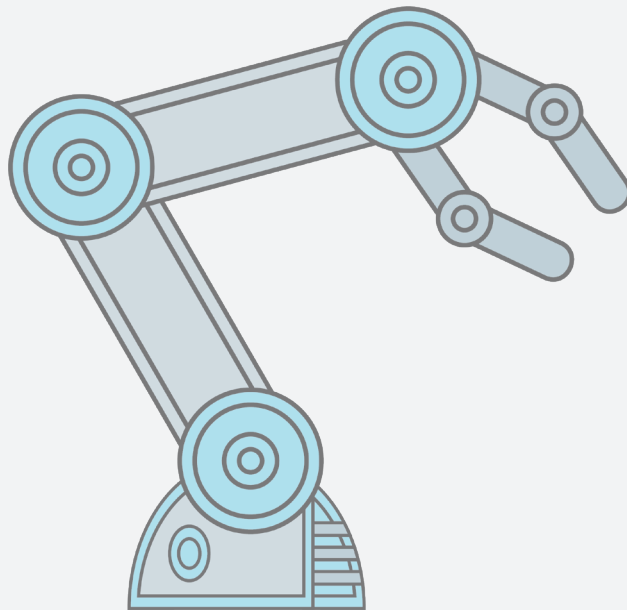
Syddansk Universitet

Campusvej 55

5230 Odense M

Denmark

www.lsul.dk



MATEMATIK I ROBOTLABORATORIET

UDARBEJDET AF

JEPPE MUNK OG SØREN PRÆSTEGAARD

REDAKTØR

Claus Michelsen

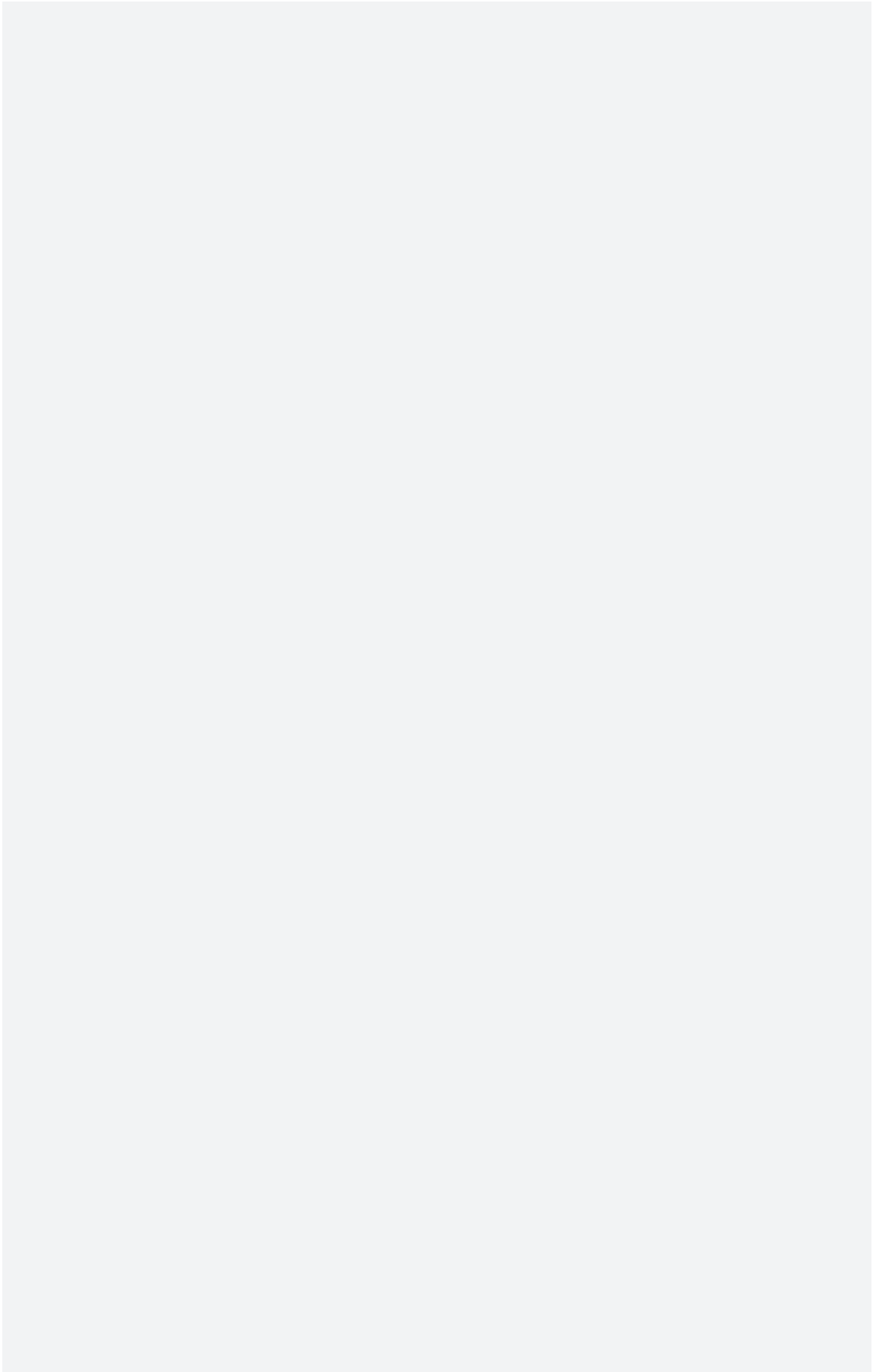
INTRODUKTION

Det her foreliggende hæfte Matematik i robotlaboratoriet indgår som volumen 3 i rækken af læremidler til matematikundervisningen udgivet under titlen Laboratorium for matematikundervisning af Laboratorium for Sammenhængende Uddannelse og Læring (LSUL). Laboratorium for matematikundervisning er et resultat af projektet Laboratorium for Matematikundervisning (LabMat), der er støttet af en bevilling fra Region Syddanmarks Uddannelsespulje. LabMat er et fireårigt projekt med start i 2015, der gennem systematisk og målrettet udviklingsarbejde skal styrke børn og unges kompetencer og færdigheder i matematik fra folkeskole til ungdomsuddannelser. Udviklingsarbejdet omfatter både didaktik, undervisningsforløb med læremidler, workshopaktiviteter og efteruddannelses tiltag, hvor uddannelsesforskere, fagprofessionelle og lærerstuderende inden for rammen af autentiske undervisningsmiljøer afprøver, udveksler og evaluerer nye undervisningsinitiativer matematik i fællesskab.

LabMat fungerer som en motor for en omfattende nytænkning af matematikundervisningen med afsæt i en didaktisk ramme, der prioriterer en undersøgelsesbaseret og anvendelsesorienteret tilgang til matematik og til matematiks samspil med andre fagområder, herunder naturfagene. Nytænkningen omfatter en vision om en ophævelse af den faglige og didaktiske adskillelse af matematik og naturfag i grundskolen og ungdomsuddannelser. LabMats tiltag skal bringe undervisningen på alle niveauer i nærmere overensstemmelse med den praktiske anvendelse af matematiske kompetencer, og derved fremme de unges forudsætninger og interesse for naturfagene og de tekniske erhvervsuddannelser, hvorved rekrutteringsgrundlaget for regionens fremtidige arbejdskraft inden for naturvidenskab kan styrkes. Udviklingsteams af forskere, lærere og studerende har i fællesskab med afsæt i den såkaldte IBSME -metode udviklet konkrete undersøgelsesbaserede og anvendelsesorienterede undervisningsforløb på tværs af grundskolen og ungdomsuddannelserne til gavn for de dygtigste elever, middelgruppen og i særdeleshed de elever, som er i matematikvanskeligheder.

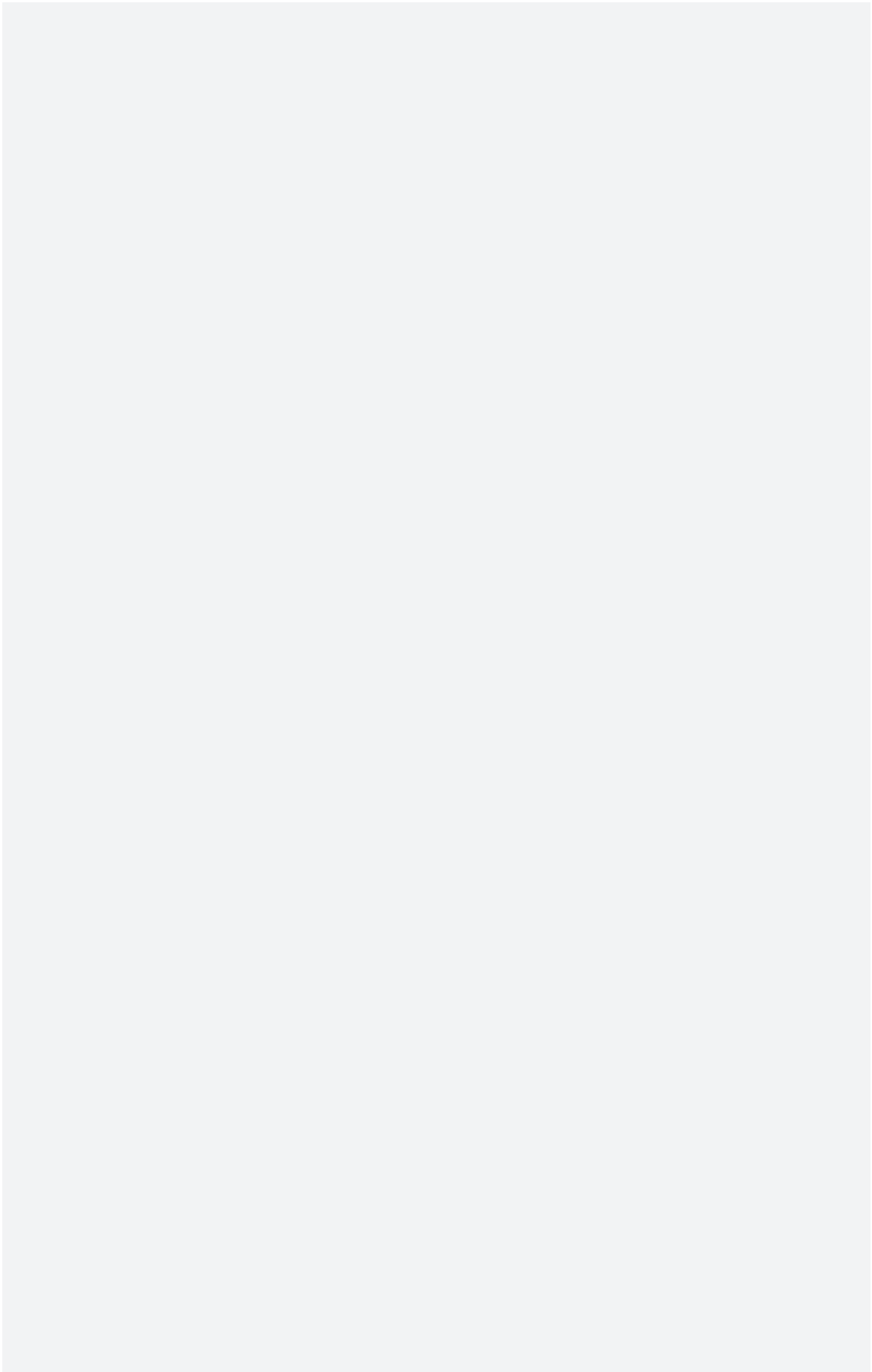
Udgangspunktet for Matematik i robotlaboratoriet er den kendsgerning, at der i de seneste tyve år har været en tydelig udvikling i retning af, at forskning og erhverv byggende på matematiske kompetencer bliver mere og mere afhængig af digitalisering til problemløsning, modellering, simulering og databehandling. Eksempler på dette er bioinformatik, kemometri, neuroinformatik, computational statistik og ikke mindst robotteknologi. Matematik i robotlaboratoriet afspejler den rolle matematiske kompetencer spiller i dag, hvor fx matematikbaseret avanceret databehandling og simulering er det fremherskende middel til opdagelse og innovation på stort set alle områder inden for videnskab, teknologi og samfund.

Matematik i robotlaboratoriet præsenterer et forløb på Syddansk Erhvervsskoles robotlaboratorium, hvor eleverne inviteres til at anvende bruger teknologiske hjælpemidler (robot og programmer på computer) til at løse et problem med matematisk og naturfagligt indhold.



INDHOLD

	Side
INTRODUKTION	2
1 ROBOTLABORATORIUM	7
1.1 DIDAKTISKE OVERVEJELSER	7
1.2 PÆDAGOGISKE OVERVEJELSER	10
1.3 TEKNOLOGI I SPIL	11
1.4 BEGREBSMÆSSIGE ERKENDELSER HOS ELEVERNE	12
2.1 TIDSPLAN	15
2 UNDERVISNINGSMATERIALE	15
2.2 RUMFANG AF EN AFSKÅREN CYLINDER	16
2.3 DEN AFSKÅRNE CYLINDER	17
2.4 EKSPERIMENTER MED ROBOTTEN	21
3.1 2.I - KLASSE I STUDIERETNINGEN TEKNOLOGI-DESIGN	23
3 EVALUERING AF UNDERVISNINGEN	23
3.2 7. KLASSE FRA KRATHOLMSKOLEN	24
4.1 INTRODUKTION TIL UR5 PROGRAMMERING	25
4 BILAG	25
4.2 TEORETISK BEREGNING	31
4.3 EKSEMPLER PÅ DATAOPSAMLING FRA ELEVER	34

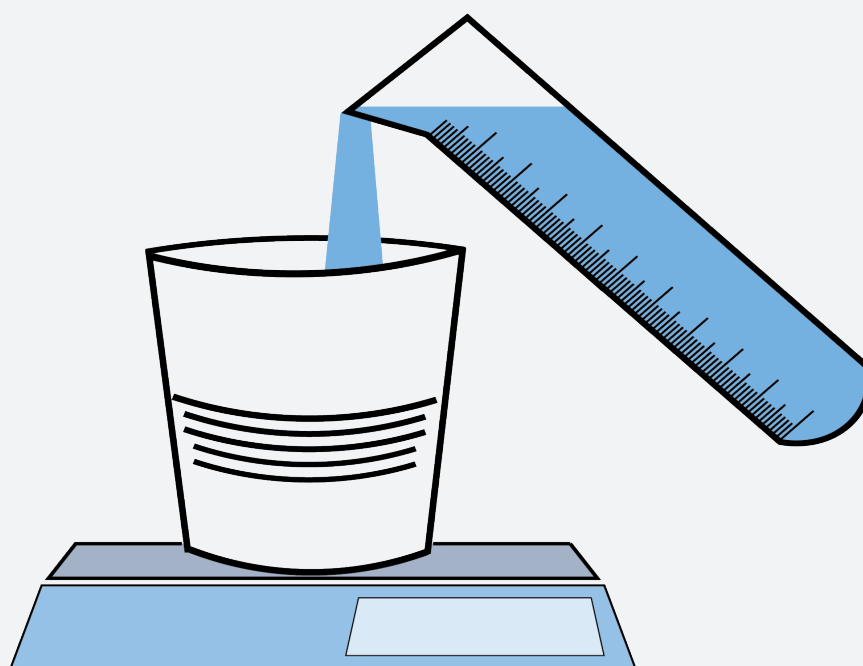


1

ROBOTLABORATORIUM

Danmarks vækstråd anbefalede i 2016 at gøre Computational Thinking til en integreret og obligatorisk del af uddannelse på alle niveauer i Danmark, og anbefalingen blev gentaget af regeringens digitale vækstråd i 2017. Der er mange tiltag på vej i retning af dette, og i dette undervisningsforløb har vi forsøgt at bruge computational thinking til at styrke det eksperimentelle aspekt af naturfagsundervisningen og begrebsdannelsen i matematik.

Syddansk Erhvervsskole har satset på at udvikle uddannelser indenfor automatik og robotteknologi. Syddansk Erhvervsskole har i den forbindelse sammen med EUC Syd og Herningsholm Erhvervsskole opnået status som "nationalt videnscenter for automation og robotteknologi". Centeret blev officielt indviet d. [15. august 2018](#). Som en del af satsningen er der indkøbt fire robotter fra Universal Robots, UR5. De er placeret i et særligt robot-laboratorium på Odense Tekniske Gymnasium. Robotterne benyttes især til undervisning i programmering. Men også andre fag, eksempelvis matematik, fysik, teknologi, kunne undertiden have gavn af at benytte robotterne til praksisnær undervisning.



1.1 DIDAKTISKE OVERVEJELSER

Når robotterne inddrages i dette forløb er der to primære forskelle, i forhold til den traditionelle måde man ville undervise i eksperimentel fysik og beregning på volumen i en cylinder:

- Eksperimentets indhold og udførsel skal formuleres i et sprog som robotten forstår. Ellers er det simpelthen ikke muligt at udføre eksperimentet. Det skal øge elevernes bevidsthed om den proces der skal gennemgås for at måle et resultat. Dette er et væsentligt aspekt af computational thinking, når IT inddrages i andre fag.
- Beregningerne i matematik får et mere konkret formål og udtryk, fordi der er tale om konkrete fysiske objekter. Ved hjælp af teknologien får matematikken et andet udtryk, og abstrakte objekter gøres konkrete.

MÅLGRUPPE

Det er en rimelig stejl læringskurve at eleverne i løbet af få timer først skal lære at betjene en robot - og efterfølgende benytte den til en fysisk-matematisk øvelse. Imidlertid har eleverne - både gymnasieelever og folkeskoleelever - betragtet undervisningen i robot-lab som en ganske særlig dag. Derfor har de også været ret opsatte på at tage sig sammen og få det bedste ud af dagen.

Målgruppe:

- Gymnasieelever, mat B, trigonometriske funktioner
- Folkeskoleelever, 7.-9. klasse.

Gymnasieeleverne har mere erfaring i funktionsbegrebet end folkeskoleelever. De forventes derfor at kunne lave systematisk dataopsamling, registrering i tabel, sæt punkter i koordinatsystem og forbinde punkterne med en kurve. Efterfølgende forventes det, at de kan benytte kurven begge veje:

- givet en hældningsvinkel, hvor meget kommer der så i koppen?
- hvis jeg ønsker en bestemt mængde i koppen, hvor meget skal hældningsvinklen så være?

Gymnasieeleverne forventes desuden med kendskab til tangens at kunne beregne den ophældte mængde som funktion af vinklen. I hvert fald så længe målebægeret et over halvt fuldt.

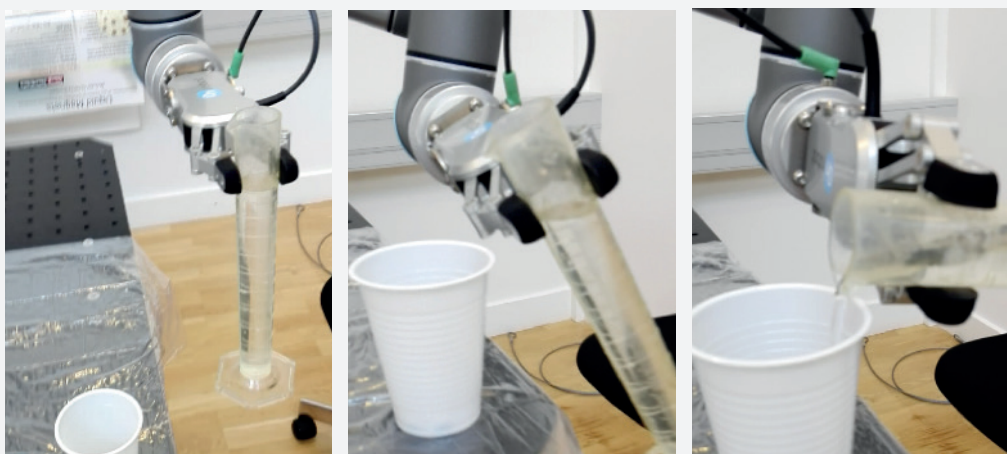
Folkeskoleeleverne forventes med målrettet vejledning at kunne foretage ophældning, dataopsamling, tegne kurve og benytte kurven begge veje. De forventes også at kunne forstå rumfangsberegning af en halv cylinder. Men de kender ikke til tangens og kan derfor ikke matematisk sammenkæde vinkel med rumfang.

Ved 7. klasses elever kan man evt. forvente at de i mindre grad er målrettede, systematiske og arbejdsomme.

FORMÅLET MED UNDERVISNINGEN

Det overordnede formål er her formuleret meget konkret. Det er muligt at pinde det ud i 50 meget konkrete delmål. Omvendt kan man også formulere formålet mere generelt, nemlig at eleverne skal opnå modelleringskompetence. Kort fortalt at eleven:

- Kan lave en model, der kan forudsige hvilken vinkel man skal hælde et målebæger for at få en bestemt mængde vand ud
- Kan benytte en robot (UR5) til ophældning af en bestemt mængde vand, ved at hælde målebægeret i en bestemt vinkel



1.2 PÆDAGOGISKE OVERVEJELSER

ROBOT ER SJOVT

Alt hvad man laver med en robot er spændende! Det er altså motiverende alene på grund af at vi benytter en robot i arbejdet. Endda selv hvis robotten skulle vise sig at være en hindring for den mest hensigtsmæssige udførelse af øvelsen. På den måde minder brugen af robotten i dag om hvordan man brugte computere i undervisningen for 10-20 år siden.

Nogle elever (piger) kunne tænkes at være forskrækkede over at skulle betjene en robot. Teknologiforskrækkelsen skal hurtigst muligt overvindes ved at opfordre alle elever til på skift at kaste sig ud i enkel betjening af robotten. Der er faktisk næsten intet, der kan gå galt.

HÆNDER OG HOVED

Arbejdet med robotten giver anledning til at være aktiv både praktisk med hænderne og mentalt med hovedet. Med hænderne skal knapper (touch screen) på robotten betjenes og det relevante udstyr skal stilles frem.

Mentalt skal man planlægge arbejdet og have en forventning om udfaldet. Så skal man observere effekten på robotten og justere. Endelig skal man lave dataopsamling og databehandling.

Netop variationen mellem praktisk arbejde og mental aktivitet er særlig tilfredsstillende i en læringssituation.

VEKSELVIRKNING

Vi har fire robotter til rådighed. Derfor er det nødvendigt skiftevis at arbejde med beregninger og ved robotterne. Men derudover er det også hensigtsmæssigt for forsøget med robotten, at der undervejs er pauser, hvor man koncentrerer sig om beregninger, databehandling og modellering ved et bord (borte fra robotten).

Af hensyn til tidsforbruget har vi valgt, at eleverne ved sidste skift fra teori til robot arbejder videre med programmering af robotten, der hvor gruppen før dem var kommet til. Det stiller nogle krav til en struktureret tankegang i programmets opbygning, således at næste gruppe kan genkende, overtage og videreudvikle på programmet. Det er en ønskværdigt konsekvens af vekselvirkningen. Omvendt mister eleverne lidt ejerskab over programmet, hvilket er lidt uheldigt. Ved at bruge lidt ekstra tid kan man sikre sig, at hver gruppe også får lov at komme helt i mål med sit eget program.

1.3 TEKNOLOGI I SPIL

Robot med 6 frihedsgrader. 3D position og 3D orientering. Men vi gør faktisk kun brug af én frihedsgrad til ophældningen.

- andre robotlignende teknologier med kun én frihedsgrad vil kunne udføre en tilsvarende undervisning
- der mangler stadig en rigtig god idé til at udnytte UR5 robottens fulde potentiale i en undervisningssammenhæng.

Som introduktion til robotten blev eleverne vist betydningen af robottens 6 frihedsgrader.

- 6 knapper (+/-) til at styre de 6 frihedsgrader
- 6 knapper (+/-) til at styre hver enkelt led-motor på robotten
- 6 motorer på robotten

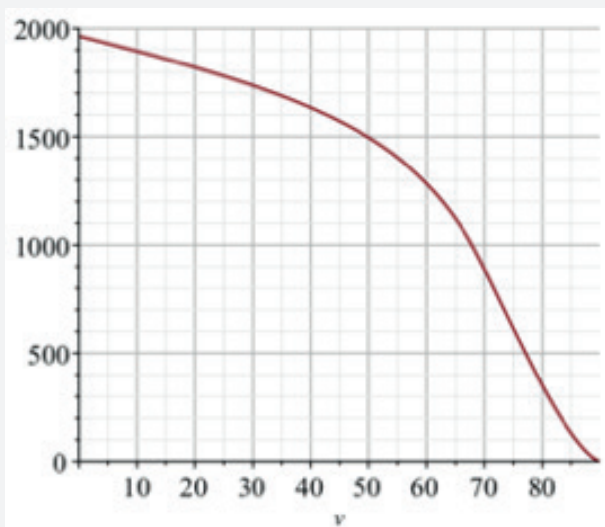
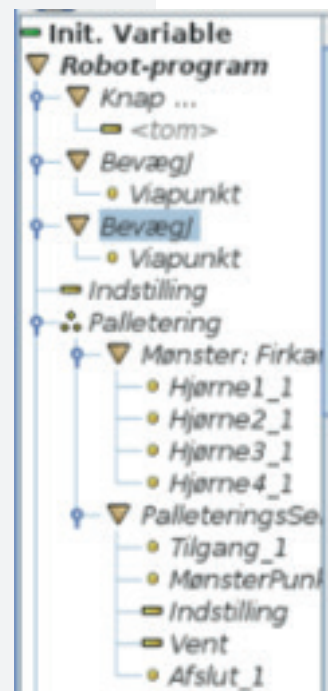
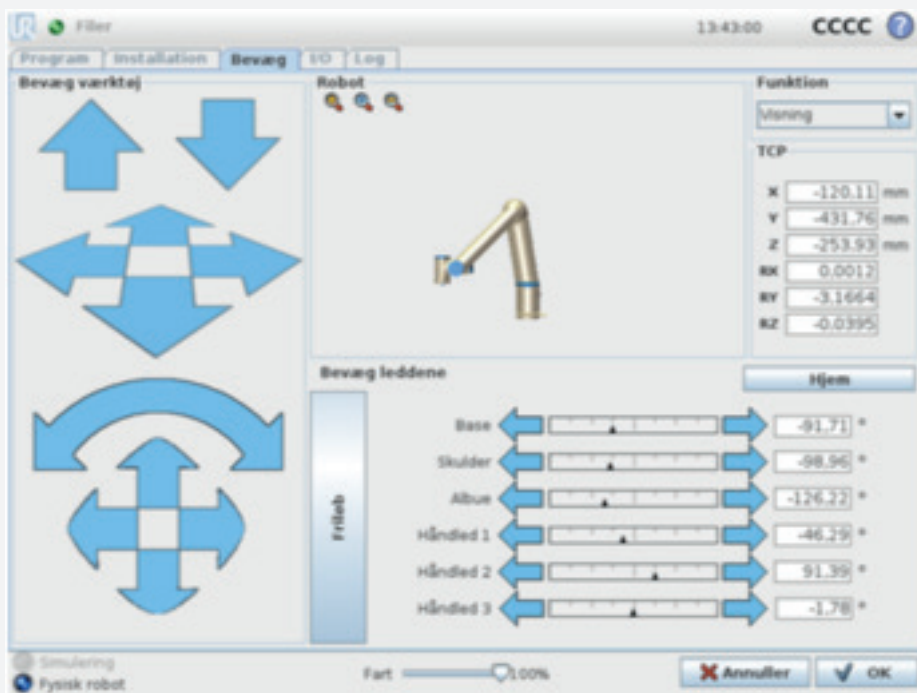
Det er vigtigt at fremhæve, at hvis man har en robot med kun én frihedsgrad til rådighed, så kan man gennemføre præcis det samme undervisningsforløb. Vi har kun udnyttet en sjettedel af robottens funktion til den væsentligste del af aktiviteten - nemlig selve ophældningen.

1.4 BEGREBSMÆSSIGE ERKENDELSE HOS ELEVERNE

- Det tredimensionelle koordinatsystem
- 6 frihedsgrader medfører at robotten kan finde en vilkårlig position (3 frihedsgrader) samt en vilkårlig orientering (3 frihedsgrader). Dette er en meget grundlæggende erkendelse, men som ikke finder anvendelse i det efterfølgende arbejde.
- Sammenhæng mellem to variable - ophædningsvinkel og mængden af vand hældt op.
 - o uafhængig og afhængig variabel
 - o omvendt funktion (bruge grafen baglæns)
- Rækkefølge af forskellige operationer med robotten (flyt position, brug gribeklo, rotation af gribeklo, hold pause)
- Rumlige figurer: cylinder afsnit og cylindrisk kile (cylindrical wedge)

Du kan læse om 'Cylindrical Wedge' på Wolframs Mathworld:

<http://mathworld.wolfram.com/CylindricalWedge.html>



2

UNDERVISNINGSMATERIALE

Herunder følger materialer til et komplet undervisningsforløb, som blev brugt d. 19. og 20. marts 2018 af to 8. klasser fra Henriette Hørlücks skole. Søren Præstegaard var underviser d. 19/3, mens Jeppe Munk underviste d. 20/3.

Den afsluttende konkurrence handlede om at eleverne skulle hælde en bestemt mængde vand op. På det tidspunkt måtte de ikke længere prøve sig frem. De skulle benytte deres undersøgelser indtil videre til at bestemme en ophædningsvinkel, som burde give den ønskede mængde vand. Underviseren valgte mængden af vand således at ingen gruppe i deres forsøg havde hældt præcis denne mængde op. Alle grupper skulle således bruge deres graf eller interpolere i deres data for at finde vinklen.

2.1 TIDSPLAN

Eleverne arbejder skiftevis praktisk ved robotterne og teoretisk ved bordene. Eleverne får således mulighed for at koble indholdet af den almindelige matematikundervisning med det mere praktiske arbejde ved robotterne. Vi opnår en god variation i arbejdsformer. Endelig rent praktisk, så har vi kun fire robotter til rådighed. Derfor er det også nødvendigt med skifteholdsarbejde.

Tidspunkt	Hold 1	Hold 2
8.30-8.40	Fælles opstart	
8.40-9.20	Robotprogrammering	Rundvisning
9.20-10.00	Beregning	Robotprogrammering
10.00-10.10	Pause	
10.10-10.50	Eksperiment	Beregning
10.50-11.30	Modellering	Eksperiment
11.30-12.10	Frokost	
12.10-12.50	Rundvisning	Modellering
12.50-13.00	Pause	
13.00-13.30	Konkurrence	

2.2 RUMFANG AF EN AFSKÅREN CYLINDER

Dagens opgave handler om at hælde vand op, og for at kunne finde en god løsning på den opgave, er det nødvendigt at forstå hvordan man finder volumen af det man kalder en afskåren cylinder. Vi starter med den almindelige cylinder.

Hvis man skal finde rumfanget af en cylinder - altså hvor meget vand der kan være i glasset - skal man kende cylinderens højde, samt radius i den cirkel der udgør bunden. Man ganger simpelthen arealet af cirklen med højden i cylinderen. Det giver følgende formel for rumfang af en cylinder:

$$V = h \cdot \pi \cdot r^2$$

Man bruger tit bogstavet V (Volumen) når man snakker om rumfang. h er cylinderens højde og r er radius i cirklen i bunden.

Opgave 1:

Bestem rumfanget af en cylinder der er 21 cm høj, og har en radius på 2,5 cm.

Opgave 2:

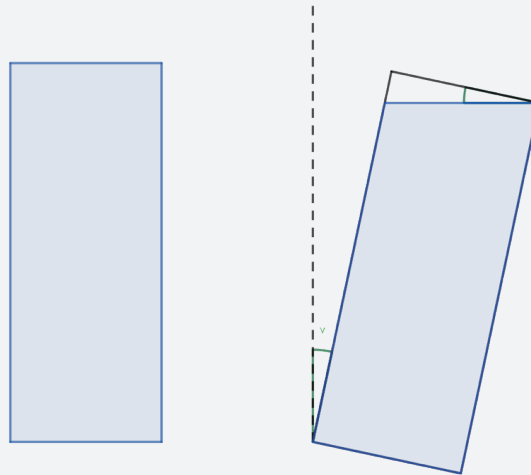
En cylinder med et rumfang på 90 cm³ har en radius på 3 cm. Bestem cylinderens højde.

Opgave 3:

Find en eller flere cylindre i robotlaboratoriet, og mål højden og radius på dem. Beregn deres rumfang.

2.3 DEN AFSKÅRNE CYLINDER

Når man holder cylinderen i en vinkel, begynder vandet at løbe ud af toppen, som vist på figur 1. Vandet der er tilbage i cylinderen har form som en afskåren cylinder. Prøv selv med et af måleglassene i lokalet.



Figur 1: En cylinder set fra siden, og en afskåren cylinder

Figur 1 viser hvordan man kan hælde vand ud af en cylinder, ved at holde cylinderen i en vinkel.

Opgave 4:

Kan I forklare, hvorfor de to vinkler, der er markeret med grønt på Figur 1, er lige store?



Figur 2: Her er den afskårne cylinder tegnet lodret.

Opgave 5:

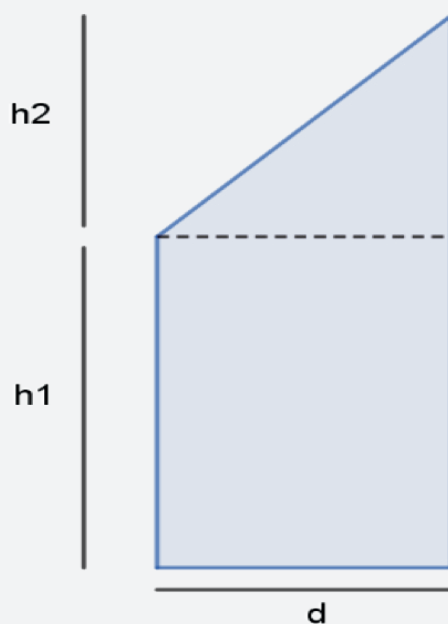
Diskutér hvordan man kan finde rumfanget af en afskåren cylinder. Hvilke oplysninger har I brug for?

(Det kan være nyttigt at dele cylinderen op i to dele, og regne deres rumfang hver for sig, og til sidst lægge dem sammen.)

Skriv de relevante størrelser på tegningen herover.

Hvis man deler den afskårne cylinder op i to dele, som vist på figur 3, kan man se, at rumfanget kan bestemmes som rumfanget af en cylinder, plus rumfanget af en halv cylinder. Det giver følgende formel for rumfanget af en afskåren cylinder.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h_1 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h_2$$



Opgave 6:

Kig godt på formlen, og på figur 3. Diskutér hvorfor formlen ser ud som den gør.

Opgave 7:

En afskåren cylinder har

$$h_1 = 5 \text{ cm}$$

$$h_2 = 3 \text{ cm}$$

$$d = 10 \text{ cm}$$

Bestem rumfanget af den afskårne cylinder.

Opgave 8:

Et cylindrisk måleglas med en radius på 10 cm fyldes helt op med vand, og derefter holdes den i en vinkel, så der løber 100 ml vand ud.

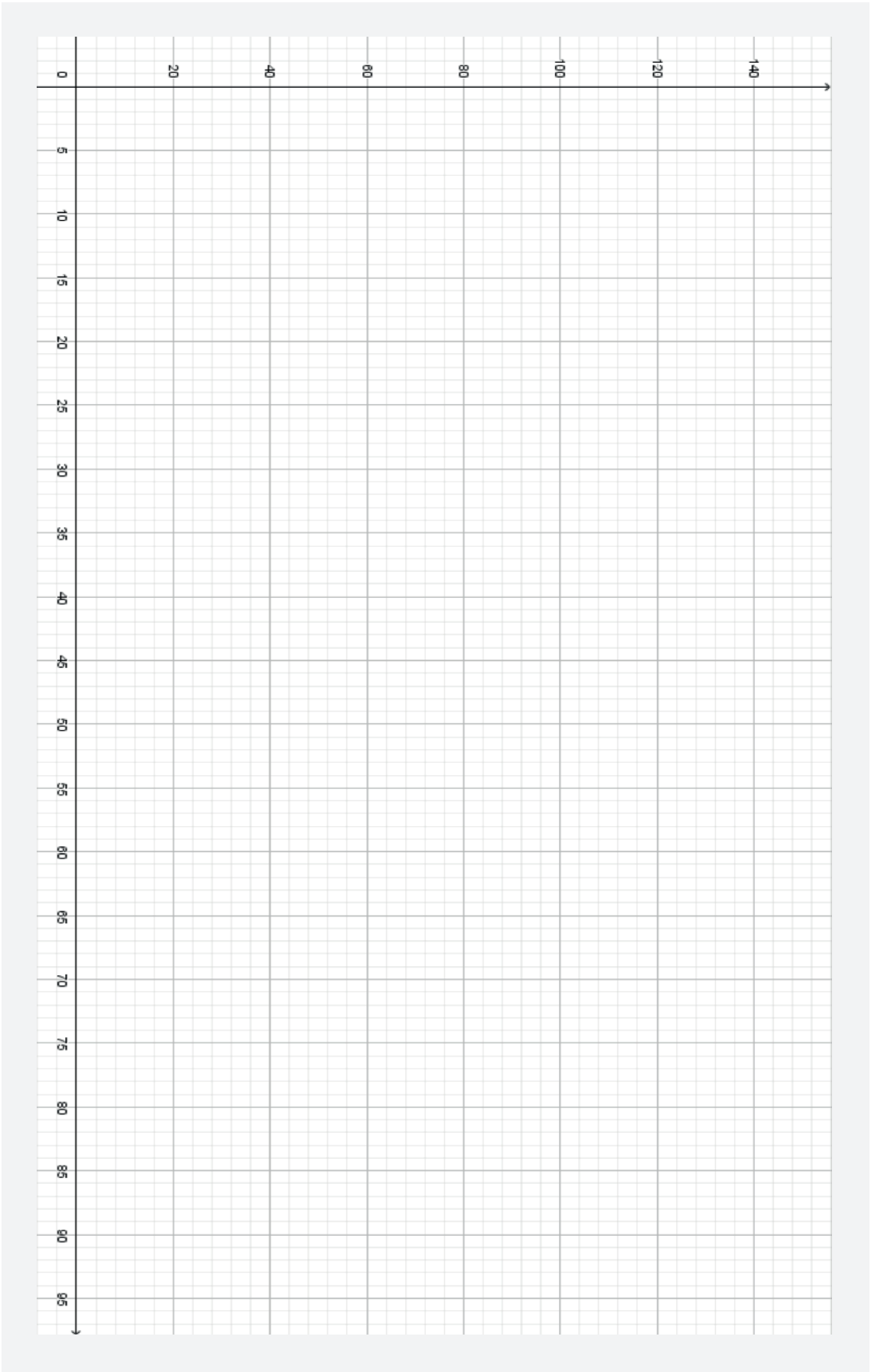
- Tegn en skitse af situationen.
- Hvor stor var højden h_2 , da vandet var løbet ud?

2.4 EKSPERIMENTER MED ROBOTTEN

Når I har lavet et program, der kan få robotten til at hælde vand op i bestemt vinkler, skal I udfylde skemaet herunder. Vælg nogle passende vinkler, og mål hvor meget vand der løber ud.

Forsøg	Vinkel	Vand
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		

Plot jeres måleresultater ind i koordinatsystemet. På x-aksen har vi vinklen, som vi hælder med. På y-aksen har vi den mængde vand, som er blevet hældt op.



3

EVALUERING AF UNDERVISNINGEN

Herunder følger en kort evaluering af forløbet fra 2.i (Odense Tekniske Gymnasium) og 7. klasse (Kratholmskolen).

3.1 2.I - KLASSE I STUDIERETNINGEN TEKNOLOGI-DESIGN

Jeppes (underviser) evaluering:

- Eleverne var meget tilfredse med at arbejde med robotter. Der var stor lyst til at læse at bruge robotterne, men en stor del af eleverne var mest optaget af at lege med robotterne og bruge dem til noget pjattet. Kun få elever havde en naturlig interesse i at arbejde struktureret med ophældning og måling. To piger havde nærmest robot-angst og skulle nødes til at betjene robotten.
- Det lykkedes for alle grupper at lave systematiske målinger og plotte sammenhængen mellem ophældningsvinkel og mængden af tilbageværende vand i bægeret. Der var ingen problemer med at forudsige en vinkel, når jeg bad om at få hældt en bestemt mængde vand op. I alle grupper var eleverne således i praksis fortrolige med begreber som uafhængig og afhængig variabel, grafisk forståelse af omvendt funktion.
- Kun én gruppe lykkedes det for teoretisk (dvs. med udgangspunkt i formler at lave et plot) at beskrive sammenhængen mellem vinkel og mængde - helt til op 90° . Og det til trods for at klassen havde lært at bruge tangens og at de fik formlen for rumfang af cylindrisk kile oplyst. Fire af grupperne kunne teoretisk beskrive sammenhængen op til den hældningsvinkel, hvor halvcylinder ophører og cylindrisk kile begynder. Her var der undertiden problemer med at indse, at den samme formel ikke også kunne bruges helt op til 90° . Tre af grupperne kunne slet ikke plotte nogen teoretisk sammenhæng mellem vinkel og mængden af vand.

3.2 7. KLASSE FRA KRATHOLMSKOLEN

21 elever fra 7. klasse på Kratholmskolen på besøg fredag d. 25. maj 2018.

Elevernes evaluering:

- Det var svært at arbejde videre på en anden gruppes start-arbejde.
- Eleverne havde svært ved at se sammenhængen mellem de regnede matematikopgaver og det praktiske ved robotterne - de oplevede kun en lille sammenhæng.
- Er ikke tilfreds med at nogen andre arbejde videre på "mit barn" - det program, som jeg selv har lavet.
- Hvorfor skulle vi have en guided tur rundt på skolen, spurgte nogle elever kritisk. [den meget lavpraktiske årsag er, at vi ønsker halvdelen af eleverne til at starte forskudt].
- Eleverne ytrede ønske om også at komme på besøg på andre gymnasier
- 'Programmeringsdelen' er meget forskellig fra den øvrige programmering, som eleverne har lært.
- I forhold til scratch er der få lighedspunkter. Dette er mere enkelt. Det er fedt at det også fungerer i virkeligheden.

Jeppes (underviser) evaluering:

- Nogle grupper havde enormt svært ved at komme i gang med systematisk at foretage målinger og skrive det i tabel og videre i koordinatsystem. Færdighederne var nok til stede, men det var arbejdsmoralen ikke.

4

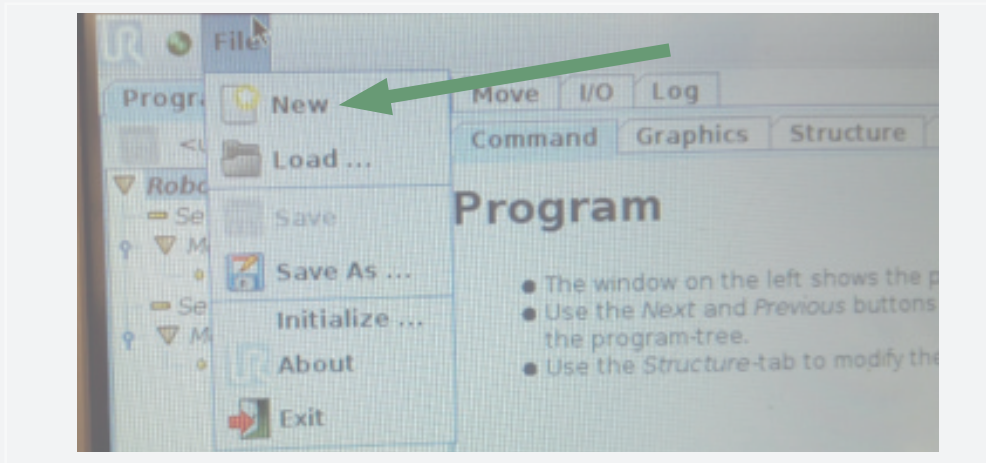
BILAG

Herunder følger 'Introduktion til UR5 programmering', 'Teoretisk beregning' og eksempler på dataopsamling fra elever.

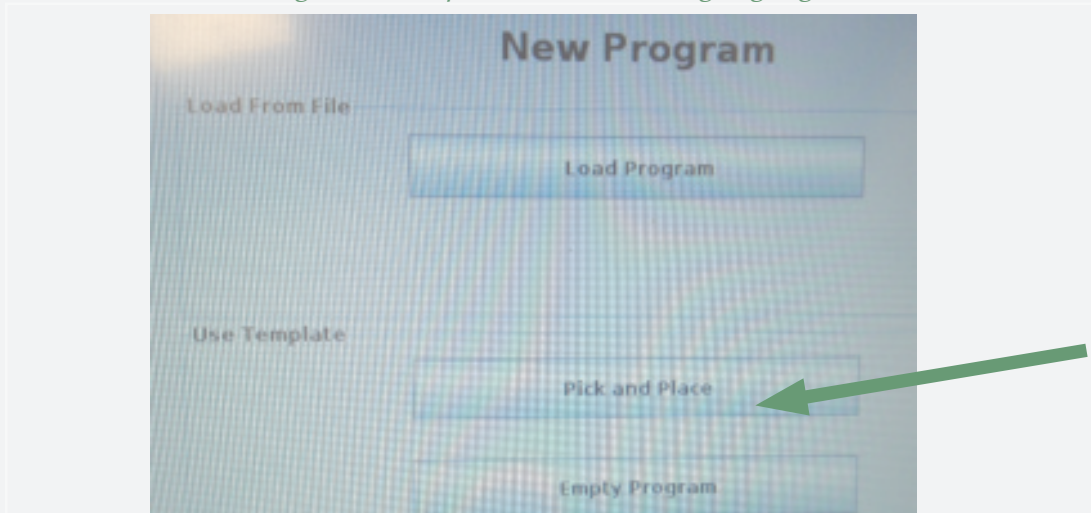
4.1 INTRODUKTION TIL UR5 PROGRAMMERING

Følgende 12 fotografier inkl. tekst er en hurtig hjemmelavet introduktion til at bruge robotterne. Introduktionen blev brugt 19. januar 2018 da gymnasieklassen 2.i skulle arbejde med robotterne. Introduktionen har naturligvis kun relevans, hvis man arbejder med netop UR5 robotter.

Vælg: New. Vi skal lave et nyt program

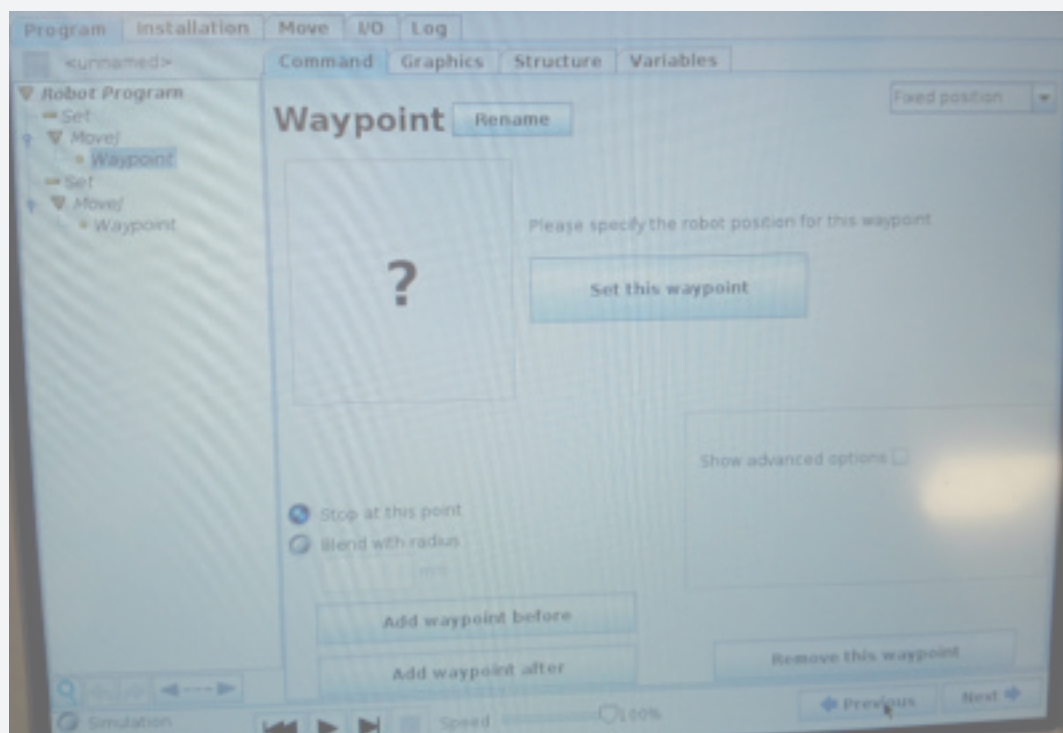
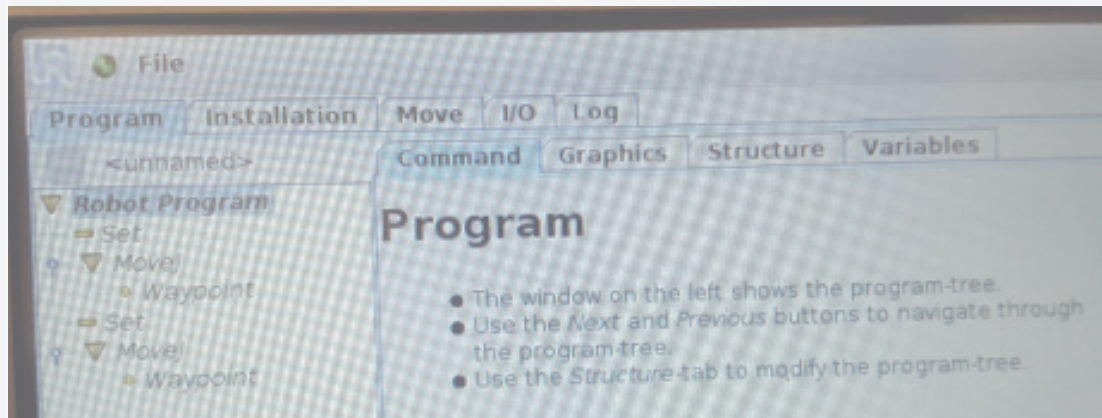


Vælg: Pick and place. Så er vi hurtigt i gang.



Så er der allerede startet på et lille "program-træ", som vi kan ændre i.

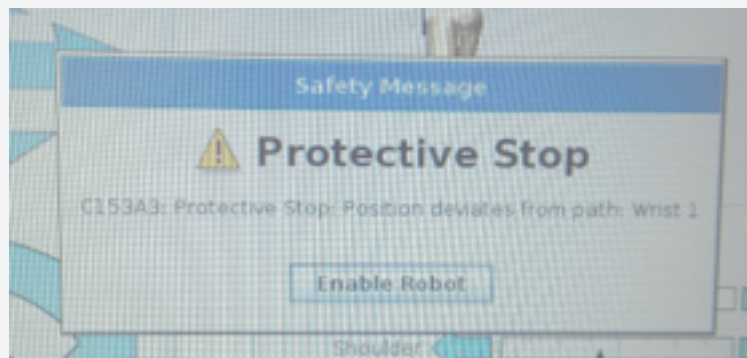
*Klik på: Waypoint og vælg "Set this waypoint".
Så bestemmer du, hvor dette første waypoint skal være.*



Bevæg robotarmen hen til den ønskede position. Tryk OK.



Ups, hvis en del af robotarmen kommer til at bevæge sig for hurtigt, så laver den et "Protective Stop". Enable Robot. Så kører den igen.

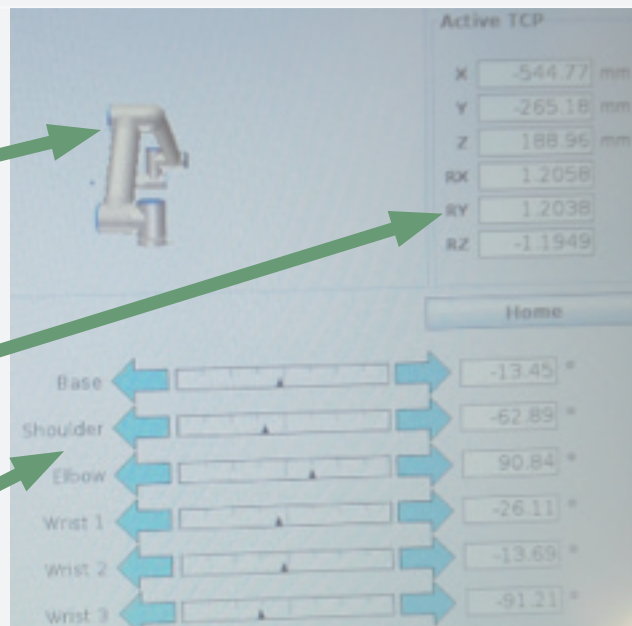


Du har mulighed for at følge robotarmens bevægelser på flere måder. Naturligvis ved at kigge direkte på armen.

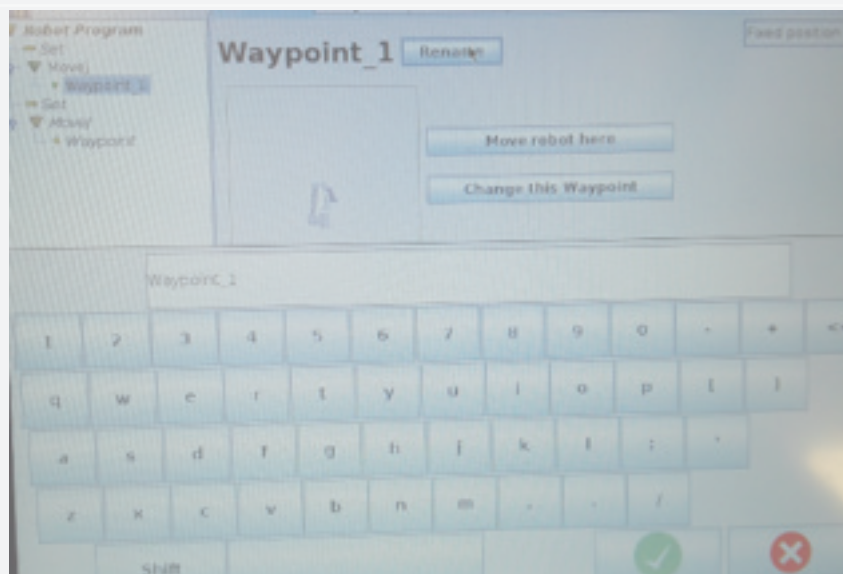
Grafisk tegning af armen

Koordinater for værktøjet (griber)

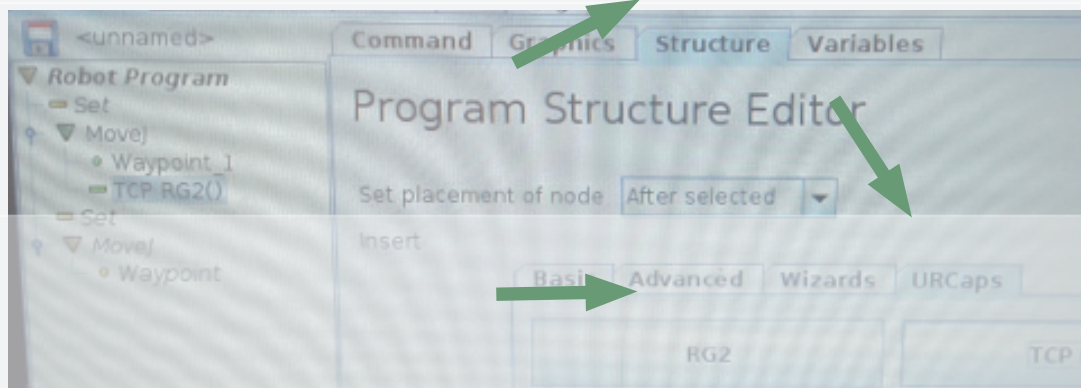
Vinkel for hvert af de seks led



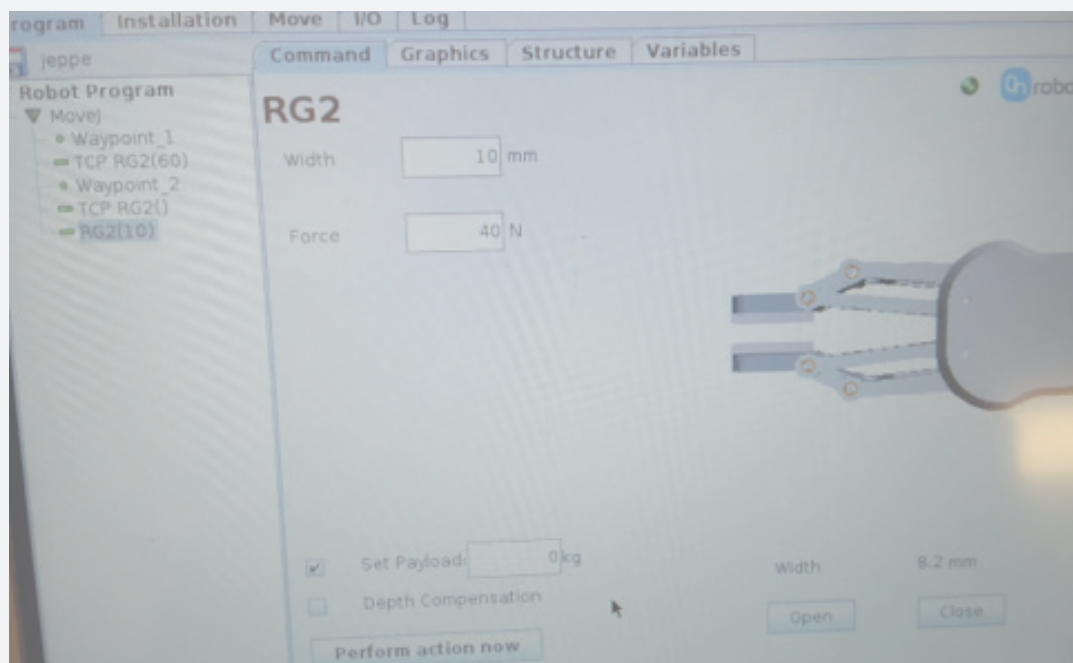
Giv dette waypoint et meningsfuldt navn og gem.



*Brug Structure -> URCaps -> RG2 for at indsætte en aktivering af gribeværktøjet.
Du skal ikke bruge TCP RG2.*



Indstil griberen til at lukke til en bestemt afstand mellem kæberne.



Perform action now



Move robot into position ved at markere et waypoint og holde Auto inde.



4.2 TEORETISK BEREGNING

Herunder følger en teoretisk beregning af sammenhængen mellem ophældningsvinkel og mængden af ophældt vand.

Jeppe Munk

Robot ophældning

Januar 2018

restart

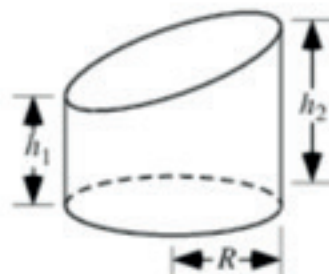
with (Gym) :

Indledningsvis defineres cylinderens ydre mål, dvs. højde og radius.

$R := 5 : h2 := 25 :$

$h1$ er højden i den anden side af cylinderen, når man begynder at hælde af den.

$h1$ defineres som funktion af hældningsvinklen, v .



$h1(v) := h2 - 2 R \cdot \tan(v) :$

Jeg plottede denne funktion, $h1(v)$ for at teste, at den nu også faldt til nul, når cylinderen var præcis halv tom.

plot(h1(v), v = 0 ..90, 0 ..25) :

Volumen af en cylindrisk kile [cylindrical wedge] beregnes efter denne formel:

$$V = \frac{h}{3b} [a(3R^2 - a^2) + 3R^2(b - R)\phi]$$

restart

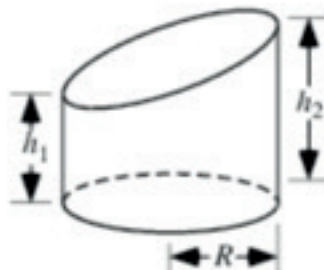
with (Gym) :

Indledningsvis defineres cylinderens ydre mål, dvs. højde og radius.

$R := 5 : h2 := 25 :$

$h1$ er højden i den anden side af cylinderen, når man begynder at hælde af den.

$h1$ defineres som funktion af hældningsvinklen, v .



$h1(v) := h2 - 2 R \cdot \tan(v) :$

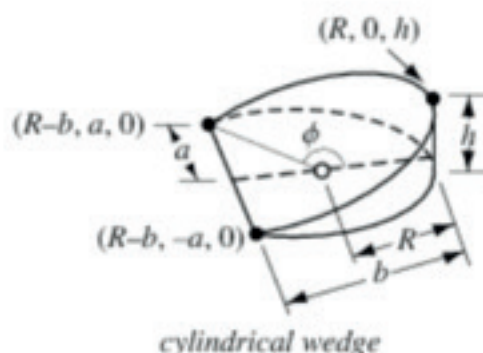
Jeg plottede denne funktion, $h1(v)$ for at teste, at den nu også faldt til nul, når cylinderen var præcis halv tom.

plot(h1(v), v = 0 ..90, 0 ..25) :

Volumen af en cylindrisk kile [cylindrical wedge] beregnes efter denne formel:

$$V = \frac{h}{3b} [a(3R^2 - a^2) + 3R^2(b - R)\phi]$$

$$\phi = \frac{1}{2} \pi + \tan^{-1} \left(\frac{b-R}{a} \right)$$



<http://mathworld.wolfram.com/CylindricalWedge.html>

Længderne b og a samt vinklen ϕ defineres. Først defineres b ud fra en retvinklet trekant med vinkel v og med $h/2$ som modstående katete.

Herefter defineres a og ϕ ud fra b .

$$b(v) := \frac{h/2}{\tan(v)} :$$

$$a(v) := \sqrt{R^2 - (b(v) - R)^2} :$$

$$\phi(v) := \frac{1}{2} \cdot \pi + \arctan \left(\frac{b(v) - R}{a(v)} \right) :$$

Jeppe Munk

Robot ophædning

Januar 2018

Endelig defineres selve volumenfunktionen for indholdet i cylinderen.

Det er en gaffelfunktion, idet volumenberegningen ændres, præcis når cylinderen er halv tom. Da sker det nemlig at bunden blotlægges i bægeret. Figuren ændres fra at være en skråt afskåret cylinder til at være en cylindrisk kile.

$$f(v) := \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot (h/2 + h_1(v)) & v < 68.2 \\ \frac{h/2}{3b(v)} \cdot (a(v) \cdot (3R^2 - a(v)^2) + 3R^2 \cdot (b(v) - R) \cdot \phi(v)) & v \geq 68.2 \end{cases} :$$

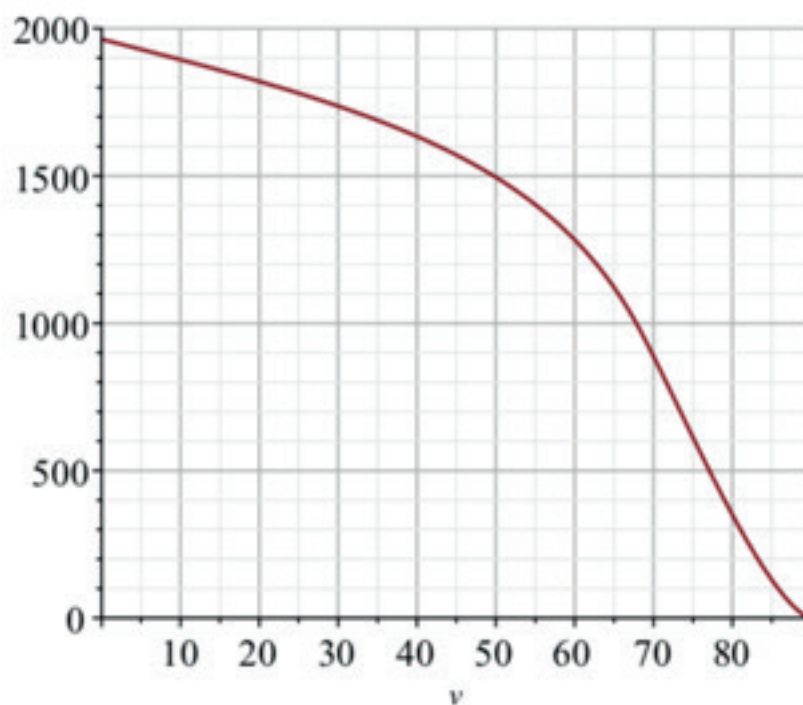
$$f(0) = 1963.495409$$

$$f(68.2) = 981.6776613$$

Jeg tjekker lige, at præcis det halve volumen findes ved 68,2 graders hældning.

$$\frac{f(0)}{f(68.2)} = 2.000142701$$

```
plot(f(v), v = 0 .. 89.9, 0 .. 2000, gridlines)
```



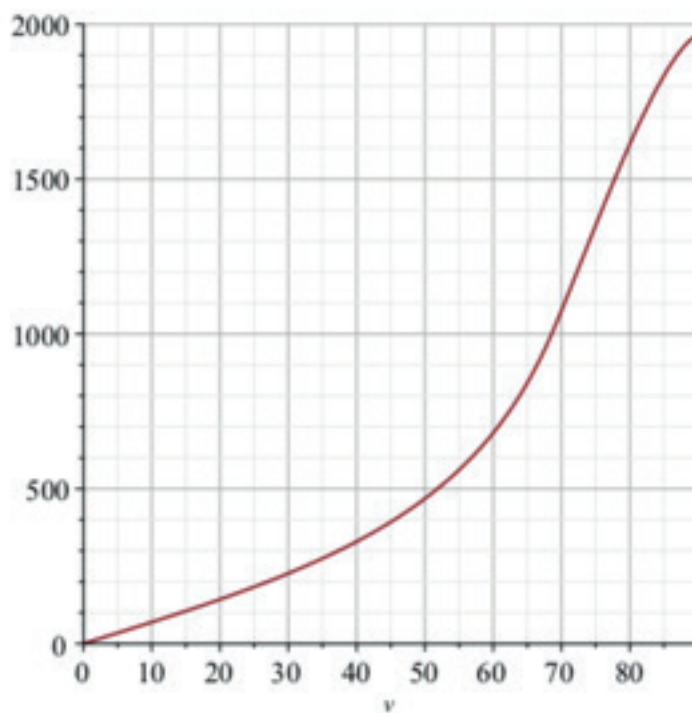
Her er en graf over den teoretiske mængde vand, som er ophældt, som funktion af hældvinkel.

```
plot(1963.5 - f(v), v = 0 .. 89.9, 0 .. 2000, gridlines)
```

Jeppe Munk

Robot ophældsing

Januar 2018



4.3 EKSEMPLER PÅ DATAOPSAMLING FRA ELEVER

Herunder ses fire eksempler på dataopsamling som elever fra 2.i har foretaget.

